

Antene in razširjanje valov

Matjaž Vidmar

Ljubljana, 2017

Vsebina

1. Kaj je to radio?	16 strani
2. Krogelne koordinate	8 strani
3. Osnovni viri sevanja	12 strani
4. Brezvrvična zveza	16 strani
5. Meritve anten	17 strani
6. Žične antene	15 strani
7. Huygensov izvor	11 strani
8. Valovodni lijaki	0 strani
9. Zbiralne leče	
10. Zbiralna zrcala	
11. Skupine anten	
12. Polarizacija	
13. Toplotni šum	
14. Razširjanje valov	
15. Ovire	
16. Ozračje	
17. Večpotje	

1. Kaj je to radio?

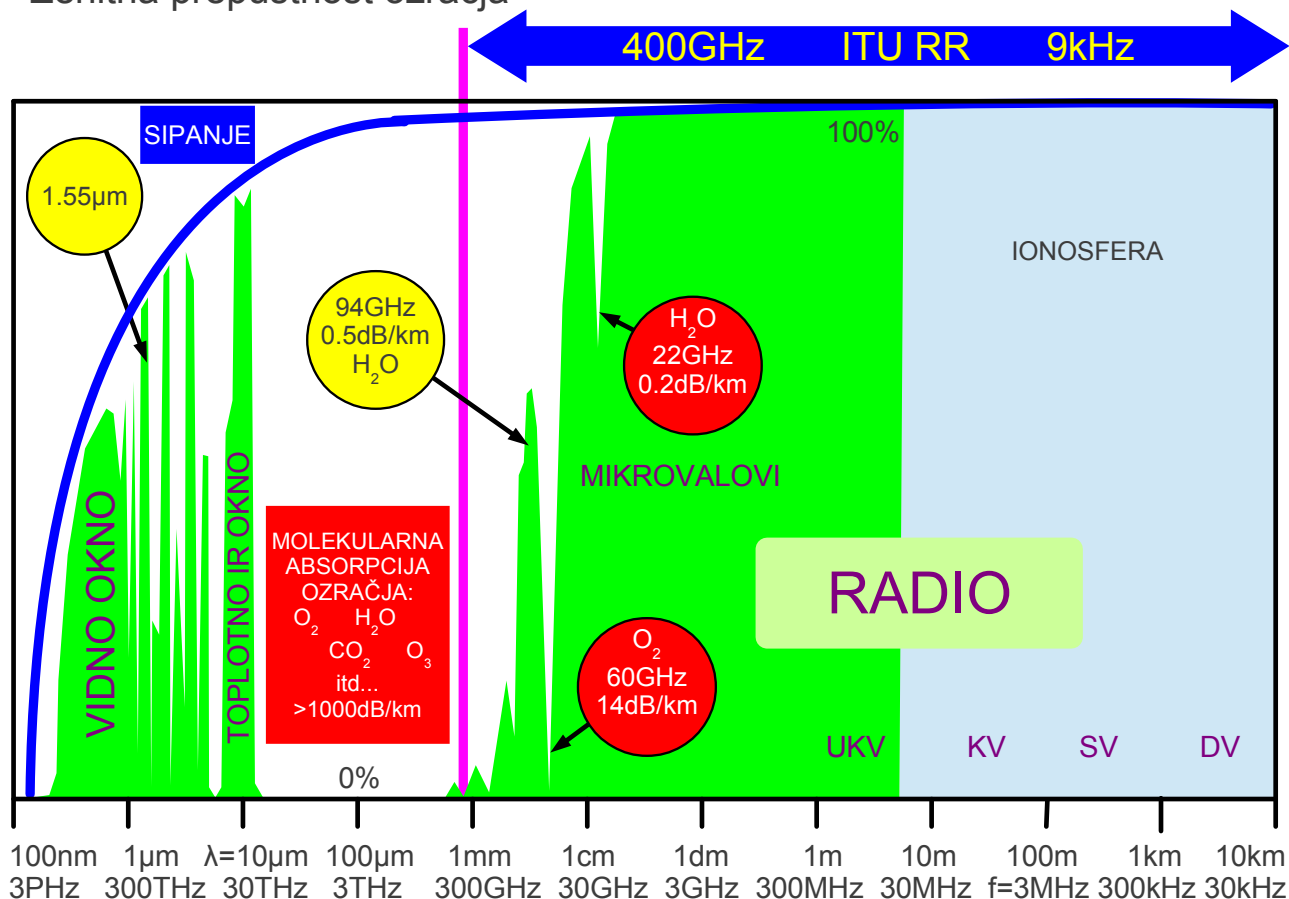
Biologija uči, da višje oblike življenja zmorejo poleg zmogljivejše obdelave podatkov tudi bolj izpopolnjeno daljinsko zaznavanje brez dotika in brezvrvično komunikacijo. Fizika postavlja obema, brezstičnemu daljinskemu zaznavanju in brezvrvični komunikaciji, podobne omejitve. Največji domet obeh omogočajo valovanja: zvočno valovanje v trdnih snoveh, tekočinah in plinih ter elektromagnetno valovanje v povsem praznem prostoru. Različne oblike življenja sicer uporabljajo tudi statične fizikalne pojave za zaznavanje in komunikacijo, a je njihov domet občutno manjši od valovanj.

Za elektromagnetno valovanje je prisotnost snovi kvečjemu ovira. Naravni razvoj oblik življenja je izbral takšno elektromagnetno valovanje, kjer sta ozračje in morska voda razmeroma prozorna, primerna tipala in celo viri valovanja pa biološko izvedljivi: vidna svetloba in bližnja infrardeča svetloba. Nekatere oblike življenja uporabljajo tudi toplotno infrardeče valovanje v ozračju.

Čeprav so dosežki stotine milijonov let trajajočega naravnega razvoja zavidanja vredni, živa bitja uporabljajo le (relativno) ozek del spektra elektromagnetnega valovanja. Nekateri deli spektra elektromagnetnega valovanja so sicer popolnoma neuporabni za zaznavanje in komunikacijo. Nekateri so lahko življenju celo škodljivi, na primer ultravijolična svetloba, rentgenski in gama žarki. Končno, nekatere sicer uporabne dele spektra elektromagnetnega valovanja je naravni razvoj oblik življenja spregledal!

Radio je običajno ime za elektromagnetno valovanje določenih frekvenc oziroma valovnih dolžin, ki ga uporabljamo za brezstično daljinsko zaznavanje in brezvrvično komunikacijo. Radio je plod človeškega duha, ki ga je naravni razvoj oblik življenja spregledal. Mednarodni predpisi, bolj točno ITU Radio Regulations, zahtevajo navajanje frekvenc in ne dovoljujejo uporabe valovnih dolžin. Po ITU Radio Regulations je radio definiran kot elektromagnetno valovanje v frekvenčnem pasu $9\text{kHz} \leq f \leq 400\text{GHz}$:

Zenitna prepustnost ozračja



Naravne omejitve so zagotovo bolj samoumevne od zakonskih predpisov. Na frekvencah nad $f > 400\text{GHz}$ je zemeljsko ozračje skoraj neprozorno za elektromagnetno valovanje. Frekvence pod $f < 100\text{kHz}$ so komaj uporabne za komunikacije oziroma daljinsko zaznavanje zaradi izredno majhne razpoložljive pasovne širine. Hkrati nizke frekvence pomenijo zelo velike valovne dolžine, kjer je težko doseči pravo elektromagnetno sevanje, pač pa naprave izkoriščajo kapacitivni ali induktivni sklop bližnjega jalovega (statičnega) polja, kar ni ravno radio v ožjem pomenu besede.

Kljub temu se področje uporabnih radijskih frekvenc razprostira čez več kot sedem velikostnih razredov oziroma dosti več kot marsikateri drug fizikalni pojav. Končno postavljajo meje tudi praktične omejitve. Na spodnji frekvenčni meji radio potrebuje zelo velike oddajnike in sprejemnike. Na gornji frekvenčni meji se radio obnaša podobno vidni svetlobi: zahteva natančno usmerjanje oddajnikov in sprejemnikov ter postane občutljiv na ovire. Končno, v razponu sedmih velikostnih razredov frekvenc oziroma valovnih dolžin se lastnosti radia zelo spremenijo!

Vse do 19. stoletja fizika ni poznala povezav med navidez različnimi električnimi pojavi, magnetnimi pojavi in svetlobo. V prvi polovici 19. stoletja sta André-Marie Ampère (1826) in Michael Faraday (1831) odkrila povezavi

med električnimi in magnetnimi pojavi v obe smeri. Matematik Carl Freidrich Gauss je zakonitosti dopolnil z električnim pretokom.

V drugi polovici 19. stoletja so fizikalna odkritja uredili matematiki. James Clerk Maxwell (1861) je vse dotedanje znanje o elektriki in magnetiki združil v slovite enačbe, ki danes nosijo njegovo ime, čeprav jih je v danes znani obliki zapisal šele Oliver Heaviside dve desetletji za Maxwellom.

Radio uporabljamo na velikih razdaljah, kjer ne smemo zanemariti relativistike. Maxwellove enačbe zato zapišemo v obliki diferencialnih enačb, ki vsebujejo diferencialne operacije odvajanja v prostoru: vrtinčenje vektorskega polja $\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A}$ in izvornost vektorskega polja $\text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A}$. Reševanje enačb lahko zahteva še smerni odvod skalarnega polja $\text{grad } V = \nabla V$.

Radio običajno deluje z razmeroma ozkopasovnimi signali $B \ll f$, ki jih v izračunih lahko ponazorimo s harmonskim signalom ene same krožne frekvence $\omega = 2\pi f$. To dodatno poenostavi enačbe z zamenjavo časovnih odvodov $\partial/\partial t = j\omega$:

Elektromagnetika

Harmonske veličine:

$$\partial/\partial t = j\omega$$

$\omega \equiv$ krožna frekvenca [rd/s]

$$\vec{H} \equiv \text{magnetna poljska jakost} \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

$$\vec{J} \equiv \text{gostota toka} \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\text{Ampère: } \text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j\omega \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{E} \equiv \text{električna poljska jakost} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

$$\text{Faraday: } \text{rot } \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H}$$

$$\rho \equiv \text{gostota elektrine} \left[\frac{\text{As}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\text{Gauss: } \text{div } \epsilon \vec{E} = \rho$$

$$\epsilon \equiv \text{dielektričnost} \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \rightarrow \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\mu \equiv \text{permeabilnost} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] \rightarrow \vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\text{Poynting: } \vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \equiv \text{gostota pretoka moči} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \equiv \text{vektorski potencial} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{m}} \right]$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \rho(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \equiv \text{skalarni potencial} [\text{V}] \quad \vec{E} = -j\omega \vec{A} - \text{grad } V$$

Radio večinoma uporabljamo v zemeljskem ozračju na frekvencah, kjer se zemeljsko ozračje obnaša skoraj kot prazen prostor $\epsilon \approx \epsilon_0$ in $\mu \approx \mu_0$. Ker sta dielektričnost in permeabilnost preprosti skalarni konstanti, gostote električnega pretoka $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ in gostote magnetnega pretoka $\vec{B} = \mu \vec{H}$ pri radiu v enačbah posebej ne navajamo, saj sta preprosto izračunljivi.

Maxwellov učenec John Henry Poynting je leta 1884 opisal pretok elektromagnetne moči. Pripadajoči vektor gostote moči $\vec{S} = 1/2 \vec{E} \times \vec{H}^*$ vsebuje za vršne vrednosti harmonskih veličin v enačbi polovico in konjugirano-kompleksno vrednost magnetne poljske jakosti povsem enakovredno kompleksni električni moči $P = 1/2 U I^*$!

Hkrati z osnovnimi enačbami elektromagnetnega polja so bila razvita tudi računska orodja. Čeprav je skalarni potencial in vektorski potencial vpeljal že Maxwell, šele premišljena izbira izvornosti vektorskega potenciala $\text{div } \vec{A} = -j\omega\mu \epsilon V$ (Ludvig Lorenz 1888) omogoča uporaben zapis enačb za izračun zakasnenih potencialov (angleško: retarded potentials).

Skalarni potencial $V(\vec{r})$ in vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ omogočata izračun električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$ in magnetnega polja $\vec{H}(\vec{r})$ v točki \vec{r} iz znanih virov, elektrin $\rho(\vec{r}')$ in tokov $\vec{J}(\vec{r}')$ na koordinatah \vec{r}' . Zakasnitev od vira do točke opazovanja opisuje zasuk faze $\phi = -k|\vec{r} - \vec{r}'|$.

Končno so Maxwellove enačbe napovedale tudi elektromagnetno valovanje oziroma povezavo med električnimi in magnetnimi pojavi ter svetlobo, kar je Heinrich Rudolf Hertz potrdil z različnimi poskusi v obdobju 1886-1889. S tehniko 19. stoletja so mehanski stroji lahko kvečjemu naredili silno počasno elektromagnetno valovanje z valovno dolžino nekaj tisoč kilometrov, daleč preveč za kakršenkoli laboratorijski poskus. Prve žarnice so sicer proizvajale vidno svetlobo z valovno dolžino manj kot mikrometer, ampak povezava med električnimi in svetlobnimi pojavi v žarnici ni samoumevna.

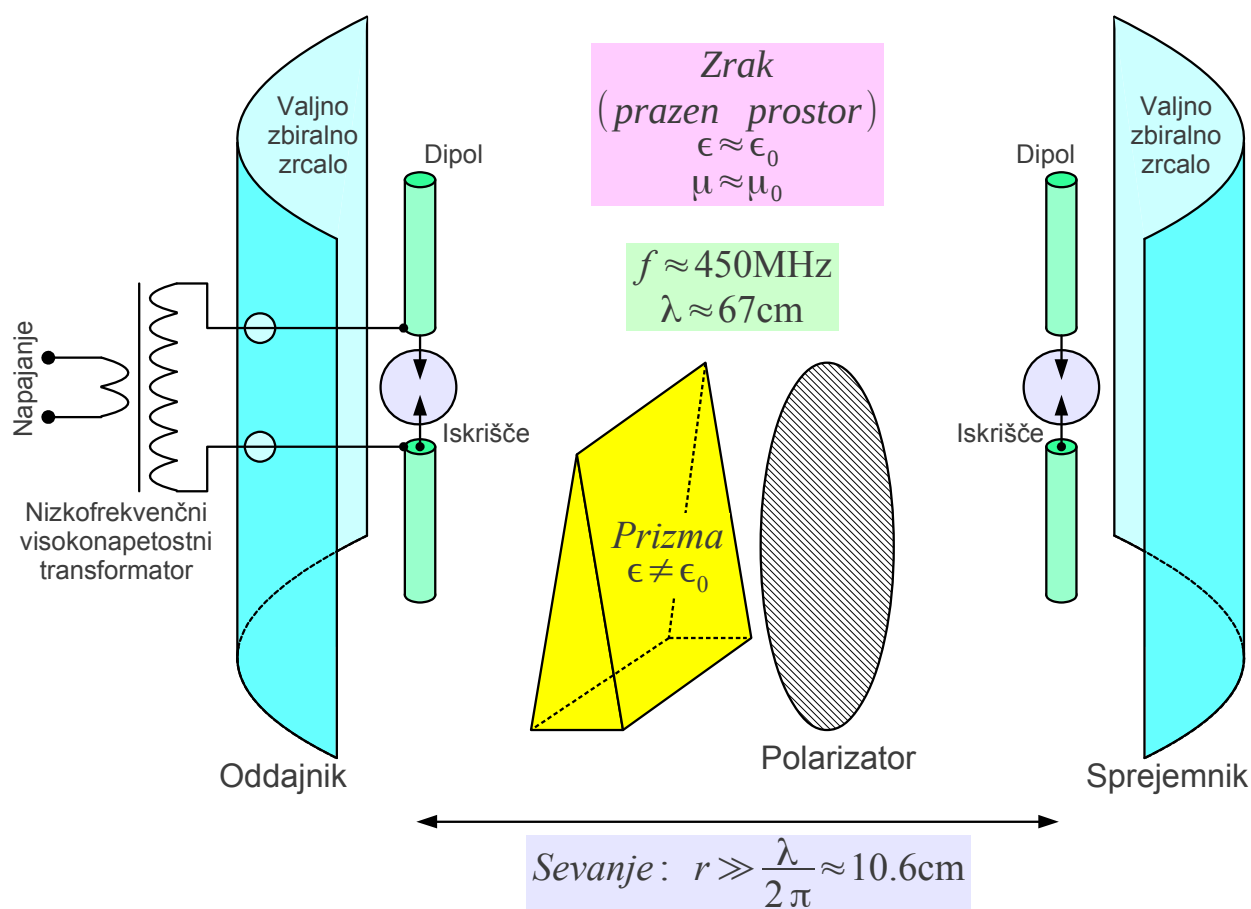
Heinrich Rudolf Hertz je bil za svoj čas izredno inovativen, da je našel pot okoli opisane navidez nepremostljive ovire. Izdelal je več različnih električnih rezonatorjev (nihajnih krogov) za frekvence v pasu

$50\text{MHz} < f < 500\text{MHz}$. Kapacitivnost rezonatorja je najprej naelektril z nizkofrekvenčnim visokonapetostnim virom in nato pogl nihanje rezonatorja z električno iskro, ki nastane ob preboju. Iskra se pri tem obnaša kot izredno hitro stikalo, ki požene nihanje na več kot šest velikostnih razredov višji frekvenci.

Izkoristek takšne pretvorbe nizkofrekvenčne energije v

visokofrekvenčno energijo je sicer slab. Ustvarjeno visokofrekvenčno nihanje je močno dušeno, torej kratkotrajno. Hertz je uporabil iskrišče tudi kot visokofrekvenčni detektor v rezonatorju (dipolu) sprejemnika. Domet svoje naprave je močno izboljšal z valjnima zbiralnima zrcaloma velikosti $2\text{m} \times 1.2\text{m}$ v oddajniku in sprejemniku ter tako pokazal odboj in razširjanje elektromagnetnega valovanja frekvence okoli $f \approx 450\text{MHz}$.

Hertzovi poskusi so vsebovali pomembno podrobnost, ki je večina ni opazila. Hertz je kot prvi opazil elektromagnetno sevanje na dovolj velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$, ki se obnaša drugače od kapacitivnega oziroma induktivnega sklopa na nižjih frekvencah oziroma manjših razdaljah:



Hertzov poskus

Z obračanjem sprejemnika in oddajnika ter vstavljanjem različnih ovir (prizma iz dielektrika, polarizator iz vzporednih kovinskih žic) v radijsko pot je Hertz pokazal še polarizacijo in lom elektromagnetnega valovanja. Vsi Hertzovi poskusi so se natančno ujemali z Maxwellovo teorijo na eni strani ter z znanimi svetlobnimi pojavi na drugi strani. Povezava med svetlobo in električnimi pojavi ni bila več samo teorija, pač pa potrjena z laboratorijskim poskusom!

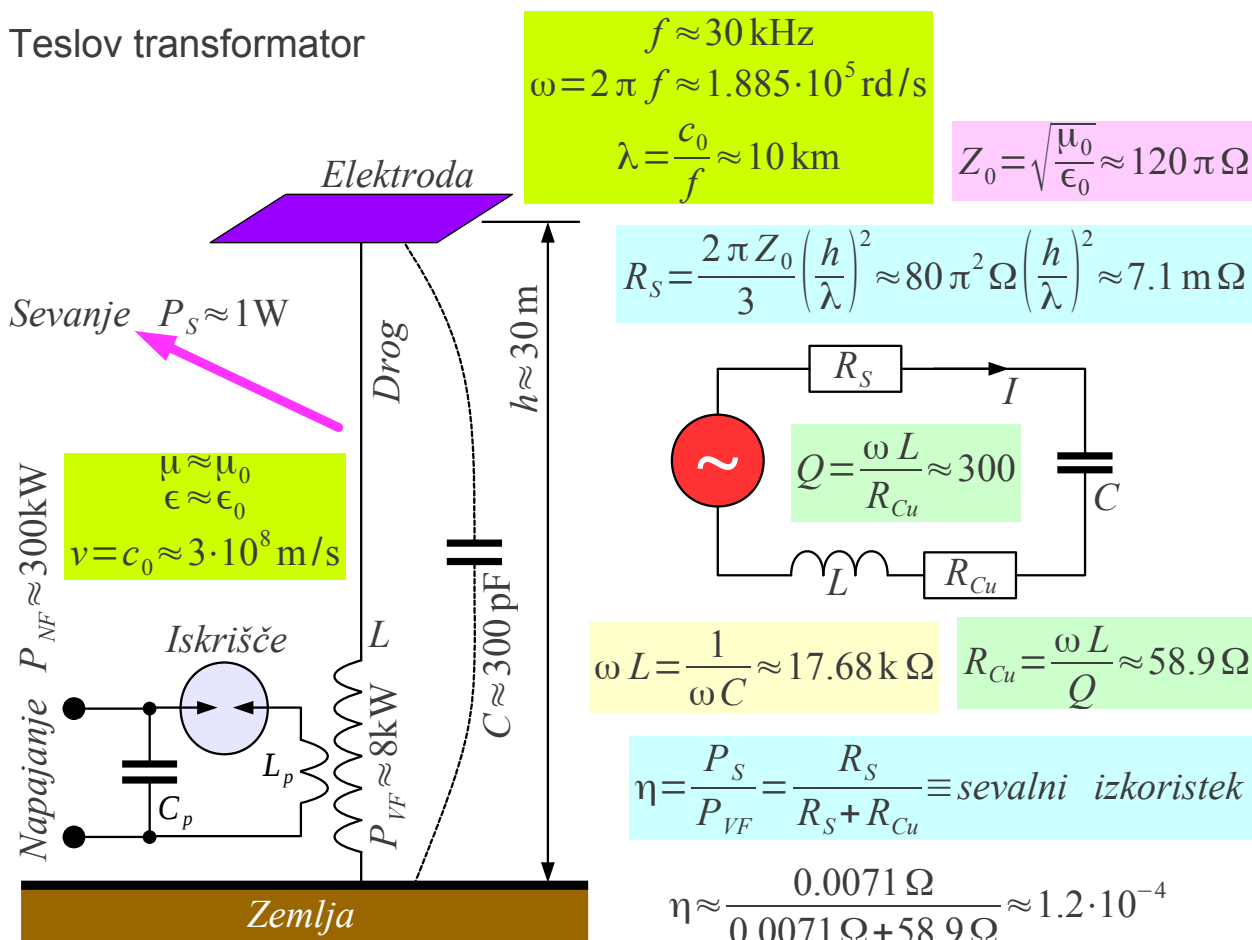
Heinrich Rudolf Hertz je umrl razmeroma mlad. Na prelomu stoletja so

se številni izumitelji širom sveta lotili najrazličnejših poskusov s tako imenovanimi "Hertzovimi valovi", čeprav pogosto ni šlo za elektromagnetno valovanje v strogem pomenu besede. Izvirni Hertzovi poskusi so delovali na frekvencah vse do približno $f \approx 450 \text{ MHz}$. Večina takratnih izumiteljev, tudi Nikola Tesla in Guglielmo Marconi, pa je v svojih poskusih uporabljala dosti nižje frekvence večinoma pod $f < 100 \text{ kHz}$.

Nikola Tesla, Guglielmo Marconi in številni drugi izumitelji so v svojih poskusih uporabljali električno majhne naprave $h \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. V takšnih napravah ima elektromagnetno polje hkrati statične komponente, sevanje in še druge dinamične člene podobnih velikostnih razredov. Izumitelji večinoma niso imeli niti teoretskega znanja niti primernih merilnih inštrumentov, s katerimi bi lahko ločili med različnimi členi električnega in magnetnega polja električno majhne naprave.

Praktične izvedbe kratkih električnih dipolov so Teslovi transformatorji 1891-1900. Čeprav natančni podatki niso znani, iz razpoložljivih virov sklepamo, da je Nikola Tesla izdelal naprave vse do višine $h \approx 30 \text{ m}$, ki so proizvajale izredno visoke napetosti na frekvencah pod $f \leq 30 \text{ kHz}$:

Teslov transformator



Nikola Tesla je svoje naprave najverjetneje načrtoval za čim večje

bližnje električno polje in čim močnejši statični električni (kapacitivni) sklop do sprejemnika. Sevanja niti sevalne upornosti verjetno ni nikoli opazil. Tesla je večino poskusov opravil na majhnih razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$. Sevalna upornost njegovih naprav je bila za štiri velikostne razrede nižja $R_s \ll R_{Cu}$ od upornosti navitja njegovega transformatorja. Tesla sevalne upornosti ni mogel opaziti, kaj šele izmeriti. Iz razpoložljivih podatkov sklepamo, da Tesla ni poznal razlike med bližnjim električnim poljem in sevanjem.

Daljinsko vodena ladjica Nikole Tesle iz leta 1898 je sicer predstavljala izum daleč pred svojim časom, ki pa je bil podobno kot ostali Teslovi poskusi zelo omejen z dometom. Nikola Tesla je sicer že uporabljal občutljivejši visokofrekvenčni sprejemnik: koherer. Koherer, ki ga je izumil Édouard Branly leta 1890, izkorišča preboj oksidirane površine med zrnci kovine, kar se zgodi pri več kot desetkrat nižji napetosti od preboja iskrišča v zraku $U \geq 100V$.

Še občutljivejši detektor je izdelal indijski znanstvenik Jagdish Chandra Bose s kristalom svinčevega galenita PbS leta 1894 in z njim uspešno zaznal frekvence, ki jih danes imenujemo mikrovalovi. Tehnika na koncu 19. stoletja sicer ni bila naklonjena mikrovalovom in Bosejev polprevodniški detektor je moral počakati še pol stoletja do uporabe v radarju v drugi svetovni vojni. Nizozemec Christian Hülsmeier je leta 1906 sicer uspešno zaznal ladjo skozi gosto meglo s pomočjo kohererja, kar velja za prvi uspešen poskus radarja.

Od vseh izumiteljev na prelomu iz 19. v 20. stoletje je bil poslovno daleč najuspešnejši italijanski inženir Guglielmo Marconi. Marconi je že od začetka izbral pravi cilj, vzpostaviti radijsko zvezo (komunikacijo) na čim večji razdalji. Brezžični prenos energije niti drugi fizikalni pojavi (iskre v velikem električnem polju) Marconija niso zanimali. Podobno kot drugi izumitelji tistega časa (Tesla) je tudi Marconi iskal svoj cilj z vztrajnim poizkušanjem brez globljega teoretskega predznanja. Povrhu je Marconi uspel združiti najboljše dosežke številnih drugih izumiteljev (tudi Tesle) v delujočo in praktično uporabno napravo.

Vztrajni poskusi s pravim ciljem so se obrestovali. Kmalu po prelomu stoletja je Guglielmo Marconi uspel vzpostaviti prvo prekooceansko radijsko zvezo. Pri tem je z manjšimi in cenejšimi napravami prehitel tudi ogromni, dragi, nikoli dokončani in neuspešni veliki oddajnik Nikole Tesle, stolp Wardencliff višine kar $h=57m$. Guglielmo Marconi in Karl Ferdinand Braun sta za svoje dosežke na področju radia prejela leta 1909 Nobelovo nagrado iz fizike. V tedanji javnosti je sicer bolj odmevala vloga Marconijevih naprav v brodolomu ladje Titanic leta 1912, kjer je izgubil življenje tudi tesni Marconijev sodelavec.

Guglielmo Marconi je utemeljil tudi elektrotehnični izraz "antena".

Antena je ime za napravo, ki pretvarja vodeno elektromagnetno valovanje v sevanje ali obratno. Marconi je novo napravo poimenoval iz podobnosti s tipalkami žuželk in drugih živali, ki se v latinščini imenujejo antene. Za razliko od Nikole Tesle, ki v svojih napravah ni videl sevanja, pač pa le statično polje kondenzatorja in je napravo poimenoval elektroda oziroma priključek (terminal).

Istočasno z Marconijevimi uspehi se je menjalo tudi ime valovanja in pripadajočih naprav. Izraz Hertzovi valovi je okoli leta 1910 zamenjal izraz radijski valovi. Pripadajoče naprave so dobile novo ime radio. Radijsko zvezo so poimenovali tudi brezvrvična zveza (wireless).

Nadaljnji razvoj radia je zaznamoval razvoj elektronike. Leta 1904 je John Ambrose Fleming razvil vakuumsko diodo, ki je občutljiv in zanesljiv detektor radijskih signalov. Lee De Forest je leta 1906 izumil vakuumsko triodo, prvi elektronski ojačevalnik. Američan Edwin Howard Armstrong in Avstrijec Alexander Meissner sta leta 1912 skoraj istočasno izdelala prve elektronske oscilatorje s triodo, ki se jih da uporabiti kot učinkovit radijski oddajnik oziroma kot izredno občutljiv regenerativni sprejemnik.

V obdobju druge svetovne vojne se je radijska tehnika tako razvila, da je poleg brezvrvične komunikacije omogočala tudi daljinsko zaznavanje, radiolokacijo in radijsko navigacijo. Vse velesile druge svetovne vojne: Velika Britanija, ZDA, Nemčija, Sovjetska Zveza, Japonska, Nizozemska, Francija, Italija so poznale bolj ali manj uspešen radar.

Po koncu druge svetovne vojne je radio izgledal najprimernejše sredstvo za komunikacijo velike zmogljivosti na velike razdalje, še posebno z izstrelitvijo prvega umetnega Zemljinega satelita in začetkom vesoljske tekme leta 1957. Radio je dobil pomembnega tekmeca pri visokih zmogljivostih na srednjih razdaljah šele leta 1970 z izdelavo uporabnega svetlobnega vlakna v tovarni Corning. Končno predstavlja pomemben mejnik še prvo radijsko paketno omrežje ALOHAnet Univerze Hawaii leta 1971.

Danes (2017) je svetlobno vlakno izpodrinilo radio na srednjih razdaljah pri najvišjih zmogljivostih. Eno samo svetlobno vlakno omogoča zvezo večje zmogljivosti od vsote zmogljivosti vseh do danes izstreljenih telekomunikacijskih umetnih satelitov. Radio ostaja nenadomestljiv pri največjih razdaljah v vesolju. Hkrati radio pridobiva na pomenu neodvisno od razdalje povsod tam, kjer je kakršnakoli vrvica nezaželjena oziroma neuporabna.

Poštena primerjava razvoja radia upošteva teorijo informacije, ki jo je razvil Claude Shannon leta 1948. Poleg zmogljivosti zveze $C [\text{bit/s} = \text{bps}]$

je pomembna tudi spektralna učinkovitost C/B [bit/s/Hz=bit] , sa je radiofrekvenčni spekter omejena naravna dobrina:

Zmogljivost radijske zveze

$$\text{Informacija} \quad I = \frac{1}{2} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{W_s}{W_N} \right) \quad [\text{bit}] \quad (\text{Claude Shannon 1948})$$

$W_s \equiv$ energija signala

$W_N \equiv$ energija šuma

$T \equiv$ perioda signala

$$\text{Pasovna širina} \quad B = \frac{1}{2T} \quad [\text{Hz}] \quad (\text{Harry Nyquist 1924})$$

$P_s \equiv$ moč signala

$P_N \equiv$ moč šuma

$N_0 \equiv$ spektralna gostota šuma

$$\text{Zmogljivost} \quad C = m \cdot B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_N} \right) = m \cdot B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{B \cdot N_0} \right) \quad [\text{bit/s} = \text{bps}]$$

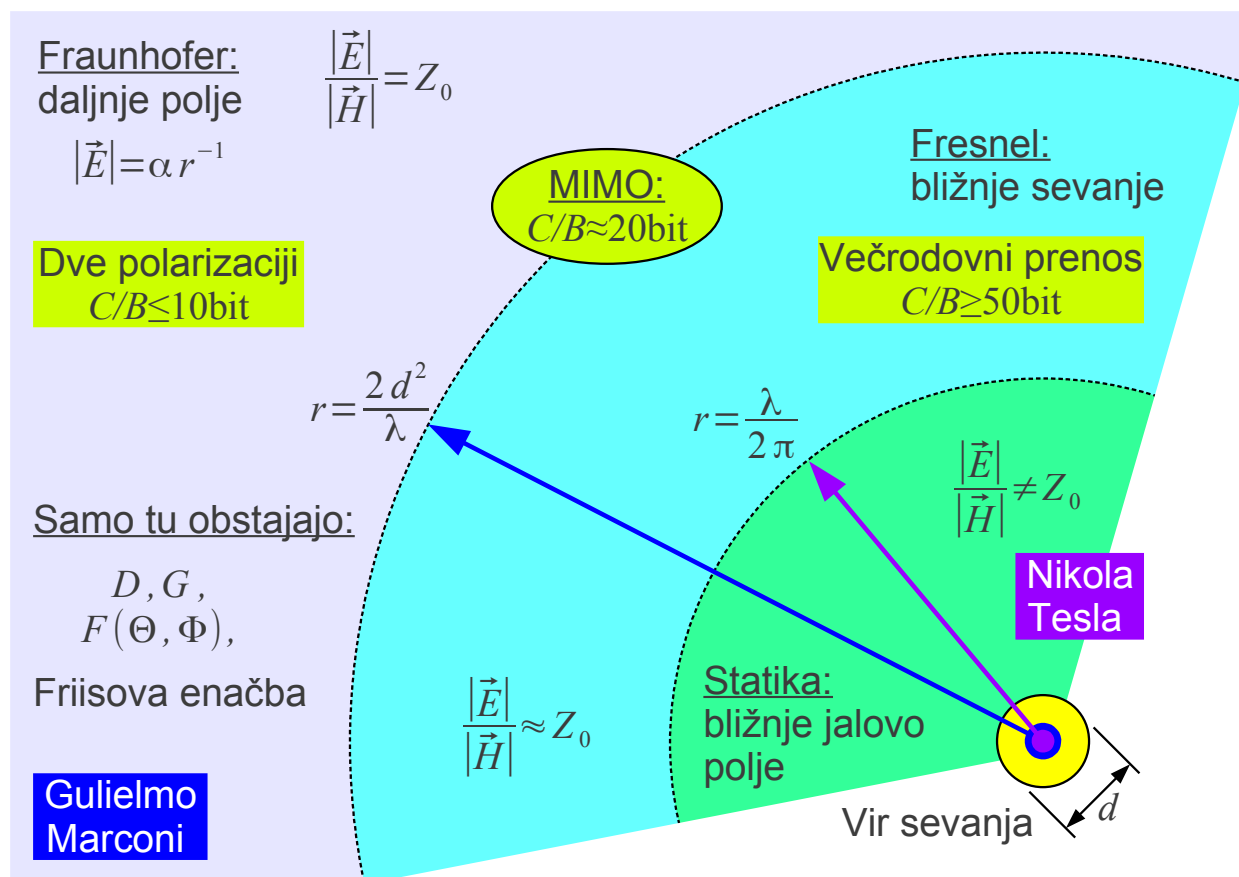
$m \equiv$ število rodov

$$\text{Spektralna učinkovitost} \quad C/B = m \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{B \cdot N_0} \right) \quad [\text{bit/s/Hz} = \text{bit}]$$

Leto	Vrsta radijske zveze	Pasovna širina B	Zmogljivost C	Spektralna učinkovitost C/B
~1910	Telegrafija s sprejemom na sluh	500Hz	10bit/s	0.02bit/s/Hz
~1950	Radioteleprinter	250Hz	50bit/s	0.2bit/s/Hz
~1990	GSM telefon	200kHz	271kbit/s	1.355bit/s/Hz
~2010	WiFi 802.11n ($m=2$)	40MHz	300Mbit/s	7.5bit/s/Hz

Brezstično daljinsko zaznavanje oziroma brezvrvično komunikacijo s pomočjo elektromagnetnih pojavov lahko razdelimo po načinu delovanja v tri velike skupine:

- (1) bližnje jalovo (statično) polje (angleško: near-field region, reactive),
- (2) Fresnelovo področje oziroma bližnje sevanje (angleško: near-field region, radiating) in
- (3) Fraunhoferjevo področje oziroma daljnje polje (angleško: far-field region):



Statika, Fresnel in Fraunhofer

Bližnje jalovo polje prevladuje na razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$, ki so dosti manjše od valovne dolžine. V bližnjem jalovem polju sta električno polje \vec{E} in magnetno polje \vec{H} dve neodvisni veličini. Elektromagnetno sevanje je v bližnjem polju zanemarljivo majhno $|\vec{E}_{\text{sevani}}| \ll |\vec{E}_{\text{statični}}|$ in $|\vec{H}_{\text{sevani}}| \ll |\vec{H}_{\text{statični}}|$ v primerjavi s statičnim elektromagnetnim poljem. Bližnje jalovo polje zelo hitro upada s tretjo potenco razdalje $|\vec{E}_{\text{statični}}| = \alpha r^{-3}$ oziroma $|\vec{H}_{\text{statični}}| = \alpha r^{-3}$.

Zvezo v bližnjem polju popolnoma opiše kapacitivni oziroma induktivni sklopom med oddajnikom in sprejemnikom. Na majhnih razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$ je kakršenkoli fazni zasuk $\Delta\phi = 2\pi r/\lambda \ll 1 \text{ rd}$ izredno majhen, zato ne moremo govoriti o valovanju. Pravilnejši izraz je nihanje. Ker sta bližnje električno in magnetno polje v kvadraturi, ima bližnje polje skoraj popolnoma jalov Poyntingov vektor $\text{Re}[\vec{S}] \rightarrow 0$. Brez prenosa delovne moči prav tako ne moremo govoriti o valovanju.

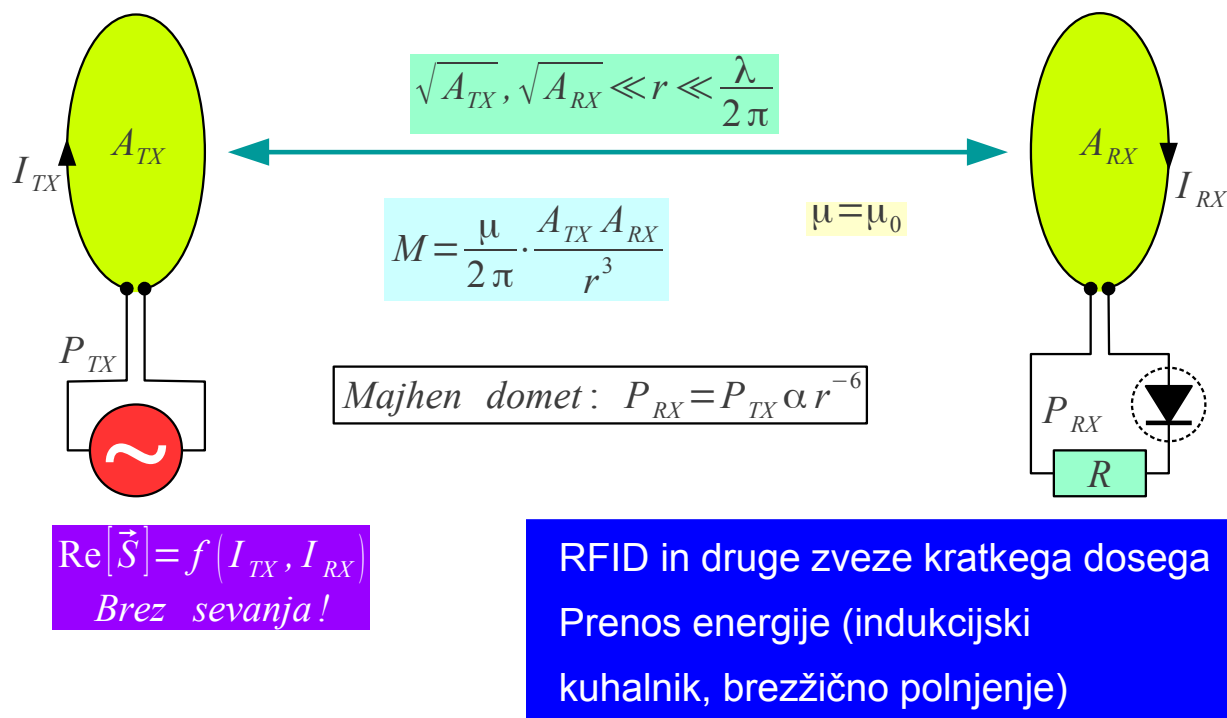
Nikola Tesla je v svojih poskusih večinoma uporabljal kapacitivni sklop v praznem prostoru med oddajnikom in sprejemnikom. Sodobne naprave, RFID in druge zveze kratkega dosega, uporabljajo v bližnjem polju večinoma

induktivni sklop. S stališča teorije sta kapacitivni in induktivni sklop sicer dva različna pojava, ki pa imata enako omejitev. Na velikih razdaljah

$r \gg \sqrt{A_{TX}}, \sqrt{A_{RX}}$ sprejeta moč upada s šesto potenco razdalje

$P_{RX} = P_{TX} \propto r^{-6}$, zato je domet takšnih naprav majhen:

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} \neq Z_0 \rightarrow \text{Potrebna ločena meritev } \vec{E} \text{ ter } \vec{H}$$



Induktivni sklop v bližnjem polju

Ker je Poyntingov vektor samega oddajnika skoraj popolnoma jalov $\text{Re}[\vec{S}] \rightarrow 0$, oddajnik skoraj nič ne seva. Delovna komponenta

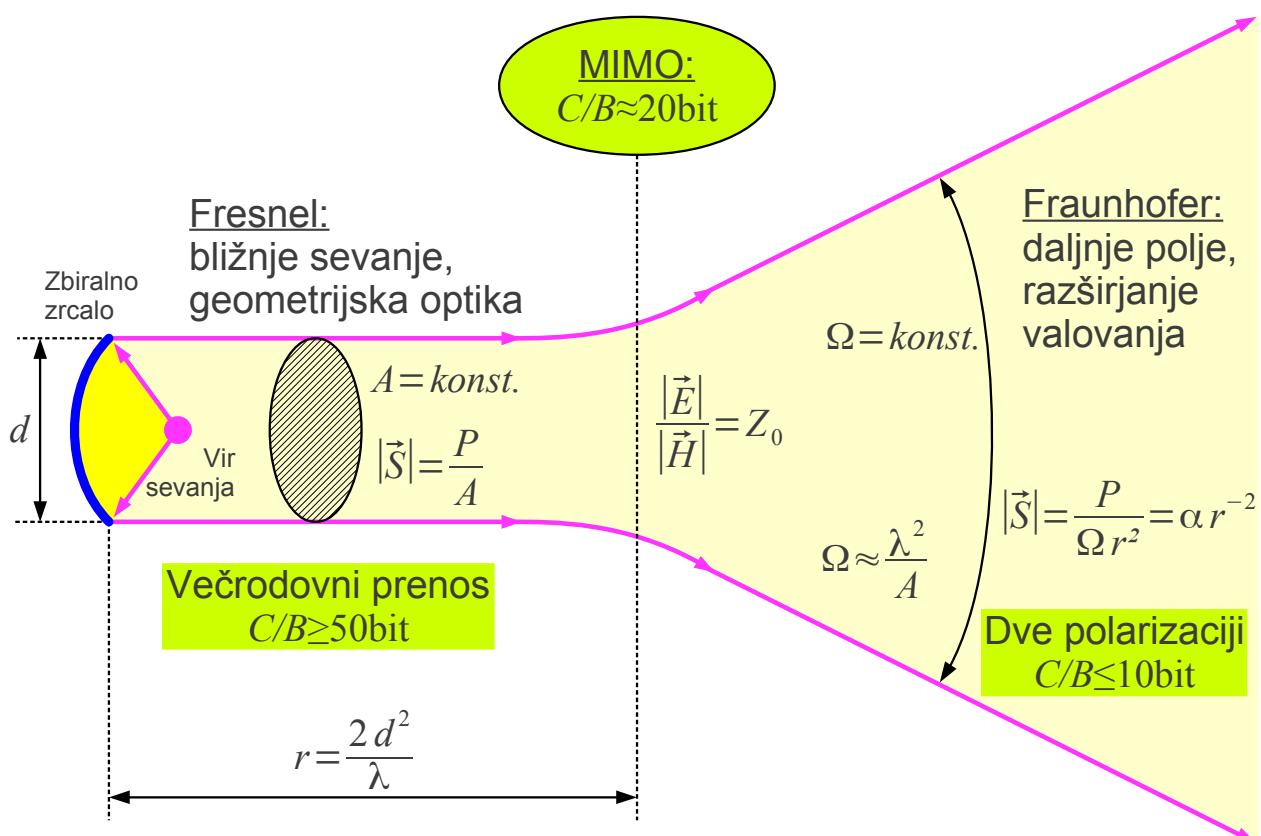
Poyntingovega vektorja $\text{Re}[\vec{S}] \neq 0$ se pojavi šele takrat, ko sta tokova prisotna v obeh, I_{TX} v oddajniku in I_{RX} v sprejemniku in sta med sabo v kvadraturi! Ker se pri induktivnem oziroma kapacitivnem sklopu nič moči ne izgublja v prostor, je takšen prenos energije lahko zelo učinkovit, na primer v indukcijskem kuhalniku oziroma v brezžičnem polnilcu.

Pravo elektromagnetno valovanje je vedno prečno (transverzalno) valovanje, torej imata v krogelnih koordinatah sevano električno polje \vec{E}_{sevani} in sevano magnetno polje \vec{H}_{sevani} samo prečni komponenti $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$, ko se nahaja vir v koordinatnem izhodišču. Statično polje $\vec{E}_{\text{statični}}$ oziroma $\vec{H}_{\text{statični}}$ lahko ima tudi vzdolžno komponento $\vec{1}_r$ v krogelnih koordinatah, vendar to ni valovanje. Zabloda o vzdolžnem (longitudinalnem)

elektromagnetnem valovanju je živa še danes kljub temu, da ga fizikalni zakoni niti Maxwellove enačbe ne dopuščajo. Vz dolžno valovanje bi zahtevalo $\text{div } \vec{E} \neq 0$ oziroma $\text{div } \vec{H} \neq 0$ v praznem prostoru brez elektrin oziroma magnetnih nabojev. Vz dolžnega elektromagnetnega valovanja ni do danes še nihče zares izmeril!

Na večjih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ postaneta električno in magnetno polje v praznem prostoru med sabo pravokotna, sofazna in njuno razmerje se približuje točni vrednosti $|\vec{E}|/|\vec{H}| \rightarrow Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$. Poyntingov vektor postane realen $\text{Im}[\vec{S}] \rightarrow 0$ in predstavlja delovno moč P , ki se iz oddajnika širi v neskončnost v isti smeri, kamor valovanje potuje.

Elektromagnetno sevanje antene običajno dodatno razdelimo na dve področji: Fresnelovo področje in Fraunhoferjevo področje. V obeh področjih bližnje jalovo (statično) polje izgine. Razliko med Fresnelovim in Fraunhoferjevim področjem najlažje opišemo z zgledom zrcalne antene:



Rayleighjeva razdalja

Vir sevanja postavimo v gorišče zbiralnega zrcala. Takoj po odboju valovanja od zrcala so žarki vzporedni. Valovanje najprej potuje po snopu konstantnega preseka $A = \text{konst.}$. Na določeni razdalji se začne snop širiti.

Na velikih razdaljah se valovanje širi naprej v stožcu s konstantnim prostorskim kotom $\Omega = konst.$, ki je funkcija valovne dolžine in začetnega preseka snopa $\Omega \approx \lambda^2 / A$.

Mejo med geometrijsko (žarkovno) optiko in razširjanjem valovanja je postavil Lord Rayleigh leta 1891. Ker je prehod med obema področjema zvezen in zelo blag, je izbira meje odvisna od dopustne napake. Pri radijskih antenah običajno uporabljamo zelo strogo mejo za napako faze $\Delta \phi < \pi/8$, kar določa Rayleighjevo razdaljo $r = 2d^2/\lambda$.

Radijske antene običajno uporabljamo v Fraunhoferjevem področju daljnega polja $r > 2d^2/\lambda$. V Fraunhoferjevem področju se valovanje razširja v konstanten prostorski kot $\Omega = konst.$. Gostota pretoka moči upada s kvadratom razdalje $|\vec{S}| = \alpha r^{-2}$.

Običajne definicije smernega diagrama antene $F(\Theta, \Phi)$, smernosti antene D in dobitka antene G so smiselne samo v daljnem polju. Samo v daljnem polju velja Friisova enačba za izračun slabljenja radijske zveze. V daljnem polju lahko z anteno vzbudimo samo dva neodvisna rodova $m = 2$, dve med sabo pravokotni polarizaciji prečnega elektromagnetnega valovanja.

Fresnelovo področje $r < 2d^2/\lambda$ si najlažje predstavljamo z geometrijsko (žarkovno) optiko. V Fresnelovem področju lahko z enima ali več zrcali prenašamo sliko, sestavljeno iz mnogih neodvisnih slikovnih točk (pikslov). Vsaka neodvisna slikovna točka podpira še dve neodvisni, med sabo pravokotni polarizaciji.

V Fresnelovem področju je torej možen prenos množice med sabo neodvisnih rodov $m \gg 2$, ki prenašajo neodvisne informacije. Spektralna učinkovitost večrodovnega prenosa C/B je lahko izredno visoka. Ker se v Fresnelovem področju snop valovanja še ne razširja, lahko sprejemnik ujame večino moči oddajnika P .

Od vseh opisanih brezvrvičnih zvez je Fresnelovo področje najtežje izvedljivo. Uporaben domet dosežemo z velikimi antenami pri visokih frekvencah (majhen $\lambda = c_0/f$). Sodobna tehnika (2017) komaj dosega mejni primer $r \approx 2d^2/\lambda$, kjer tehnika MIMO (Multiple-In-Multiple-Out) omogoča nekoliko boljše spektralno učinkovitost C/B glede na zvezo v daljnem polju.

Ta učbenik skuša odgovoriti na izziv, kako poučevati radijske antene in

razširjanje radijskih valov na sodoben način. Od vseh vrst elektromagnetnih brezvrvičnih zvez danes ostajajo najpomembnejše radijske zveze v daljnem polju oziroma v Fraunhoferjevem področju. Na slednje so vezane številne definicije, ki jih moramo vzeti z razumevanjem, ko zaidemo v Fresnelovo področje ali celo v bližnje jalovo polje.

Antene in razširjanje valov zahtevajo dobro poznavanje osnov elektrotehnike in elektrodinamike. Jasne fizikalne slike nikakor ne more nadomestiti še tako dolgovezna in obremenjujoča matematična izpeljava. Računalniška simulacija je najslabša rešitev, ker ne uči teorije fizikalnega ozadja niti rezultatov ne preverja z meritvami.

Pri antenah in razširjanju valov postavlja fizika zahteve, ki pogosto niso skladne s smernicami sodobnega virtualnega sveta. Še najbolj samoumevna je primerjava radia z letalstvom. Letalo zahteva krila določenih izmer, da lahko preleti določeno pot. Radijska zveza zahteva antene določenih izmer, da lahko premosti določeno razdaljo.

Strogi zakoni fizike dopuščajo malo svobode. Višje od skromnih $h > 12\text{km}$ nad površjem Zemlje (potniško letalo) je danes omogočeno le redkim izbrancem. Potovanje izven Sončnega sistema ostaja znanstvena fantastika. Radijske antene ne moremo stlačiti v mikročip z nobeno tehnologijo. Nekatere ovire ostajajo za vedno nepremagljive za radijsko zvezo.

Končno, ko elektronska naprava dobi radijsko anteno, se naenkrat znajde v resničnem svetu motenj in nepredvidenih medsebojnih vplivov z drugimi napravami. Pogosto ne gre za načrtovalsko napako antene, pač pa za načrtovalsko napako elektronike oziroma celo napako programske opreme. Elektromagnetna združljivost oziroma EMC (Electro-Magnetic Compatibility) zahteva dobro poznavanje anten in razširjanja valov.

Elektromagnetno združljivost sicer urejajo strogi predpisi, ki naj bi omogočali sobivanje različnih naprav. Po drugi strani elektromagnetna združljivost ne more popraviti pomanjkljivosti strojne in programske opreme naše lastne naprave. Poznavanje anten in razširjanja valov je zato potrebno dosti širšemu krogu inženirjev od ozkega področja načrtovanja samih anten.

* * * * *

2. Krogelne koordinate

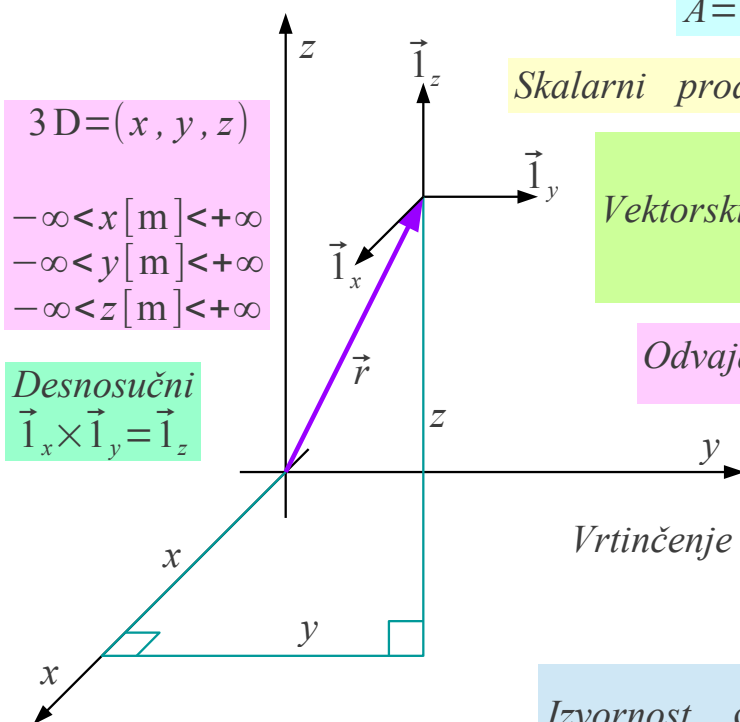
Večina nalog iz anten in razširjanje valov zahteva obravnavo v treh dimenzijah prostora. Tako skalarne kot vektorske veličine so funkcije časa in vseh treh dimenzij prostora. Ozkopasovne signale $B \ll f$ radia največkrat smemo v izračunih ponazoriti s harmonskim signalom ene same krožne frekvence $\omega = 2\pi f$, kar poenostavi časovne odvode v $\partial/\partial t = j\omega$.

Računanje s skalarnimi in vektorskimi funkcijami treh dimenzij prostora se da poenostaviti s koordinatnim sistemom, ki ima naslednje lastnosti:

- 1) tri dimenzije (3D),
- 2) pravokotnost med koordinatnimi osmi (pravokotni) in
- 3) vgrajeno pravilo desnega vijaka (desnosučni).

Od primernih koordinatnih sistemov je najpreprostejši kartezični koordinatni sistem:

Kartezične koordinate



$$3D = (x, y, z)$$

$$\begin{aligned} -\infty < x [\text{m}] < +\infty \\ -\infty < y [\text{m}] < +\infty \\ -\infty < z [\text{m}] < +\infty \end{aligned}$$

Desnosučni

$$\vec{i}_x \times \vec{i}_y = \vec{i}_z$$

Pravokotni

$$\vec{i}_x \perp \vec{i}_y \perp \vec{i}_z \perp \vec{i}_x$$

Komponente

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = \vec{i}_x A_x + \vec{i}_y A_y + \vec{i}_z A_z$$

Skalarni produkt $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

Vektorski produkt $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

Odvajanje $\nabla = \vec{i}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{i}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{i}_z \frac{\partial}{\partial z}$

Vrtinčenje $\text{rot } \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

Izvornost $\text{div } \vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$

Smerni odvod $\text{grad } T = \nabla T = \vec{i}_x \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{i}_y \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{i}_z \frac{\partial T}{\partial z}$

Kartezični koordinatni sistem ima tri ravne koordinatne osi. Vse tri koordinatne osi imajo merske enote razdalje, običajno so to metri $[m]$. Odvajanje po koordinatah torej pomeni neposredno odvajanje po razdaljah.

Spoštovanje vrstnega reda pisanja koordinat (x, y, z) ohranja desnosučnost.

Posebnost kartezičnega koordinatnega sistema so konstantni enotni smerni vektorji $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$, ki so neodvisni od položaja v prostoru $\vec{r} = (x, y, z)$. Pri računanju odvodov se smerniki $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema obnašajo kot konstante, kar znatno poenostavi računanje.

Odvajanje vektorskih in skalarnih funkcij v prostoru lahko zapišemo z operaterjem ∇ , ki ima v kartezičnih koordinatah preprost zapis. Vrtinčenje vektorskega polja tedaj računamo kot vektorski produkt

$$\text{rot } \vec{F}(\vec{r}) = \nabla \times \vec{F}(\vec{r}) \quad , \text{ izvornost vektorskega polja kot skalarni produkt}$$

$\text{div } \vec{F}(\vec{r}) = \nabla \cdot \vec{F}(\vec{r})$ in smerni odvod skalarnega polja kot produkt vektorja odvajanja s skalarjem $\text{grad } T(\vec{r}) = \nabla T(\vec{r})$.

Kartezični koordinatni sistem uporabimo tudi za opis oziroma definicijo vseh drugih 3D, pravokotnih in desnosučnih koordinatnih sistemov. Kartezični koordinatni sistem pogosto uporabljamo kot vmesno stopnjo pri pretvorbi poljubnega koordinatnega sistema v drugačen poljubni koordinatni sistem. Končno, ker so smerniki $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema konstantni vektorji, z njihovo pomočjo najbolj preprosto računamo odvode smernikov drugih koordinatnih sistemov.

Kartezični koordinatni sistem žal ni najprimernejši za opis točkastih virov valovanja, na primer katerekoli antene na velikih razdaljah $r \gg d$. Za takšno nalogo je najprimernejši krogelni koordinatni sistem. Najbolj znan krogelni koordinatni sistem je zemljepisni koordinatni sistem. Koordinate zemljepisna dolžina $\lambda [^\circ]$, zemljepisna širina $\phi [^\circ]$ in nadmorska višina $h [m]$ tvorijo v zaporedju (λ, ϕ, h) 3D, pravokotni in desnosučni koordinatni sistem.

Zemljepisni koordinatni sistem ima nekaj pomanjkljivosti. Zapis koordinat v stopinjah $[^\circ]$ prinaša nerodnosti pri odvajanju kotnih funkcij. Nadmorski višini je treba vsaj prišteti polmer Zemlje, če slednjo smemo poenostaviti kot kroglo s polmerom $R_Z \approx 6378 \text{ km}$.

Pri antenah pogosteje uporabljamo krogelni koordinatni sistem (r, Θ, Φ) , kjer je $r [m]$ oddaljenost od izhodišča v enotah razdalje (metri), $\Theta [\text{rd}]$ je polarna razdalja (kot) v radianih in $\Phi [\text{rd}]$ je zemljepisna dolžina (kot) v radianih. Krogelne koordinate pisane v zaporedju

(r, Θ, Φ) tvorijo 3D, pravokotni in desnosučni koordinatni sistem:

Krogelne koordinate (tečaj z)

Pretvorba $(r, \Theta, \Phi) \rightarrow (x, y, z)$

$$x = r \sin \Theta \cos \Phi$$

$$y = r \sin \Theta \sin \Phi$$

$$z = r \cos \Theta$$

$$\vec{1}_x = \vec{1}_r \sin \Theta \cos \Phi + \vec{1}_\Theta \cos \Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi$$

$$\vec{1}_y = \vec{1}_r \sin \Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Theta \cos \Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi$$

$$\vec{1}_z = \vec{1}_r \cos \Theta - \vec{1}_\Theta \sin \Theta$$

$$3D = (r, \Theta, \Phi)$$

$$0 \leq r [\text{m}] < +\infty$$

$$0 \leq \Theta [\text{rd}] \leq \pi$$

$$0 \leq \Phi [\text{rd}] < 2\pi$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$0 \leq \Theta \leq \pi \rightarrow \sin \Theta \geq 0$$

Pretvorba $(x, y, z) \rightarrow (r, \Theta, \Phi)$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\Theta = \arccos(z / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$$

$$\Phi = \arctan(y/x) \quad (\text{kvadrant?})$$

$$\vec{1}_r = \vec{1}_x \sin \Theta \cos \Phi + \vec{1}_y \sin \Theta \sin \Phi + \vec{1}_z \cos \Theta$$

$$\vec{1}_\Theta = \vec{1}_x \cos \Theta \cos \Phi + \vec{1}_y \cos \Theta \sin \Phi - \vec{1}_z \sin \Theta$$

$$\vec{1}_\Phi = -\vec{1}_x \sin \Phi + \vec{1}_y \cos \Phi$$

$$\text{Pravokotni} \quad \vec{1}_r \perp \vec{1}_\Theta \perp \vec{1}_\Phi \perp \vec{1}_r$$

$$\text{Desnosučni} \quad \vec{1}_r \times \vec{1}_\Theta = \vec{1}_\Phi$$

Severni tečaj $\Theta = 0$ krogelnega koordinatnega sistema najpogosteje izberemo v smeri osi $+z$ kartezičnega koordinatnega sistema. Ekvatorialna ravnina krogelnega koordinatnega sistema $\Theta = \pi/2$ tedaj ustreza ravnini xy oziroma $z = 0$ kartezičnega koordinatnega sistema. Oddaljenost od izhodišča $r \geq 0$ vzamemo vedno pozitivno ali enako nič. Polarna razdalja se giblje v mejah $0 \leq \Theta \leq \pi$ od severnega do južnega tečaja.

Vsi krogelni koordinatni sistemi so krivočrtni koordinatni sistemi. Poldnevnik in vzporednik sta krožni loki. Vsi trije smerni vektorji $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$ pri premikanju vzdolž poldnevnikov oziroma vzporednikov spreminjajo svojo smer! Smernike krogelnega koordinatnega sistema $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$ kot tudi obojestransko povezavo s smerniki kartezičnega koordinatnega sistema $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ je zato smiselno zapisati s kotnimi funkcijami polarne razdalje $\Theta [\text{rd}]$ in zemljepisne dolžine $\Phi [\text{rd}]$.

Ker smerniki krogelnega koordinatnega sistema $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$

niso konstante, operator odvajanja ∇ nima preprostega zapisa v krogelnih koordinatah. Poleg tega ∇ odreja po razdaljah, koordinati $\Theta[\text{rd}]$ in $\Phi[\text{rd}]$ pa nimata merskih enot razdalje! Pri izračunu odvodov v poljubnem krivočrtnem koordinatnem sistemu (q_1, q_2, q_3) si pomagamo z Laméjevimi koeficienti oziroma faktorji skale h_1 , h_2 in h_3 :

$$\text{Laméjevi koeficienti } (q_1, q_2, q_3) \quad h_i = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_i}\right)^2} \quad i=1,2,3$$

$$\text{Kroglne koordinate } (r, \Theta, \Phi) \quad h_r=1 \quad h_\Theta=r[\text{m/rd}] \quad h_\Phi=r \sin \Theta[\text{m/rd}]$$

Smerni odvod

$$\text{grad } T = \vec{1}_{q1} \frac{1}{h_1} \frac{\partial T}{\partial q_1} + \vec{1}_{q2} \frac{1}{h_2} \frac{\partial T}{\partial q_2} + \vec{1}_{q3} \frac{1}{h_3} \frac{\partial T}{\partial q_3} = \vec{1}_r \frac{\partial T}{\partial r} + \vec{1}_\Theta \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \Theta} + \vec{1}_\Phi \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial T}{\partial \Phi}$$

$$\begin{aligned} \text{Izvornost} \quad \text{div } \vec{F} &= \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial (h_2 h_3 F_1)}{\partial q_1} + \frac{\partial (h_1 h_3 F_2)}{\partial q_2} + \frac{\partial (h_1 h_2 F_3)}{\partial q_3} \right] = \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial (\sin \Theta F_\Theta)}{\partial \Theta} + \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial F_\Phi}{\partial \Phi} \end{aligned}$$

Vrtinčenje

$$\text{rot } \vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{1}_{q1} & h_2 \vec{1}_{q2} & h_3 \vec{1}_{q3} \\ \frac{\partial}{\partial q_1} & \frac{\partial}{\partial q_2} & \frac{\partial}{\partial q_3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{r^2 \sin \Theta} \begin{vmatrix} \vec{1}_r & r \vec{1}_\Theta & r \sin \Theta \vec{1}_\Phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \Theta} & \frac{\partial}{\partial \Phi} \\ F_r & r F_\Theta & r \sin \Theta F_\Phi \end{vmatrix}$$

Odvajanje v krogelnih koordinatah

V krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) je samo $h_r=1$ neimenovana konstanta. Ostala dva Laméjeva koeficienta h_Θ in h_Φ sta funkciji koordinat in imata merske enote $[\text{m/rd}]$, da pretvarjata radiane v metre.

Pretvorba merskih enot zadošča pri izračunu smernega odvoda. Pri izračunu izvornosti moramo odvajati tudi spreminjanje ploskvic v krivočrtnih koordinatah, pri izračunu vrtinčenja pa spreminjanje razdalj v krivočrtnih koordinatah. Pri izračunu izvornosti in vrtinčenja v krogelnih koordinatah zato odvajamo tudi Laméjeve koeficiente.

Pri praktični uporabi krogelnih koordinat skušamo zasukati koordinatni sistem tako, da je naloga rotacijsko simetrična okoli osi z oziroma neodvisna od zemljepisne dolžine $\partial/\partial \Phi=0$. Računanje se v tem primeru poenostavi v 2D nalogo koordinat (r, Θ) . Rotacijska simetrija pri tem ne

preprečuje, da vektorske veličine nimajo komponent vseh treh smereh $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$, le odvisnosti od tretje koordinate ni.

Inženir rešuje komplicirano nalogo tako, da jo razstavi v več manjših in bolj preprostih nalog. Rešitve slednjih na koncu sestavi v skupni rezultat. Večina preprostih nalog iz anten ima rotacijsko simetrijo, kar upoštevamo pri izbiri tečaja krogelnega koordinatnega sistema. Izbrani krogelni koordinatni sistem žal največkrat ne ustreza končnemu skupnemu rezultatu, ki mogoče nima nobene rotacijske simetrije.

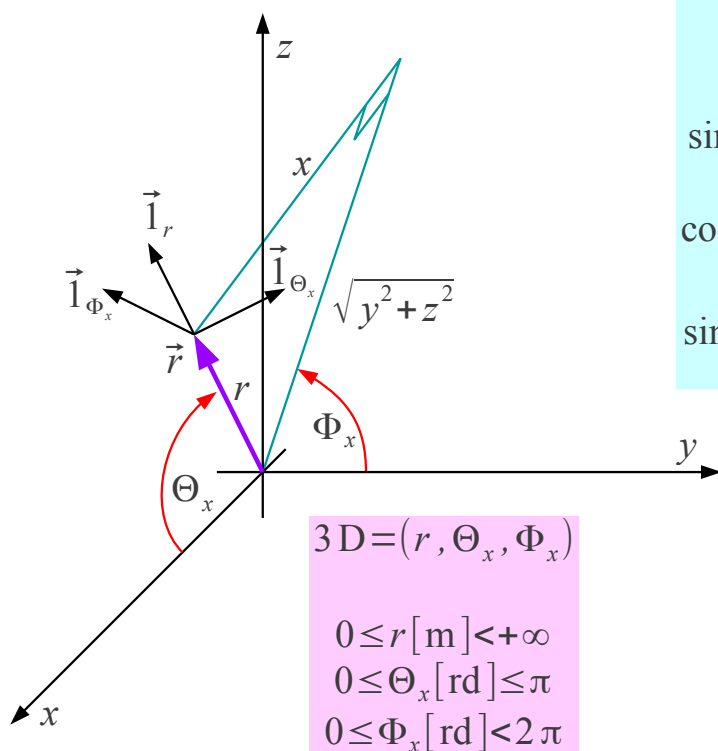
Reševanje sestavljenih nalog iz anten zahteva uporabo več različnih krogelnih koordinatnih sistemov, ki imajo večinoma sicer vsi skupno izhodišče, ampak različne tečaje. Tehnično zanimivi zgledi imajo osi rotacijske simetrije postavljene pod pravim kotom. Računanje torej potrebuje do tri različne krogelne koordinatne sisteme, ki imajo tečaje v smeri osi x oziroma y oziroma z .

Postopek reševanja opisanih nalog je naslednji. Krogelni koordinatni sistem (r, Θ, Φ) najprej zasukamo tako, da tečaj ustreza osi simetrije preproste antene. Preprosto nalogo rešimo v tem koordinatnem sistemu. Anteno nato zasukamo tako, kot to zahteva končna rešitev sestavljene naloge. Izračunano rešitev pretvorimo iz začasnih koordinat v dokončne koordinate.

Za reševanje praktičnih antenskih nalog je smiselno definirati dva nova krogelna koordinatna sistema (r, Θ_x, Φ_x) in (r, Θ_y, Φ_y) s severnim tečajem v smeri osi x oziroma y . V kartezičnih koordinatah opišemo isto s cikličnim zamikom koordinat (x, y, z) v (y, z, x) oziroma (z, x, y) , kar ohranja desnosučnost!

Krogelni koordinatni sistem (r, Θ_x, Φ_x) ima severni tečaj v smeri osi $+x$ in ekvatorialno ravnino yz oziroma $x=0$. Polarno razdaljo $\Theta_x[\text{rd}]$ merimo od osi $+x$ do smeri \vec{r} , zemljepisno dolžino $\Phi_x[\text{rd}]$ pa od osi $+y$ do projekcije \vec{r} na ravnino yz :

Kroglne koordinate - tečaj x



$$0 \leq \Theta_x \leq \pi \rightarrow \sin \Theta_x = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi} \geq 0$$

Pretvorba $(r, \Theta_x, \Phi_x) \rightarrow (r, \Theta, \Phi)$

$$\cos \Theta_x = \frac{x}{r} = \sin \Theta \cos \Phi$$

$$\sin \Theta_x = \frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{r} = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}$$

$$\cos \Phi_x = \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} = \frac{\sin \Theta \sin \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}}$$

$$\sin \Phi_x = \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} = \frac{\cos \Theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}}$$

Smerniki

$$\vec{1}_r = \vec{1}_r$$

$$\vec{1}_{\Theta_x} = \frac{-\vec{1}_{\Theta} \cos \Theta \cos \Phi + \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}}$$

$$\vec{1}_{\Phi_x} = \frac{-\vec{1}_{\Theta} \sin \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \cos \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi}}$$

Za koordinate (r, Θ_x, Φ_x) veljajo popolnoma enake zahteve kot za običajne krogelne koordinate (r, Θ, Φ) , le smer tečaja je drugačna. Koordinata r in pripadajoči smernik $\vec{1}_r$ sta popolnoma enaka v vseh krogelnih koordinatnih sistemih s skupnim izhodiščem.

Pretvorba rešitve iz koordinat (r, Θ_x, Φ_x) v koordinate (r, Θ, Φ) torej zahteva le pretvorbo kotov Θ_x in Φ_x ter pripadajočih smernikov $\vec{1}_{\Theta_x}$ in $\vec{1}_{\Phi_x}$ v pripadajoče veličine ciljnega koordinatnega sistema. Ker poznamo oboje-smerno povezavo obeh krogelnih koordinatnih sistemov (r, Θ_x, Φ_x) in (r, Θ, Φ) s kartezičnim koordinatnim sistemom (x, y, z) , koordinate in smernike v vmesnem koraku pretvorimo v pripadajoče kartezične veličine.

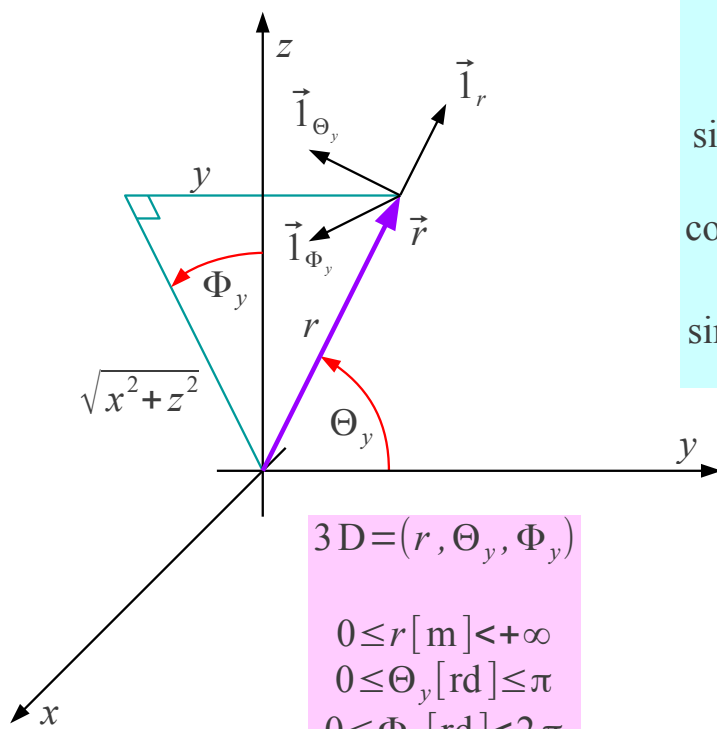
Rezultat antenske naloge (r, Θ_x, Φ_x) je običajno izražen s kotnimi funkcijami $\sin \Theta_x$, $\cos \Theta_x$, $\sin \Phi_x$ in $\cos \Phi_x$, zato je smiselno izraziti slednje s kotnimi funkcijami $\sin \Theta$, $\cos \Theta$, $\sin \Phi$ in $\cos \Phi$ ciljnih koordinat (r, Θ, Φ) . Območje krogelnih koordinat zahteva

$$\sin \Theta_x = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \cos^2 \Phi} \geq 0, \text{ torej predznak korena ni vprašljiv! Podobno}$$

je smiselno izraziti smernika $\vec{1}_{\Theta_x}$ in $\vec{1}_{\Phi_x}$ s smernikoma $\vec{1}_{\Theta}$ in $\vec{1}_{\Phi}$, saj ležijo vsi štirje omenjeni smerniki v isti ravnini, pravokotni na smer $\vec{1}_r$!

Krogelni koordinatni sistem (r, Θ_y, Φ_y) ima severni tečaj v smeri osi $+y$ in ekvatorialno ravnino xz oziroma $y=0$. Polarno razdaljo $\Theta_y[\text{rd}]$ merimo od osi $+y$ do smeri \vec{r} , zemljepisno dolžino $\Phi_y[\text{rd}]$ pa od osi $+z$ do projekcije \vec{r} na ravnino xz :

Krogelne koordinate - tečaj y



$$0 \leq \Theta_y \leq \pi \rightarrow \sin \Theta_y = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi} \geq 0$$

Pretvorba $(r, \Theta_y, \Phi_y) \rightarrow (r, \Theta, \Phi)$

$$\begin{aligned} \cos \Theta_y &= \frac{y}{r} = \sin \Theta \sin \Phi \\ \sin \Theta_y &= \frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{r} = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi} \\ \cos \Phi_y &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{\cos \Theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}} \\ \sin \Phi_y &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{\sin \Theta \cos \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}} \end{aligned}$$

Smerniki

$$\begin{aligned} \vec{1}_r &= \vec{1}_r \\ \vec{1}_{\Theta_y} &= \frac{-\vec{1}_{\Theta} \cos \Theta \sin \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}} \\ \vec{1}_{\Phi_y} &= \frac{\vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \sin \Phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi}} \end{aligned}$$

Koordinata r in pripadajoči smernik $\vec{1}_r$ sta popolnoma enaka v vseh krogelnih koordinatnih sistemih s skupnim izhodiščem (r, Θ_x, Φ_x) , (r, Θ_y, Φ_y) in (r, Θ, Φ) . Kotne funkcije $\sin \Theta_y$, $\cos \Theta_y$, $\sin \Phi_y$ in $\cos \Phi_y$ koordinat (r, Θ_y, Φ_y) je smiselno izraziti slednje s kotnimi funkcijami $\sin \Theta$, $\cos \Theta$, $\sin \Phi$ in $\cos \Phi$ ciljnih koordinat (r, Θ, Φ) . Območje krogelnih koordinat zahteva

$\sin \Theta_y = \sqrt{1 - \sin^2 \Theta \sin^2 \Phi} \geq 0$, torej predznak korena ni vprašljiv! Podobno je smiselno izraziti smernika $\vec{1}_{\Theta_y}$ in $\vec{1}_{\Phi_y}$ s smernikoma $\vec{1}_{\Theta}$ in $\vec{1}_{\Phi}$, saj ležijo vsi štirje omenjeni smerniki v isti ravnini, pravokotni na smer $\vec{1}_r$!

Ko reševanje naloge zahteva dva različna krogelna koordinatna sistema z različnima izhodiščema, je edina smotrna pot preračunavanje preko vmesnih kartezičnih koordinat (x, y, z) .

* * * * *

3. Osnovni viri sevanja

Pojave mirujočih električnih nabojev opisuje elektrostatika. Relativistika zahteva dodatne pojave enakomerno gibajočih električnih nabojev, kar običajno imenujemo magnetostatika. Relativistika še dodatno zahteva, da pospešeni električni naboji sevajo elektromagnetno valovanje. Pospešeno gibanje vključuje tudi kroženje oziroma nihanje.

Gibanje elektronov predstavlja prevodniški tok oziroma konvektivni tok. Hitrost gibanja $\vec{v} \neq 0$ mora biti dovolj velika, da magnetne pojave sploh opazimo v ozadju elektrostatike. Preprost primer pospešenega gibanja sta izmenični prevodniški tok oziroma izmenični konvektivni tok. Frekvenca izmeničnega toka $\omega \neq 0$ mora biti dovolj visoka, da elektromagnetno sevanje sploh opazimo v ozadju elektrostatike in magnetostatike.

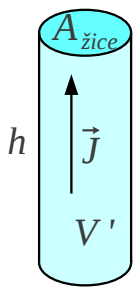
Pojav sevanja elektromagnetnega valovanja razložimo na preprostih osnovnih virih sevanja. Izbrani zgledi so sicer neučinkovite antene, ker so majhni $d \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino, na primer Teslov transformator ali feritna antena. Večje ter predvsem bolj učinkovite antene sestavimo iz vsote številnih majhnih osnovnih virov sevanja oziroma integrala diferencialno majhnih osnovnih virov sevanja.

Preprosti zgledi električno majhnih anten so torej osnovni viri sevanja. Delovanje slednjih moramo natančno preučiti, da lahko razumemo delovanje vseh večjih anten. Osnovni vir sevanja postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) in ga zasukamo tako, da je obravnava najenostavnejša. Osnovni viri sevanja običajno omogočajo rotacijsko simetrijo $\partial/\partial\Phi = 0$, da so vse veličine funkcija samo preostalih dveh krogelnih koordinat r in Θ .

Zelo pomemben osnovni vir sevanja je tokovni element, to je kratek košček kovinske žice dolžine h s prevodniškim tokom I . Statično magnetno polje tokovnega elementa opisuje Biot-Savartov zakon. V njegovi izvorni obliki Jean-Baptiste Biot in Félix Savart leta 1820 nista upoštevala elektromagnetnega sevanja.

Točno magnetno polje tokovnega elementa izračunamo v elektrodinamiki preko računskega obrazca za zakasneni vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$. Tokovni element postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) in žico usmerimo v os z za rotacijsko simetrijo $\partial/\partial\Phi = 0$. Prevodniški tok I ponazorimo z vektorjem gostote toka

$\vec{J}(\vec{r}')$ v prostornini žice V' :



$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$

$$\vec{J}(\vec{r}') = \vec{1}_z \frac{I}{A_{\text{žice}}}$$

$$dV' = A_{\text{žice}} dz'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \vec{1}_z I \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dz'$$

Poenostavitve:

$$(1) \quad h \ll r \rightarrow \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx \frac{1}{r}$$

$$(2) \quad h \ll \lambda = \frac{2\pi}{k} \rightarrow e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx e^{-jkr}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_z \frac{\mu I h}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} = (\vec{1}_r \cos \Theta - \vec{1}_\Theta \sin \Theta) \frac{\mu I h}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$\vec{1}_z = \vec{1}_r \cos \Theta - \vec{1}_\Theta \sin \Theta$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_\Phi \frac{I h}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta$$

Sevanje

Biot-Savart

Tokovni element

Pri računu upoštevamo poenostavitve, da je žica h kratka in njen presek $A_{\text{žice}}$ še manjši. Tokovni element je kratek $h \ll r$ v primerjavi z oddaljenostjo točke opazovanja in hkrati kratek $h \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. Slednji pogoj omogoča doseganje skoraj konstantne gostote toka $\vec{J}(\vec{r}') = \text{konst.}$ tudi v praktični napravi. Znameniti Teslov transformator popolnoma ustreza vsem omenjenim zahtevam!

Poenostavitev $h \ll r$ dopušča, da pri integraciji zanemarimo spreminjanje amplitude v integralu. Poenostavitev $h \ll \lambda$ dopušča, da pri integraciji zanemarimo spreminjanje faze v integralu. Obe poenostavitvi skupaj dopuščata, da integral po prostornini žice V' zamenjamo s preprostim produktom veličin. V končnem rezultatu za vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ moramo samo še zamenjati smernik $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema (x, y, z) s smerniki krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) .

Magnetno poljsko jakost $\vec{H}(\vec{r}) = 1/\mu \text{rot } \vec{A}(\vec{r})$ dobimo po definiciji z

izračunom vrtnčenja vektorskega potenciala. Končni rezultat pogosto imenujemo tudi razširjeni oziroma dopolnjeni Biot-Savartov zakon. Poleg samoumevne zakasnitve e^{-jkr} omejene hitrosti svetlobe in statičnega člena $1/r^2$ izvirnega Biot-Savartovega zakona vsebuje točen rezultat še sevalni člen jk/r v elektrodinamiki!

V magnetostatiki $\omega=0$ izgineta oba: fazni zasuk zakasnitve in sevalni člen zaradi $k=\omega\sqrt{\mu\epsilon}=0$. Izvirni Biot-Savartov zakon torej natančno velja v magnetostatiki in ostaja uporaben pri nizkih frekvencah na majhnih razdaljah. Pri visokih frekvencah oziroma na velikih razdaljah postane sevalni člen jk/r znatno večji od statičnega člena $1/r^2$.

Izvirni Biot-Savartov zakon velja samo v primeru, ko več odsekov žice sestavimo v sklenjeno zanko, saj električni tok ne more iz nič izvirati niti v nič ponirati. Izvirni Biot-Savartov zakon nič ne govori o električnem polju $\vec{E}(\vec{r})$, saj to ni stvar magnetostatike. Izračun $\vec{E}(\vec{r})=1/j\omega\epsilon \text{rot } \vec{H}(\vec{r})$ po Ampèrovem zakonu v okolici žice brez tokov $\vec{J}(\vec{r})=0$ daje rezultat:

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{j\omega\epsilon}\text{rot } \vec{H}=\frac{Ih}{4\pi j\omega\epsilon}e^{-jkr}\left[\vec{1}_r\left(\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)2\cos\Theta+\vec{1}_\Theta\left(-\frac{k^2}{r}+\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)\sin\Theta\right]$$

Zveznost
toka/elektrine
 $I=j\omega Q$

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{Qh}{4\pi}e^{-jkr}\left[\vec{1}_r\left(\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)2\cos\Theta+\vec{1}_\Theta\left(-\frac{k^2}{r}+\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)\sin\Theta\right]$$

$$\frac{1}{\omega\epsilon}=\frac{1}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}=\frac{Z}{k}$$

Točkasti statični električni dipol

$$\vec{S}(\vec{r})=\frac{1}{2}\vec{E}(\vec{r})\times\vec{H}(\vec{r})^*=\frac{|I|^2h^2Z}{32\pi^2k}\left[\vec{1}_r\left(\frac{k^3}{r^2}-\frac{j}{r^5}\right)\sin^2\Theta+\vec{1}_\Theta\left(\frac{jk^2}{r^3}+\frac{j}{r^5}\right)2\cos\Theta\sin\Theta\right]$$

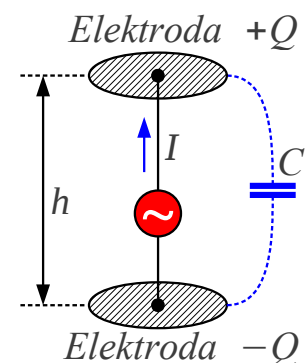
Sevanje

$$P=\oint_{r\rightarrow\infty}\vec{S}(\vec{r})\cdot\vec{1}_r r^2\sin\Theta d\Theta d\Phi=\frac{|I|^2h^2Zk^2}{12\pi}$$

$$R_s=\frac{2P}{|I|^2}=\frac{Zk^2h^2}{6\pi}=\frac{2\pi Z}{3}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

Dinamični električni dipol

$$h\ll\lambda\rightarrow R_s\ll\frac{1}{\omega C}$$



V točni obravnavi elektrodinamike zveznost toka in elektrine zahteva,

da izvor toka povzroči primanjkljaj elektrine, ponor toka pa kopičenje elektrine na koncu žice $I = dQ/dt = j\omega Q$. Če v izpeljanem izrazu za električno polje nadomestimo tok s pripadajočo elektrino na koncu žice, dobimo polje točkastega električnega dipola. V neposredni bližini naprave sta statična člena polja električnega dipola izredno velika.

Električno polje $|\vec{E}(\vec{r})| \gg Z|\vec{H}(\vec{r})|$ je v bližini vira dosti večje od magnetnega polja v merilu valovne impedance prostora $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Čeprav izpeljava začenja z Biot-Savartovim zakonom za magnetno polje, je tokovni element v resnici točkasti dinamični električni dipol. Poskus potrjuje teorijo: Teslov transformator proizvaja v svoji neposredni okolici ogromno električno polje in čudovite iskre.

Kaj pomenijo različni členi električnega in magnetnega polja nam nazorno opiše Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$. Sevalni členi električnega in magnetnega polja dajejo od nič različno $\text{Re}[\vec{S}(\vec{r})] \neq 0$ realno komponento Poyntingovega vektorja. Slednja pomeni delovno moč, ki se iz vira širi v prostor v neskončnost.

Elektrostatika oziroma magnetostatika dopuščata samo jalovo moč, električno oziroma magnetno energijo, ki niha v okolici naprave. Opisana delovna moč $P(r \rightarrow \infty)$, ki se širi v neskončnost in se nikoli več ne vrne, nima razlage niti v elektrostatiki niti v magnetostatiki. Novi pojav imenujemo elektromagnetno sevanje in je posledica pospešenega gibanja elektronov.

Praktično napravo izdelamo tako, da oba konca žice zaključimo na kovinskih elektrodah ("kapa" Teslovega transformatorja). Kapacitivnost med elektrodama omogoča, da po žici poženemo tok z izmeničnim generatorjem. Tudi če izdelamo žico iz superprevodnika brez električne upornosti, generator občuti poleg reaktivne impedance kondenzatorja $X_C = -1/\omega C$ tudi povsem delovno sevalno upornost $R_S > 0$. Slednja ne pomeni pretvarjanja električne moči v toploto, pač pa zagotavlja moč elektromagnetnemu sevanju, ki se širi v prostor v neskončnost.

Pri majhnih napravah $h \ll \lambda$ je sevalna upornost $R_S \ll |X_C|$ zelo majhna v primerjavi z jalovo impedanco kondenzatorja. Nikola Tesla je kapacitivnost kompenziral z induktivnostjo sekundarnega navitja transformatorja na rezonančni frekvenci $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Upornost navitja

$R_{Cu} \gg R_S$ je za več velikostnih razredov višja od sevalne upornosti, da slednje ni moč opaziti kaj šele izmeriti. Teslov transformator večino električne moči pretvori v toploto v navitjih oziroma jo odda porabnikom v neposredni bližini preko kapacitivnega sklopa, seva pa zelo malo!

Nekoliko drugačen osnovni vir sevanja je majhna $\sqrt{A'} \ll \lambda$ krožna tokovna zanka iz kovinske žice s prevodniškim tokom I . Točno magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ tokovne zanke izračunamo v elektrodinamiki preko računskega obrazca za zakasneni vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$. Krožno zanko postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) v ravnino xy tako, da os zanke sovpada z osjo z za rotacijsko simetrijo $\partial/\partial\Phi=0$. Prevodniški tok I ponazorimo z vektorjem gostote toka $\vec{J}(\vec{r}')$ v prostornini žice V' :

Tokovna zanka

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{(r \sin \Theta \cos \Phi - a \cos \Phi')^2 + (r \sin \Theta \sin \Phi - a \sin \Phi')^2 + (r \cos \Theta)^2}$$

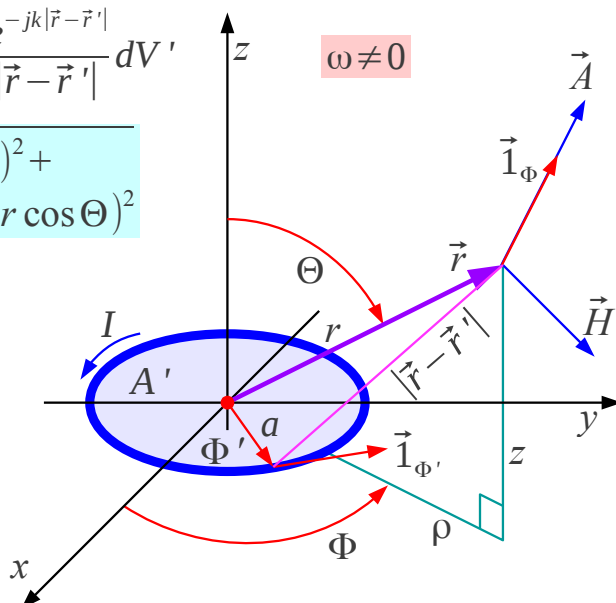
$$\vec{J}(\vec{r}') = \vec{1}_{\Phi'} \frac{I}{A_{\text{žice}}}$$

$$dV' = A_{\text{žice}} a d\Phi'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \vec{1}_{\Phi'} I \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} a d\Phi'$$

$$\vec{1}_{\Phi'} = -\vec{1}_x \sin \Phi' + \vec{1}_y \cos \Phi'$$

$$-\vec{1}_x \sin \Phi + \vec{1}_y \cos \Phi = \vec{1}_{\Phi}$$



$$\omega \neq 0$$

Poenostavitve:

$$(1) \quad a \ll r \rightarrow \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx \frac{1}{r} \left[1 + \frac{a}{r} \sin \Theta \cos(\Phi - \Phi') \right]$$

$$(2) \quad a \ll \lambda \rightarrow e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx e^{-jkr} \left[1 + jka \sin \Theta \cos(\Phi - \Phi') \right]$$

Površina zanke

$$A' = \pi a^2$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_{\Phi} \frac{\mu}{4\pi} I (\pi a^2) e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta = \vec{1}_{\Phi} \frac{\mu}{4\pi} I A' e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta$$

Pri računu upoštevamo poenostavitve, da je krožna zanka polmera a majhna in presek žice $A_{\text{žice}}$ še manjši. Tokovna zanka je kratka $a \ll r$ v primerjavi z oddaljenostjo točke opazovanja in hkrati kratka $a \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. Slednji pogoj omogoča doseganje skoraj konstantne gostote toka $\vec{J}(\vec{r}') = \text{konst.}$ tudi v praktični napravi.

Poenostavitev $a \ll r$ dopušča, da pri integraciji poenostavimo spreminjanje amplitude v integralu na dva največja člena vrste. Poenostavitev $a \ll \lambda$ dopušča, da pri integraciji poenostavimo spreminjanje faze v

integralu na dva največja člena vrste. Smernik $\vec{1}_{\Phi'} = -\vec{1}_x \sin \Phi' + \vec{1}_y \cos \Phi'$ zapišemo s konstantnima smernikoma kartezičnega koordinatnega sistema (x, y, z) , da vse integrirane veličine vsebujejo le kotne funkcije integracijske spremenljivke Φ' .

V končnem rezultatu integracije se največji členi natančno izničijo. Rezultat pretvorimo iz kartezičnih smernikov $-\vec{1}_x \sin \Phi + \vec{1}_y \cos \Phi = \vec{1}_{\Phi}$ nazaj na smernik zemljepisne dolžine Φ krogelnih koordinat. Ko veljata obe poenostavitvi $a \ll r$ in $a \ll \lambda$ ter je tok v zanki $I = konst.$ konstanten, je končni rezultat za vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ odvisen le od površine zanke $A' = \pi a^2$, popolnoma nič pa od njene oblike. Krožna, kvadratna, trikotna ali šest-oglatna zanka enake površine dajejo enak rezultat!

Magnetno poljsko jakost $\vec{H}(\vec{r}) = 1/\mu \text{rot } \vec{A}(\vec{r})$ dobimo po definiciji z izračunom vrtinčenja vektorskega potenciala. Rezultat ustreza polju točkastega dinamičnega magnetnega dipola:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A}(\vec{r}) = \frac{IA'}{4\pi} e^{-jkr} \left[\vec{1}_r \left(\frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) 2 \cos \Theta + \vec{1}_{\Theta} \left(-\frac{k^2}{r} + \frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \sin \Theta \right]$$

Sevanje
Točkasti statični magnetni dipol

$$\rho(\vec{r}') = 0 \rightarrow \text{grad } V(\vec{r}) = 0 \rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = -j\omega \vec{A}(\vec{r}) \quad \omega \mu = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = k Z$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{1}_{\Phi} \frac{j\omega \mu I A'}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \Theta = \vec{1}_{\Phi} \frac{Z I A'}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{k^2}{r} - \frac{jk}{r^2} \right) \sin \Theta$$

$$\vec{S}(\vec{r}) = \frac{|I|^2 (A')^2 Z}{32\pi} \left[\vec{1}_r \left(\frac{k^4}{r^2} + \frac{jk}{r^5} \right) \sin^2 \Theta - \vec{1}_{\Theta} \left(\frac{jk^3}{r^3} + \frac{jk}{r^5} \right) 2 \cos \Theta \sin \Theta \right]$$

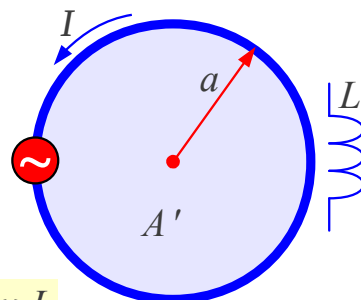
Sevanje

$$P = \oint_{r \rightarrow \infty} \vec{S}(\vec{r}) \cdot \vec{1}_r r^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi = \frac{|I|^2 (A')^2 Z k^4}{12\pi}$$

$$R_s = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{Z k^4 (A')^2}{6\pi} = \frac{8\pi^3 Z}{3} \left(\frac{A'}{\lambda^2} \right)^2$$

Dinamični magnetni dipol

$$\sqrt{A'} \ll \lambda \rightarrow R_s \ll \omega L$$



Ker v sklenjeni zanki konstanten tok nikjer ne izvira niti ponira, na zanki ni mirujočih elektron. Smerni odvod skalarne potenciala $\text{grad } V(\vec{r}) = 0$ je

povsod v prostoru enak nič. Električno poljsko jakost $\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega \vec{A}(\vec{r})$ preprosto dobimo zgolj iz vektorskega potenciala tokovne zanke.

Magnetno polje $|\vec{H}(\vec{r})| \gg |\vec{E}(\vec{r})|/Z$ je v bližini vira dosti večje od električnega polja v merilu valovne impedance prostora $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Kaj pomenijo različni členi električnega in magnetnega polja nam tudi v primeru zanke nazorno opiše Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$. Statična člena magnetnega polja opisujeta magnetno energijo, ki niha v neposredni okolici naprave.

Sevalni členi električnega in magnetnega polja dajejo od nič različno $\text{Re}[\vec{S}(\vec{r})] \neq 0$ realno komponento Poyntingovega vektorja. Delovna moč $P(r \rightarrow \infty)$, ki se iz vira širi v prostor v neskončnost, zahteva od nič različno sevalno upornost $R_s > 0$ tokovne zanke. Majhna $\sqrt{A'} \ll \lambda$ tokovna zanka ima razmeroma veliko induktivno reaktivno impedanco $\omega L \gg R_s$ v primerjavi s sevalno upornostjo.

Praktično napravo izdelamo kot tuljavo velikega preseka A' z N ovoji. Sevalna upornost $R_s = N^2 R_{s1}$ se pri tem povečuje s kvadratom števila ovojov. Induktivna reaktanca tuljave $X_L = \omega L = N^2 \omega L_1$ se prav tako povečuje s kvadratom števila ovojov.

Višja induktivnost tuljave omogoča uporabo manjšega nastavljivega kondenzatorja za ugaševanje na rezonančno frekvenco $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Ker je upornost navitja tuljave $R_{cu} = N R_{cu1}$ le premo-sorazmerna številu ovojov, z večanjem števila ovojov narašča kvaliteta tuljave $Q = \omega L / R_{cu} \approx N Q_1$. Z večanjem števila ovojov narašča tudi sevalni izkoristek $\eta = R_s / (R_{cu} + R_s)$.

V obdobju med obema svetovnima vojnoma v 20. stoletju se je uveljavila okvirna antena za sprejem srednje-valovnih oddajnikov. Okvirna antena je velika tuljava $A' \approx 1\text{m}^2$, ki hkrati deluje kot prvi nihajni krog, frekvenčno sito v preprostem sprejemniku z vakuumskimi elektronkami. Ker je okvirna antena magnetni dipol, je manj občutljiva na električno polje motilcev v neposredni bližini.

Pri sprejemu pokončno polariziranega elektromagnetnega valovanja ima okvirna antena dva ostra in točno določena minimuma (ničli) sprejema v vodoravni ravnini. Slednji pojav lahko koristno uporabimo tako, da z obračanjem antene izločimo motnje neželenega oddajnika. Z okvirno anteno se začena tudi radiolokacija, iskanje skritega oddajnika in radionavigacija z

radijskim kompasom:

$$R_s = \frac{Z k^4 (N A')^2}{6 \pi} = \frac{8 \pi^3 Z}{3} \left(\frac{N A'}{\lambda^2} \right)^2$$

$$f \approx 300 \text{ kHz}$$

$$A' \approx 1 \text{ m}^2$$

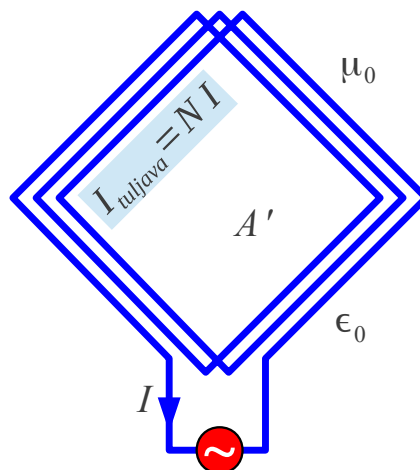
$$N \approx 10$$

Zrak

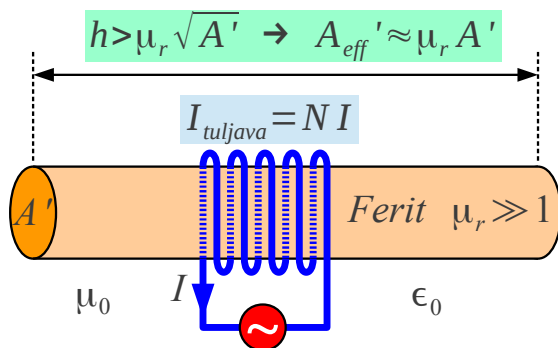
$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

$$\lambda = c_0 / f = 1 \text{ km}$$

$$R_s \approx 3.1 \mu \Omega$$



Okvirna antena ~1930



Feritna antena ~1970

$$R_s = \frac{Z k^4 (\mu_r N A')^2}{6 \pi} = \frac{8 \pi^3 Z}{3} \left(\frac{\mu_r N A'}{\lambda^2} \right)^2$$

$$f \approx 1 \text{ MHz}$$

$$A' \approx 1 \text{ cm}^2$$

$$h \approx 20 \text{ cm}$$

$$\mu_r \approx 100$$

$$N \approx 30$$

Zrak

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

$$\lambda = c_0 / f = 300 \text{ m}$$

$$R_s \approx 0.35 \mu \Omega$$

Sodobna izvedba okvirne antene za srednje valove je feritna antena v tranzistorskih radijskih sprejemnikih. V frekvenčnem področju srednjih valov razpoložljivi feriti dosegajo relativno permeabilnost $\mu_r \approx 100$, kar omogoča 100-krat manjšo površino zanke.

Sevalna upornost tokovne zanke je izredno majhna, saj upada kar s četrto potenco valovne dolžine $R_s = \alpha \lambda^{-4}$. Sevalna upornost praktične okvirne antene oziroma praktične feritne antene je v razredu $[\mu \Omega]$. Kljub slabemu sevalnemu izkoristku je okvirna antena uporabna za sprejem srednjih valov, saj je v tem frekvenčnem pasu naravni šum za več velikostnih razredov večji od šuma vakuumskih elektronk. Polprevodniki imajo še nižji šum od vakuumskih elektronk, kar omogoča uporabo še manjše feritne sprejemne antene s še slabšim sevalnim izkoristkom od okvirne antene.

Tokovni element in tokovna zanka sta dualna zгледа. Električno polje tokovnega elementa ima zelo podobno obliko magnetnemu polju tokovne zanke. Oba vsebujeta člene velikosti k^2/r (sevanje), k/r^2 in $1/r^3$ (statika) v merskih enotah $[\text{m}^{-3}]$. Na majhnih razdaljah $kr \ll 1$ oziroma

$r \ll 1/k = \lambda/2\pi = c_0/\omega$ je največji statični člen $1/r^3$. Tokovni element se na majhnih razdaljah obnaša kot točkasti statični električni dipol. Tokovna zanka se na majhnih razdaljah obnaša kot točkasti statični magnetni dipol.

Magnetno polje tokovnega elementa ima zelo podobno obliko električnemu polju tokovne zanke. Oba vsebujeta člene velikosti k/r (sevanje) in $1/r^2$ (Biot-Savart) v merskih enotah $[m^{-2}]$. Na razdalji $kr=1$ oziroma $r=1/k=\lambda/2\pi=c_0/\omega$ postanejo vsi členi poljubnega polja obeh osnovnih virov enako veliki.

Pri omrežni frekvenci $f=50\text{Hz}$ z valovno dolžino $\lambda=6000\text{km}$ v praznem prostoru postanejo členi enako veliki na razdalji $r=955\text{km}$. V elektroenergetiki večinoma povsem zadoščajo računanje s statičnimi členi. Vsi ostali členi vključno s sevanjem so zanemarljivo majhni.

Pri frekvenci vidne (zelene) svetlobe $f=600\text{THz}$ z valovno dolžino $\lambda=0.5\mu\text{m}$ v praznem prostoru postanejo členi enako veliki na razdalji $r=80\text{nm}$. V optiki večinoma povsem zadošča računanje s sevanjem. Vsi ostali členi vključno s statiko so zanemarljivo majhni.

Pri frekvenci radijske zveze $f=900\text{MHz}$ z valovno dolžino $\lambda=33\text{cm}$ v praznem prostoru postanejo vsi členi enako veliki na razdalji $r=5.3\text{cm}$. Pri mobilnem telefonu moramo biti previdni, kdaj smemo uporabljati samo sevanje, kdaj smemo uporabljati samo statiko oziroma kdaj moramo uporabljati točen izračun elektromagnetnega polja z vsemi členi!

Na velikih razdaljah $kr \gg 1$ oziroma $r \gg 1/k = \lambda/2\pi = c_0/\omega$ prevladuje sevanje kateregakoli osnovnega vira. Vsi ostali členi postanejo zanemarljivo majhni. Poenostavitve za sevanje niso zgolj matematični artefakt, pač pa imajo globlji fizikalni pomen in so nujne za razumevanje delovanja anten in pojavov pri razširjanju radijskih valov.

Elektromagnetno sevanje računamo preko enačb v diferencialni obliki, ki vsebujejo odvajanja v prostoru v obliki smernih odvodov, izvornosti in vrtinčenj. Kako praktično računamo odvode v krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$?

Točen zapis potencialov oziroma polja vsebuje člene oblike $r^{-n} e^{-jkr}$, kjer je eksponent $n=1,2,3$. Na velikih razdaljah prevladajo členi z $n=1$. Členi z $n \geq 2$ ali več tam postanejo zanemarljivo majhni. Odvajanje po razdalji prinese:

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^{-n} e^{-jkr}) = -n r^{-(n+1)} e^{-jkr} - jk r^{-n} e^{-jkr} \approx -jk r^{-n} e^{-jkr}$$

Pri točnem izračunu odvoda produkta smemo prvi člen zanemariti, saj upada z razdaljo bistveno hitreje od drugega člena. Na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ se odvajanje po razdalji poenostavi v $\partial/\partial r \approx -jk$.

Odvajanje po smereh Θ oziroma Φ sicer ni enako nič. Pri izračunu smernega odvoda, izvornosti oziroma vrtinčenja odvajamo po razdaljah v smereh vseh treh koordinat. Laméjevi koeficienti h_Θ in h_Φ tedaj dodajo člen $1/r$ vsem odvodom po smereh. Odvodi po smereh zato postanejo na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ zanemarljivo majhni v primerjavi z odvodom po razdalji!

Fizikalna razlaga opisanih pojavov z matematičnimi odvodi je naslednja. Pri antenah in razširjanju valov imamo največkrat opraviti s kazalčno vsoto prispevkov istega velikostnega razreda. Pri tem se na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ amplituda posameznih prispevkov spreminja zelo počasi, saj so relativne spremembe razdalje zelo majhne v primerjavi z absolutno razdaljo.

Obratno se faza tudi na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ lahko hitro spreminja z razdaljo $\Delta\phi = k \Delta r = (2\pi/\lambda) \Delta r$, saj je hitrost spreminjanja odvisna od valovne dolžine, ne pa od absolutne vrednosti razdalje. V nalogah anten in razširjanja valov je spreminjanje faze daleč najpomembnejši podatek. Spreminjanje amplitude smemo pogosto zanemariti!

Smerni odvod, izvornost in vrtinčenje računamo s simboličnim vektorjem odvajanja ∇ , ki žal ima enostaven zapis samo v kartezičnih koordinatah (x, y, z) . Pri upoštevanju poenostavitev na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ se odvajanje silno poenostavi celo v krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) . Odličen približek za simbolični vektor odvajanja postane preprosto $\nabla = \vec{1}_r (-jk)$, kar je še dosti bolj enostavno od kartezičnih koordinat (x, y, z) :

Poenostavitve za sevanje

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$r \gg \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi} \rightarrow \frac{\partial}{\partial r} \approx -jk \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \Theta} \approx 0 \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \Phi} \approx 0 \quad \nabla \approx \hat{\mathbf{r}}(-jk)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \approx -\frac{jk}{\mu} \hat{\mathbf{r}} \times \vec{A} = -\frac{j\omega}{Z} \hat{\mathbf{r}} \times \vec{A} = \hat{\mathbf{r}}_{\Theta} \frac{j\omega}{Z} A_{\Phi} - \hat{\mathbf{r}}_{\Phi} \frac{j\omega}{Z} A_{\Theta}$$

$$\text{Lorenz } j\omega\mu \epsilon V + \text{div } \vec{A} = 0 \rightarrow V = \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \vec{A} \approx \frac{j}{\omega\mu\epsilon} (-jk) A_r = \frac{k A_r}{\omega\mu\epsilon} = \frac{A_r}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$\vec{E} = -j\omega \vec{A} - \nabla V \approx -j\omega \vec{A} + jk \hat{\mathbf{r}} \frac{A_r}{\omega\mu\epsilon} = -j\omega \left[\vec{A} - \hat{\mathbf{r}} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{A}) \right] = -j\omega \left[\hat{\mathbf{r}}_{\Theta} A_{\Theta} + \hat{\mathbf{r}}_{\Phi} A_{\Phi} \right]$$

$$\text{Gauss } \frac{\rho}{\epsilon} = 0 = \nabla \cdot \vec{E} \approx -jk \hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{E} = -jk E_r \quad 0 = \nabla \cdot \vec{H} \approx -jk \hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{H} = -jk H_r$$

$$\text{Sevano polje } \hat{\mathbf{r}}_r \perp \vec{H} \perp \vec{E} \perp \hat{\mathbf{r}}_r \quad E_r = 0 \quad H_r = 0 \quad \frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$$

$$\text{Faraday } \vec{H} = \frac{j}{\omega\mu} \text{rot } \vec{E} = \frac{j}{\omega\mu} \nabla \times \vec{E} \approx \frac{j}{\omega\mu} (-jk) \hat{\mathbf{r}} \times \vec{E} = \frac{\hat{\mathbf{r}} \times \vec{E}}{Z} = -\hat{\mathbf{r}}_{\Theta} \frac{E_{\Phi}}{Z} + \hat{\mathbf{r}}_{\Phi} \frac{E_{\Theta}}{Z}$$

$$\text{Poynting } \vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \approx \frac{\vec{E} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \vec{E})^*}{2Z} = \hat{\mathbf{r}}_r \frac{\vec{E} \cdot \vec{E}^*}{2Z} = \hat{\mathbf{r}}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z} = \hat{\mathbf{r}}_z \frac{|\vec{E}_{\text{eff}}|^2}{Z} \quad \vec{E}_{\text{eff}} = \frac{\vec{E}}{\sqrt{2}}$$

S preprostim simboličnim vektorjem odvajanja se izračun sevanja silno poenostavi. Pri izračunu magnetnega polja $\vec{H}(\vec{r})$ in električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$ ugotovimo, da sevano polje nima vzdolžne komponente. Isto zahteva tudi Gaussov zakon za električno polje $E_r = 0$ in magnetno polje $H_r = 0$.

Na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ so električno polje $\vec{E}(\vec{r})$, magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ in smer potovanja valovanja $\hat{\mathbf{r}}_r$ pravokotni med sabo. Električno polje in magnetno polje sta v točnem razmerju valovne impedance $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})| = Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$. V praznem prostoru znaša valovna impedanca približno $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \approx 377 \Omega \approx 120 \pi \Omega$. Na velikih razdaljah torej zadošča, da navedemo samo eno polje, na primer samo električno polje $\vec{E}(\vec{r})$, saj lahko iz njega preprosto določimo magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ in obratno.

Sevano električno polje in pripadajoče magnetno polje sta sofazna, zato je Poyntingov vektor gostote moči popolnoma realen. Poyntingov vektor sevanja kaže v smeri potovanja valovanja $\hat{\mathbf{r}}_r$ in ga lahko izračunamo zgolj

iz znanega električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$.

Pri računu gostote pretoka moči moramo biti pozorni na merske enote. V teoretskih izpeljavah običajno uporabljamo vršno vrednost harmonske veličine $|\vec{E}|$ v merskih enotah $[V/m]$. Merilni inštrumenti pogosto uporabljajo efektivno vrednost harmonske veličine $|\vec{E}_{eff}|$ v merskih enotah $[V_{eff}/m]$. Za harmonska veličine velja znana povezava $|\vec{E}_{eff}| = |\vec{E}|/\sqrt{2}$.

V radijskih zvezah na velike razdalje uporabljamo elektromagnetno sevanje. Pri tem je popolnoma vseeno, ali imajo uporabljene antene v neposredni bližini zelo močno električno ali pa zelo močno magnetno polje oziroma nič od navedenega. V zvezi s sevanjem ne velike razdalje lahko uporabimo različne vrste anten na obeh koncih zveze. Sevanje pomeni $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})| = Z$.

V zvezah na kratke razdalje lahko uporabimo tudi kapacitivni sklop ali pa induktivni sklop. Niti kapacitivni sklop niti induktivni sklop ne uporabljata sevanja. Na obeh koncih zveze moramo uporabiti enako vrsto antene. Na primer dva točkasta električna dipola $|\vec{E}(\vec{r})| \gg Z|\vec{H}(\vec{r})|$ za kapacitivni sklop ali pa dva točkasta magnetna dipola $|\vec{E}(\vec{r})| \ll Z|\vec{H}(\vec{r})|$ za induktivni sklop.

V praktični zvezi je na ovire najbolj občutljivo statično električno polje. Povrhu lahko statično električno polje proži nevarne iskre. Obratno prodre statično magnetno polje skozi večino ovir. V zvezah na kratke razdalje in za prenos energije se danes večinoma uporablja induktivni sklop.

Strogi predpisi elektromagnetne združljivosti (EMC) morajo upoštevati vse tri pojave: kapacitivni sklop, induktivni sklop in sevanje. Motnje merimo na predpisani razdalji od naprave, običajno $r = 10m$. Pri visokih frekvencah $kr = (\omega/c_0)r \gg 1$ pri tem zadošča meritev gostote pretoka moči $|\vec{S}|(\vec{r})$ oziroma efektivne vrednosti električnega polja $|\vec{E}_{eff}(\vec{r})|$. Pri nizkih frekvencah $kr = (\omega/c_0)r \ll 1$ predpisi zahtevajo ločeni meritvi efektivne vrednosti električnega polja $|\vec{E}_{eff}(\vec{r})|$ in efektivne vrednosti magnetnega polja $|\vec{H}_{eff}(\vec{r})|$.

* * * * *

4. Brezvrvična zveza

Brezvrvično zvezo skušamo izdelati tako, da sta oba oddajnik $d_{TX} \ll r$ in sprejemnik $d_{TX} \ll r$ dosti manjša od razdalje, ki jo skušamo premostiti. V nasprotnem primeru bi bila kakršnakoli vrstica zagotovo cenejša rešitev. V brezvrvični zvezi lahko uporabimo elektromagnetne pojave. Največji domet in največjo zmogljivost brezvrvične zveze omogoča uporaba elektromagnetnega sevanja.

Elektromagnetno sevanje prevladuje na velikih razdaljah $r \gg 1/k = 2\pi/\lambda$ od oddajne antene. Sevanje kakršnekoli antene v koordinatnem izhodišču krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) se lahko poenostavi v:

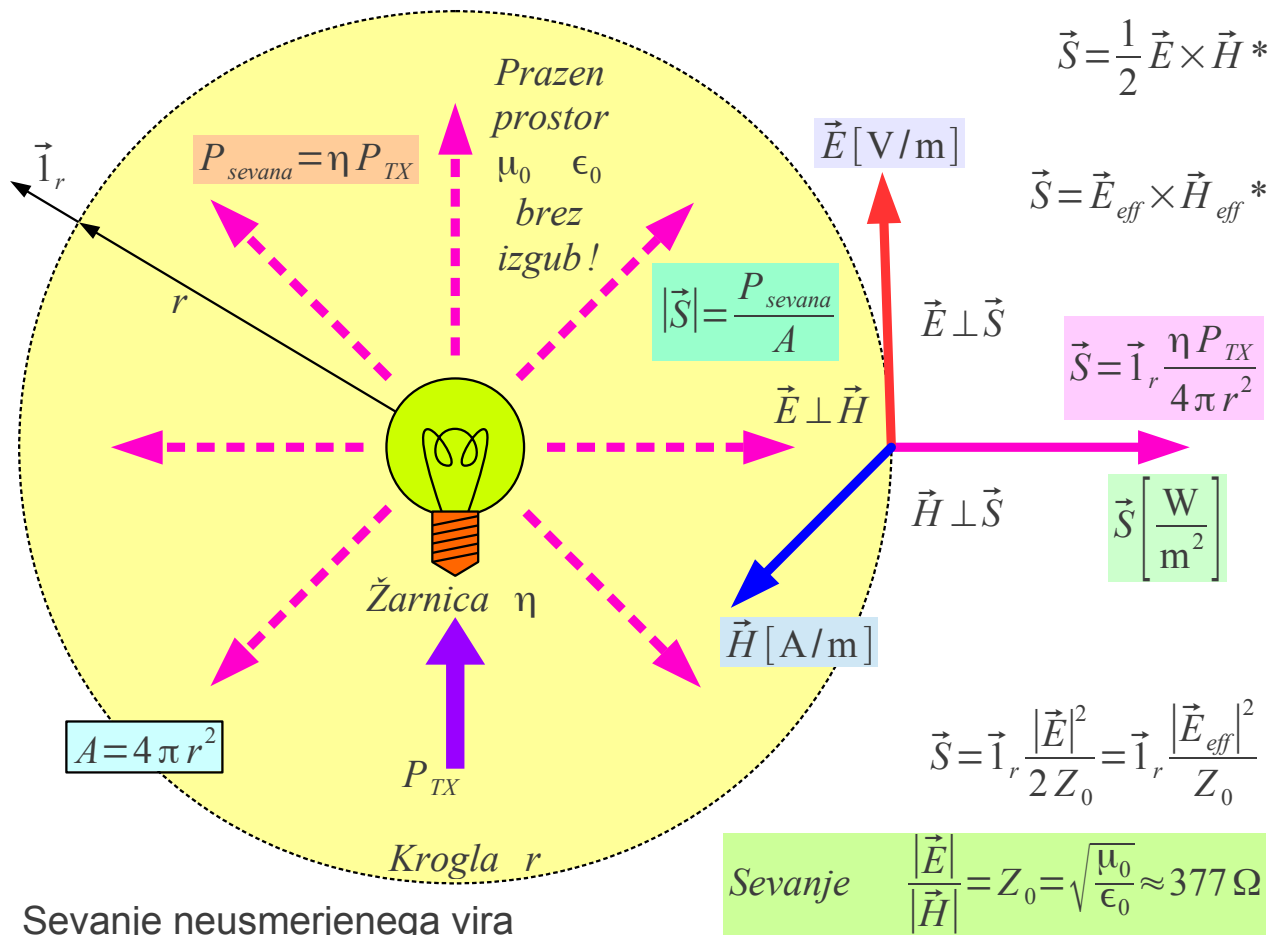
$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_E \alpha I \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta, \Phi) \qquad \vec{H}(\vec{r}) = \vec{1}_H \frac{\alpha I}{Z_0} \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta, \Phi)$$

Oba električno in magnetno polje vsebujeta isto sorazmernostno konstanto α , jakost toka I v anteni in zakasnitev e^{-jkr} končne hitrosti svetlobe. Oba električno in magnetno polje upadata obratno-sorazmerno razdalji $1/r$ in sta lahko odvisna od smeri $F(\Theta, \Phi)$. Sevano električno in magnetno polje sta med sabo pravokotna vektorja $\vec{1}_E \perp \vec{1}_H$, sofazna in v točnem razmerju $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})| = Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ valovne impedance v praznem prostoru.

Poyntingov vektor: $\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2 Z_0 r^2} |F(\Theta, \Phi)|^2$ je popolnoma realen,

je pravokoten na oba $\vec{1}_r \perp \vec{1}_E$ električno in $\vec{1}_r \perp \vec{1}_H$ magnetno polje, kaže proč od oddajnika $\vec{1}_r$ v smeri potovanja valovanja in upada s kvadratom razdalje $1/r^2$. Sevana moč $P = \oiint \vec{S} \cdot \vec{1}_r dA$ se v praznem prostoru nikjer ne izgublja. Vrednost integrala po katerikoli sklenjeni ploskvi, ki zajema oddajnik, je vedno konstantna.

Za neusmerjeno anteno $F(\Theta, \Phi) = konst.$ preprosto izračunamo vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \eta P_{TX} / (4\pi r^2)$ iz moči oddajnika, ki se porazdeli po površini krogle z anteno v središču ob upoštevanju sevalnega izkoristka η neidealne antene (žarnice):



Sevanje neusmerjenega vira

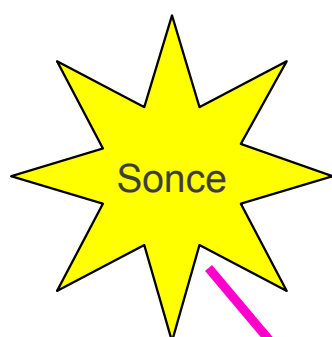
Glede na vrsto oddajne antene lahko oba vektorja električnega in magnetnega polja nihata v določeni smeri ali pa se sukata okoli smeri razširjanja. Slednji pojav imenujemo polarizacija valovanja. Polarizacija je lastnost vseh prečnih valovanj vključno z elektromagnetnim valovanjem, njegova natančna obravnava sledi v pripadajočem poglavju kasneje.

Nalogo sevanja poenostavi uporaba efektivnih veličin, saj sta velikosti efektivnih vrednosti $|\vec{E}_{eff}|$ in $|\vec{H}_{eff}|$ neodvisni od polarizacije valovanja, kar je v preprosti obravnavi silno ugodno. V primeru nihanja polja v eni sami smeri in harmonskih veličin preprosto dobimo efektivni vrednosti $\vec{E}_{eff} = \vec{E} / \sqrt{2}$ oziroma $\vec{H}_{eff} = \vec{H} / \sqrt{2}$ iz vršnih vrednosti (veličini brez indeksov).

Ob lepem jasnem dnevu dosega svetloba Sonca na površini Zemlje gostoto pretoka moči $|\vec{S}| \approx 1 \text{ kW/m}^2$. Slednja ustreza efektivni električni poljski jakosti $|\vec{E}_{eff}| \approx 614 \text{ V}_{eff}/\text{m}$. Toplotni učinek svetlobe zaznamo še pri desetkrat nižji gostoti pretoka moči $|\vec{S}| \approx 100 \text{ W/m}^2$. Stokrat nižja gostota moči $|\vec{S}| \approx 10 \text{ W/m}^2$ oziroma desetkrat nižje električno polje

$|\vec{E}| = 61 \text{ V}_{\text{eff}}/\text{m}$ od naravnega sevanja Sonca se smatra povsem varna in neškodljiva meja za neionizirajoče sevanje.

Fotoni neionizirajočega sevanja imajo dovolj majhno energijo $W = h f$, kjer je $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ Planckova konstanta, da je sproščena toplota edini učinek elektromagnetnega sevanja. Praktično to pomeni, da so vidna svetloba in vsa elektromagnetna sevanja z valovno dolžino večjo od približno $\lambda > 400 \text{ nm}$ oziroma s frekvenco nižjo od približno $f < 750 \text{ THz}$ neionizirajoča sevanja. Zakonodajalec je predpisal mejo neionizirajočih sevanj z električno poljsko jakostjo $|\vec{E}_{\text{eff}}| \leq 6 \text{ V}_{\text{eff}}/\text{m}$, kar je desetkrat nižja poljska jakost od varne meje oziroma deset-tisočkrat nižja gostota pretoka moči $|\vec{S}| \approx 0.1 \text{ W}/\text{m}^2$ od sončne svetlobe:



Prazen prostor
 $\mu_0 \quad \epsilon_0$
brez izgub!

Učinek sevanja	Gostota pretoka moči $ \vec{S} $		Jakost polja $ \vec{E}_{\text{eff}} $
Sončna svetloba	1 kW/m ²	100 mW/cm ²	614 V _{eff} /m
Zaznaven učinek	100 W/m ²	10 mW/cm ²	194 V _{eff} /m
Varna meja	10 W/m ²	1 mW/cm ²	61 V _{eff} /m
Zakonska omejitev	0.1 W/m ²	10 μW/cm ²	6 V _{eff} /m

$$|\vec{E}| = \sqrt{2 Z_0} |\vec{S}|$$

$$|\vec{E}_{\text{eff}}| = \sqrt{Z_0} |\vec{S}|$$

$$|\vec{S}| \approx 1 \text{ kW}/\text{m}^2$$

(na površini Zemlje)

$$P_{RX} = \vec{S} \cdot \vec{1}_n A_{\text{maček}} (1 - |\Gamma|^2)$$



$$A_{\text{maček}} \approx 0.05 \text{ m}^2$$

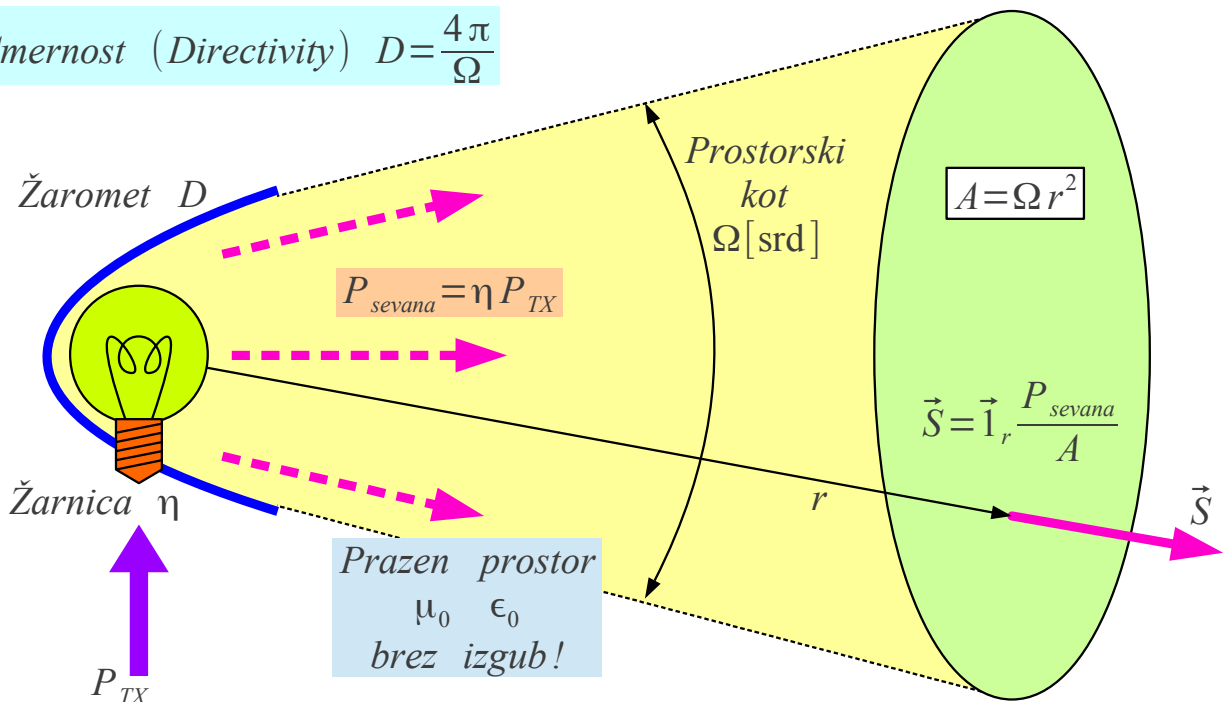
$$P_{RX} \approx 50 \text{ W}$$

Toplotni učinki sevanja

Domači maček nima preglavic s človeškimi predpisi. Nevarni, ionizirajoči, kratkovalovni del sevanja Sonca večinoma zaustavi že ozračje Zemlje. Črni maček skoraj ne odbija $\Gamma \approx 0$ svetlobe Sonca, pač pa črna dlaka vso prispelo moč elektromagnetnega valovanja pretvori v toploto. Prispela moč je sorazmerna projekciji površine mačka na smer vpadne svetlobe. Maček torej dobro razume brezžični prenos električne energije, ko se na Soncu greje!

Sonce je neusmerjen naravni vir elektromagnetnega sevanja zelo velike moči. Moč umetnih virov, radijskih oddajnikov, je zelo omejena. Domet brezvrvične zveze skušamo povečati tako, da antena ne seva v vse smeri, pač pa sevanje usmerimo v stožec proti sprejemniku. Na primer, žaromet usmeri sevanje žarnice v prostorski kot $\Omega < 4\pi$, ki je manjši od polnega prostorskega kota:

$$\text{Smernost (Directivity)} \quad D = \frac{4\pi}{\Omega}$$



$$\text{Dobitek (Gain)} \quad G = \eta D$$

$$EIRP = D P_{sevana} = G P_{TX}$$

Sevanje usmerjenega izvora

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{\eta P_{TX}}{\Omega r^2} = \vec{1}_r \frac{\eta D P_{TX}}{4\pi r^2} = \vec{1}_r \frac{G P_{TX}}{4\pi r^2}$$

Učinkovitost žarometa opisuje pojem smernost (angleško: directivity). Smernost $D = \frac{|\vec{S}_{usmerjen}|}{|\vec{S}_{neusmerjen}|} \geq 1$ je razmerje med gostoto moči usmerjenega vira v primerjavi z gostoto moči neusmerjenega vira, ko oba vira sevata enako moč. Usmerjen vir osvetljuje z enako močjo na isti razdalji manjšo površino $A = \Omega r^2$ od neusmerjenega vira, kar daje višjo gostoto moči. Smernost preprosto zapišemo s prostorskim kotom sevanja vira $D = 4\pi / \Omega$.

V izračunu gostote pretoka moči nastopata sevalni izkoristek oddajne antene in smernost iste naprave v produktu. $G = \eta D$ je zato smiselna definicija dobitka (angleško: gain) antene. Slednjo pogosto napačno prevajajo v ojačanje antene. Antena ničesar ne ojačuje, pač pa samo pretvarja vodeno

elektromagnetno valovanje v sevanje in usmerja nastalo sevanje.

Sevanje radijskega oddajnika pogosto navajamo kot efektivno izotropno sevano moč $EIRP = G P_{TX}$ (angleško: Effective Isotropic Radiated Power), to je zmnožkom dobitka antene in moči oddajnika. Vse veličine pogosto navajamo v logaritemskih merskih enotah. Neimenovana razmerja D in G pogosto navajamo v $[dBi]$, decibelih glede na neusmerjeno (izotropno) anteno. Moč oddajnika P_{TX} in efektivno sevano moč $EIRP$ pogosto navajamo v $[dBm]$, decibelih glede na 1mW.

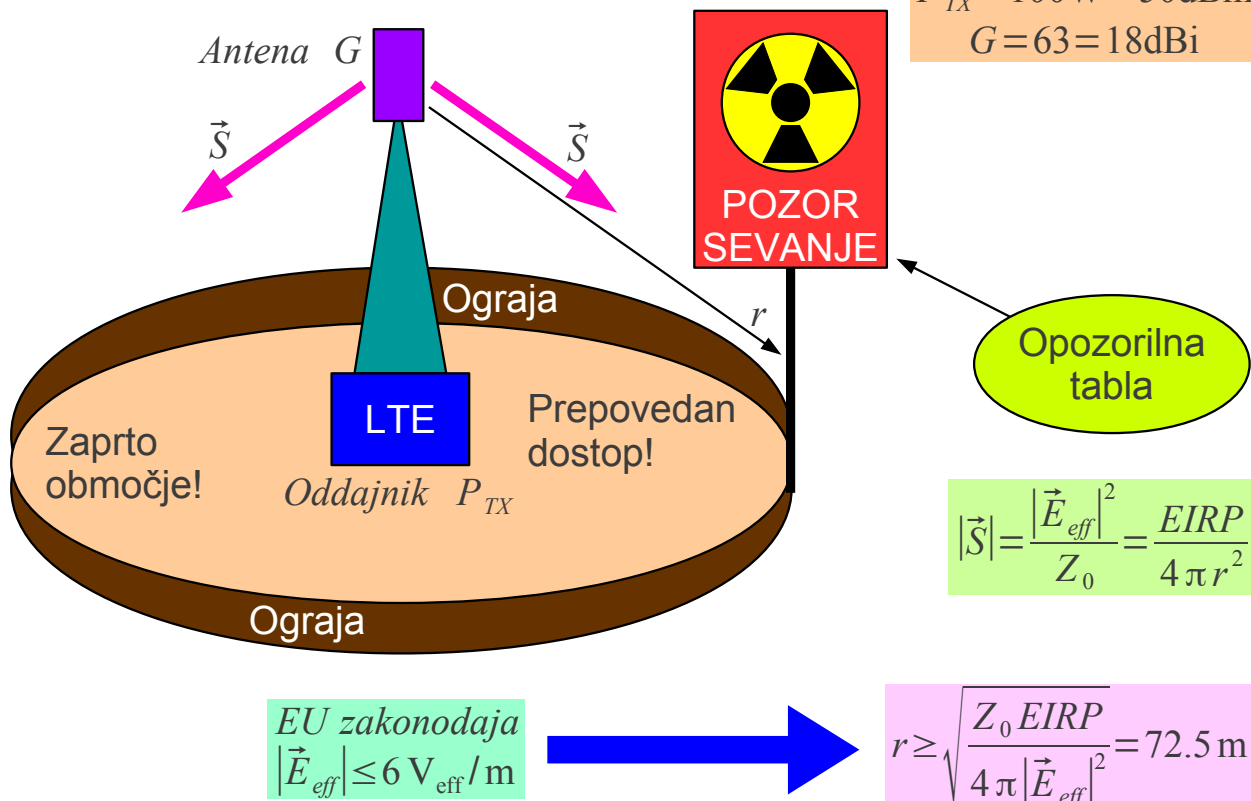
Praktičen zgled je bazna postaja omrežja LTE. Izhodna moč oddajnika lahko doseže $P_{TX} = 100W = 50dBm$. Antena pokriva sektor v vodoravni ravnini in njen dobitek lahko doseže $G = 63 = 18dBi$. Efektivna sevana moč doseže $EIRP = 6.3kW = 68dBm$:

$$EIRP = 68 \text{ dBm} = 10^{(68/10)} \cdot 1 \text{ mW} = 6.3 \text{ kW}$$

Zgled

$$P_{TX} = 100W = 50dBm$$

$$G = 63 = 18dBi$$



EU zakonodaja

$$|\vec{E}_{eff}| \leq 6 \text{ V}_{eff}/\text{m}$$

$$r \geq \sqrt{\frac{Z_0 EIRP}{4\pi |\vec{E}_{eff}|^2}} = 72.5 \text{ m}$$

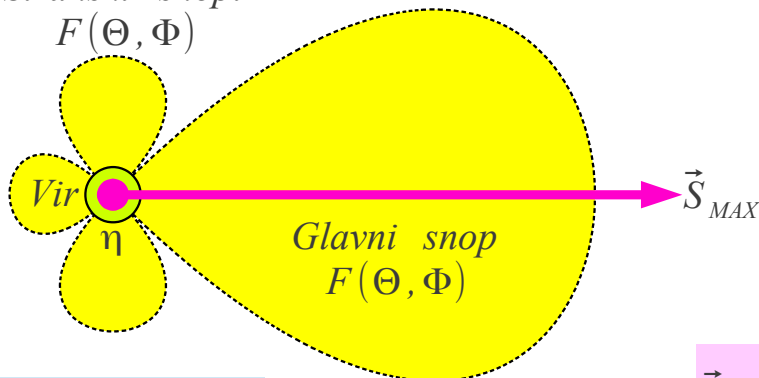
Ograja okoli vira sevanja

Iz podatkov o moči oddajnika in dobitku antene lahko izračunamo razdaljo $r = 72.5\text{m}$, kjer efektivna električna poljska jakost doseže mejo $|\vec{E}_{eff}| = 6\text{V}_{eff}/\text{m}$. Slednja je mišljena kot varna meja za ljudi ter druga živa bitja in hkrati upošteva elektromagnetno združljivost drugih elektronskih naprav za domačo uporabo, ki v premočnem polju oddajnika ne bi mogle

pravilno delovati. Javnosti je smiselno preprečiti dostop na izračunani razdalji $r = 72.5\text{m}$ od antene s primerno ograjo in postaviti opozorilne table.

Antena, ki seva samo v stožec s ploskim temenom v prostorski kot Ω in nikamor drugam, je sicer privlačen zgled za razlago, je pa v praksi težko izvedljiv. Sevano polje večine resničnih anten opisujeta polarizacija $\vec{1}_E$ in smerni diagram sevanja $F(\Theta, \Phi) \neq \text{konst.}$ Slednji opisuje spreminjanje amplitude in faze sevanega polja glede na smer v prostoru. Smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$ resnične antene ima več snopov. Teme glavnega snopa običajno ni plosko, $F(\Theta, \Phi)$ je razgibana funkcija:

Stranski snopi
 $F(\Theta, \Phi)$



Prazen prostor
 $\mu_0 \quad \epsilon_0$
brez izgub!

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_E \alpha I \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta, \Phi)$$

$$F(\Theta, \Phi) \equiv \text{smerni diagram}$$

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0}$$

$$\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0 r^2} |F(\Theta, \Phi)|^2$$

$$\vec{S}_{MAX} = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0 r^2} |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2$$

$$P_{sevana} = \oint\oint_{4\pi} \vec{S}(\vec{r}) \cdot \vec{1}_r r^2 d\Omega = \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0} \oint\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega$$

$$D = \frac{|\vec{S}_{MAX}|}{\left(\frac{P_{sevana}}{4\pi r^2}\right)} = \frac{\frac{|\alpha I|^2}{2Z_0 r^2} |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\frac{1}{4\pi r^2} \frac{|\alpha I|^2}{2Z_0} \oint\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

Smernost oddajne antene

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$d\Omega = \sin\Theta d\Theta d\Phi$$

Smernost antene s poljubnim smernim diagramom $F(\Theta, \Phi)$ izračunamo tako, da gostoto pretoka moči $\vec{S}(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})$ v smeri največjega sevanja delimo z gostoto pretoka moči neusmerjene antene $P_{SEVANA}/4\pi r^2$ enake sevane moči v isti točki opazovanja. Sevano moč dobimo s seštevanjem (integracijo) gostote pretoka moči $\vec{S}(\Theta, \Phi)$ v vseh smereh.

Rezultat izpeljave takoj preizkusimo na zgledu Teslovega

transformatorja oziroma okvirne antene, ki imata oba smerni diagram $F(\Theta, \Phi) = \sin \Theta$ in največje sevanje v ravnini xy oziroma pri $\Theta_{MAX} = \pi/2$:

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi |\sin \Theta_{MAX}|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |\sin \Theta|^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi} =$$

$$= \frac{4\pi |\sin(\pi/2)|^2}{2\pi \int_0^\pi (1 - \cos^2 \Theta) \sin \Theta d\Theta} = \frac{2}{\int_{-1}^1 (1 - u^2) du} = \frac{2}{4/3} = 1.5 = 1.76 \text{dBi}$$

Čeprav smernost preprostih anten ni velika, je nekoliko večja $D = 1.5 > 1$ od enote. Pravo neusmerjeno anteno, ki bi sevala popolnoma enako $F(\Theta, \Phi) = \text{konst.}$ v vse smeri prostora, je sploh težko izdelati! Dobitek Teslovega transformatorja oziroma okvirne antene je zelo majhen $G = \eta D \ll 1$ zaradi slabega sevalnega izkoristka.

Nalogo načrtovanja antene najboljše opisuje definicija dobitka antene $G = \eta D$. Antena mora imeti dober sevalni izkoristek in zahtevani smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$, ki določa smernost antene. Heinrich Hertz je dosegel oboje: polvalovni odprti rezonator učinkovito seva elektromagnetno valovanje, ki ga je Hertz usmeril z valjnim paraboličnim zrcalom. Oboje je bilo nujno potrebno za uspeh Hertzovih poskusov s silno neobčutljivim sprejemnikom (iskriščem).

Pogoj za dober sevalni izkoristek $\eta = P_{SEVANA} / P_{TX}$ je zapisan že v izrazih za sevano moč tokovnega elementa oziroma zanke. Sevana moč tokovnega elementa narašča sorazmerno kvadratu dolžine žice

$P_{SEVANA} = C_{ŽICA} (h/\lambda)^2$, sevana moč zanke pa sorazmerno kvadratu površine zanke $P_{SEVANA} = C_{ZANKA} (A'/\lambda^2)^2$. Obe enačbi sicer veljata le za kratke žice $h \ll \lambda$ in majhne zanke $A' \ll \lambda^2$, ampak jasno kažeta na to, da dober sevalni izkoristek zahteva izmere antene, ki so vsaj primerljive z valovno dolžino.

Delovanje zbiralnega zrcala opišemo z dodatnimi viri sevanja v samem zrcalu. Ko sevanje osnovnega izvora osvetli kovinsko površino zrcala, v slednji požene ploskovni električni tok \vec{K} , ki zadosti prestopnim pogojem električnega in magnetnega polja na površini dobrega prevodnika. Ploskovni tok \vec{K} v zrcalu je izmenični električni tok, ki seva. Osvetljeno zrcalo se

obnaša kot množica novih virov sevanja. Obliko zbiralnega zrcala izbiramo tako, da se kazalci posameznih prispevkov sevanja seštevajo sofazno v željeni smeri.

Prispevki množice virov sevanja se lahko seštevajo na različne načine. Če vse vire napajamo z enim samim izmeničnim generatorjem, je faza posameznih virov natančno določena. Skupno sevanje koherentne oddaje je kazalčna vsota prispevkov posameznih virov. Če so izmere koherentne skupine virov $\sqrt{A_{TX}} \geq \lambda$ primerljive oziroma večje od valovne dolžine, je kazalčna vsota odvisna od izbrane smeri. V določeni smeri se kazalci seštevajo sofazno, v drugih smereh se kazalci med sabo odštevajo. Koherentna skupina virov ima lahko kompliciran smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$.

Obratno, če vsak posamezni vir napajamo s svojim lastnim izmeničnim generatorjem in slednji niso sinhronizirani med sabo, pač pa se malenkost razlikujejo v frekvenci, medsebojna faza posameznih virov ni določena. Skupno sevanje nekoherentne oddaje je preprosto vsota sevanje moči posameznih virov. Niti pri veliki skupini nekoherentnih virov $\sqrt{A_{TX}} \geq \lambda$ ne opazimo nobenih interferenčnih pojavov. Smerni diagram nekoherentne skupine je popolnoma enak smernemu diagramu posameznega vira.

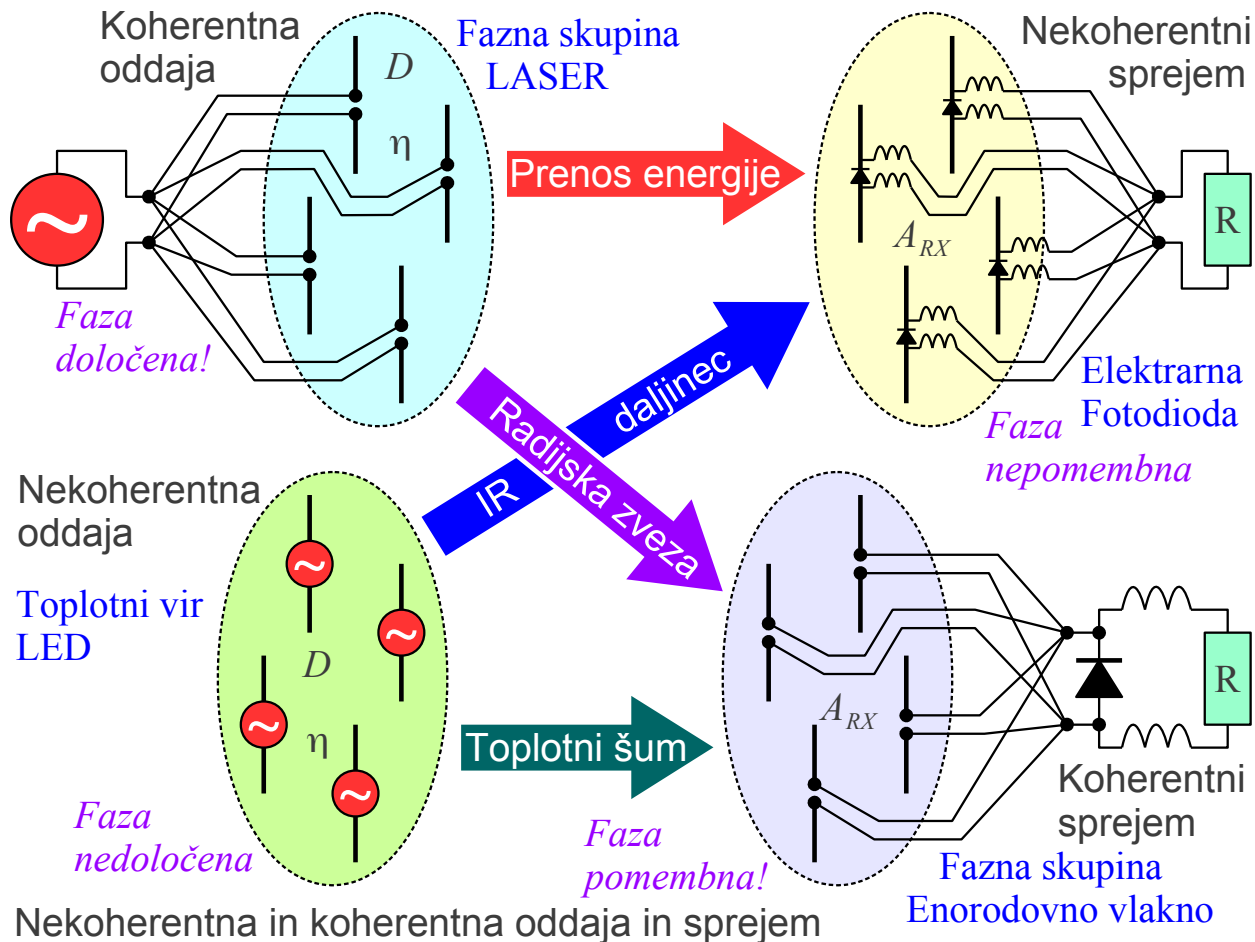
Praktični zgledi vključujejo obe vrsti skupin virov. Toplotno sevanje elektromagnetnega valovanja (žarnica z nitko) oziroma svetleče diode (LED) so zgledi nekoherentnih virov sevanja. Več virov sicer več seva, ampak smer sevanja se ne spremeni. V nekoherentni skupini ostaja razmerje med gostoto pretoka moči $\vec{S}_{MAX}/P_{TX} = konst.$ in močjo oddajnika nespremenjeno. Nekoherentna skupina prav nič ne povečuje smernosti $D_{SKUPINE} \approx D_{VIRA}$.

Fazne skupine radijskih anten oziroma LASERji, ki nihajo na enem samem rodu, so zgledi koherentnih skupin virov sevanja. V koherentni skupini N virov lahko dosežemo sofazno seštevanje kazalcev posameznih prispevkov polja v izbrani smeri. Električno polje skupine v izbrani smeri dosega $\vec{E}_{SKUPINE} = N \vec{E}_{VIRA}$. Gostota pretoka moči v izbrani smeri gre s kvadratom polja $\vec{S}_{SKUPINE} = N^2 \vec{S}_{VIRA}$, torej s kvadratom števila virov N koherentne skupine.

Ko so razdalje med posameznimi viri dovolj velike, da so medsebojni vplivi med viri zanemarljivi, narašča moč skupine $P_{SKUPINE} = N P_{VIRA}$ sorazmerno številu virov N . Smernost skupine N koherentnih virov na dovolj velikih medsebojnih razdaljah znaša:

$$D_{SKUPINE} = \frac{|\vec{S}_{SKUPINE}|}{P_{SKUPINE}} / \frac{|\vec{S}_{VIRA}|}{P_{VIRA}} D_{VIRA} = \frac{N^2}{N} D_{VIRA} = N D_{VIRA}$$

Koherentna skupina velikega števila virov na dovolj velikih medsebojnih razdaljah lahko doseže visoko smernost in kompliciran smerni diagram:



Nekaj zelo podobnega se dogaja tudi na sprejemni strani brezvrvične zveze. Sprejemno anteno lahko gradimo kot nekoherentno ali pa kot koherentno skupino sprejemnikov valovanja.

V nekoherentni skupini sprejemnikov vsebuje vsak sprejemnik svoj lastni usmernik. Na bremenu se seštejejo enosmerni tokovi vseh usmernikov. Nekoherentna skupina enako dobro sprejema katerokoli valovanje iz poljubne smeri, saj medsebojne faze posameznih sprejemnikov niso pomembne. Podatek o medsebojni fazi se izgubi v usmernikih.

V koherentni skupini sprejemnikov vse posamezne sprejemnike povežemo na en sam skupni usmernik. Slednji dobi kazalčno vsoto posameznih prispevkov. Povsem enakovreden primer je en sam mali sprejemnik z usmernikom v gorišču zbiralne leče ali zbiralnega zrcala. V koherentni skupini sprejemnikov je faza prispevkov pomembna.

Če so izmere koherentne skupine sprejemnikov $\sqrt{A_{RX}} \geq \lambda$ primerljive oziroma večje od valovne dolžine, je kazalčna vsota odvisna od smeri prihoda valovanja. Iz določeni smeri se kazalci seštevajo sofazno, iz drugih smeri se kazalci med sabo odštevajo. Tedaj smemo tudi v primeru sprejemnika uvesti pojem smernega diagrama $F(\Theta', \Phi')$, običajno zapisan s koordinatami (r', Θ', Φ') s sprejemnikom v koordinatnem izhodišču. V primeru koherentnega sprejema je $F(\Theta', \Phi')$ lahko zelo kompliciran.

Praktični zgledi vključujejo obe vrsti skupin sprejemnikov. Nekoherentni sprejem uporabljamo za brezvrvični prenos energije s poljem številnih malih sprejemnih anten, kjer ima vsaka svoj lastni usmernik (angleško: rectifier+antenna="rectenna"). Fotodioda je povsem enakovreden zgled na svetlobnih frekvencah.

Koherentni sprejem vključuje poleg zbiralnih leč in zbiralnih zrcal tudi fazne skupine anten. Primer koherentnega sprejema v optiki je vstop svetlobe v enorodovno svetlobno vlakno. Sklopni izkoristek nekoherentnega vira (LED) v jedro enorodovnega vlakna je izredno slab!

Koherentna oddaja in koherentni sprejem imata skupno lastnost zapisano v obratnem vrstnem redu. Smernost koherentne oddajne antene D_{TX} zahteva določeno velikost oddajne antene A_{TX} . Velikost koherentne sprejemne antene A_{RX} določa smerni diagram sprejemne antene $F(\Theta', \Phi')$, iz katerega lahko izračunamo smernost D_{RX} , čeprav za slednjo veličino še nimamo definicije.

Fizikalni zakoni razširjanja valovanja dajejo točno povezavo med smernostjo D in velikostjo A katerekoli koherentne antene, oddajne ali sprejemne, za katerokoli vrsto valovanja, vzdolžno ali prečno. V primeru velikih smernosti $D \gg 1$ se povezava glasi:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 A$$

Zvočnik z membrano efektivne površine A_{eff} ima povsem določeno smernost D za vzdolžno zvočno valovanje. Zvočnik se obnaša recipročno: isto smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$ dobimo tudi takrat, ko zvočnik uporabljamo kot mikrofona. Stroga izpeljava opisanega fizikalnega zakona za antene sledi v poglavju o elektromagnetnem Huygensovem izvoru.

Efektivna površina antene $A_{eff} = \eta_0 A$ je povezana z dejansko

površino antene preko izkoristka osvetlitve odprtine. Slednji je enak enoti $\eta_0 = 1$, ko je vsa površina antene enakomerno in sofazno osvetljena oziroma ko vsi deli membrane zvočnika nihajo sofazno z enako amplitudo.

Izkoristka osvetlitve odprtine η_0 ne smemo zamenjati s sevalnim izkoristkom η , to sta dva zelo različna pojma! Izkoristek osvetlitve η_0 pove, kako dobro antena izkorišča svojo velikost A za doseganje smernosti, pri tem pa se prav nič moči valovanja ne pretvarja v toploto. Sevalni izkoristek η pove, kolikšen delež privedene električne moči se pretvori v sevanje oddajne antene, preostala moč pa se pretvarja v toploto v ohmski upornosti antene oziroma vezja za prilagoditev impedance.

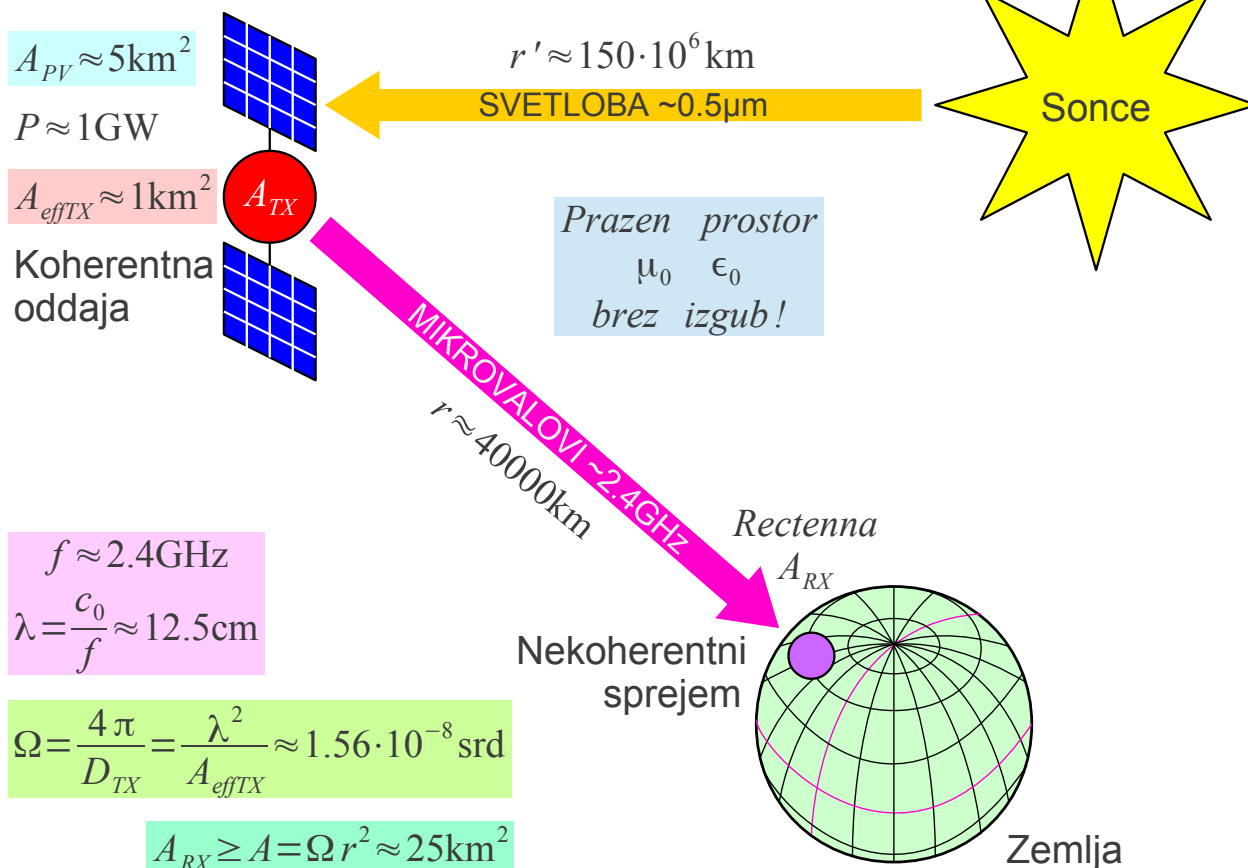
V praksi srečamo vse štiri možne kombinacije koherentne/nekoherentne oddaje in koherentnega/nekoherentnega sprejema. Nekoherentno oddajo in nekoherenten sprejem se pogosto uporablja v preprostih optičnih zvezah: oddajnik je svetleča dioda (LED), sprejemnik pa PIN fotodioda. Oba imata izredno veliko površino $A_{TX} \approx A_{RX} \approx 1\text{mm}^2 \approx 10^6 \lambda^2$ v primerjavi z valovno dolžino. Kljub temu je sevanje LED neusmerjeno, sprejem fotodiode IR daljinca je prav tako neusmerjen.

Koherentno oddajo in nekoherenten sprejem je smiselno uporabiti v primeru prenosa električne energije. Ker se na Zemlji Sonce pogosto skriva za oblake, ponoči pa celo za obzorje, bi bilo bolj učinkovito postaviti fotovoltaično elektrarno v vesolje. V geostacionarni tirnici Sonce le redko zaide v senco Zemlje ob enakonočjih in še to se zgodi samo okoli polnoči, ko je poraba električne energije na Zemlji na pripadajoči zemljepisni dolžini majhna.

Stalno in zanesljivo električno energijo iz vesolja lahko pripeljemo na zemljo s pomočjo takšnih radijskih valov, kjer je vpliv zemeljskega ozračja najmanjši. Smiselna izbira je frekvenca okoli $f \approx 2.4\text{GHz}$ oziroma valovna dolžina $\lambda \approx 12.5\text{cm}$, kjer povrh znamo izdelati oddajnike in sprejemnike z visokim izkoristkom. Razmeroma velika valovna dolžina zahteva velike antene tako za oddajnik kot za sprejemnik.

Predlog iz sedemdesetih let 20. stoletja, ko je bila vesoljska tekma na vrhuncu, opisuje vesoljsko elektrarno moči $P \approx 1\text{GW}$, ki bi potrebovala približno $A_{PV} \approx 5\text{km}^2$ fotovoltaičnih panelov. Sorazmerna oddajna antena bi imela efektivno površino $A_{effTX} \approx 1\text{km}^2$. Na razdalji $r \approx 40000\text{km}$ se sevanje oddajne antene razširi na površino $A = 25\text{km}^2$:

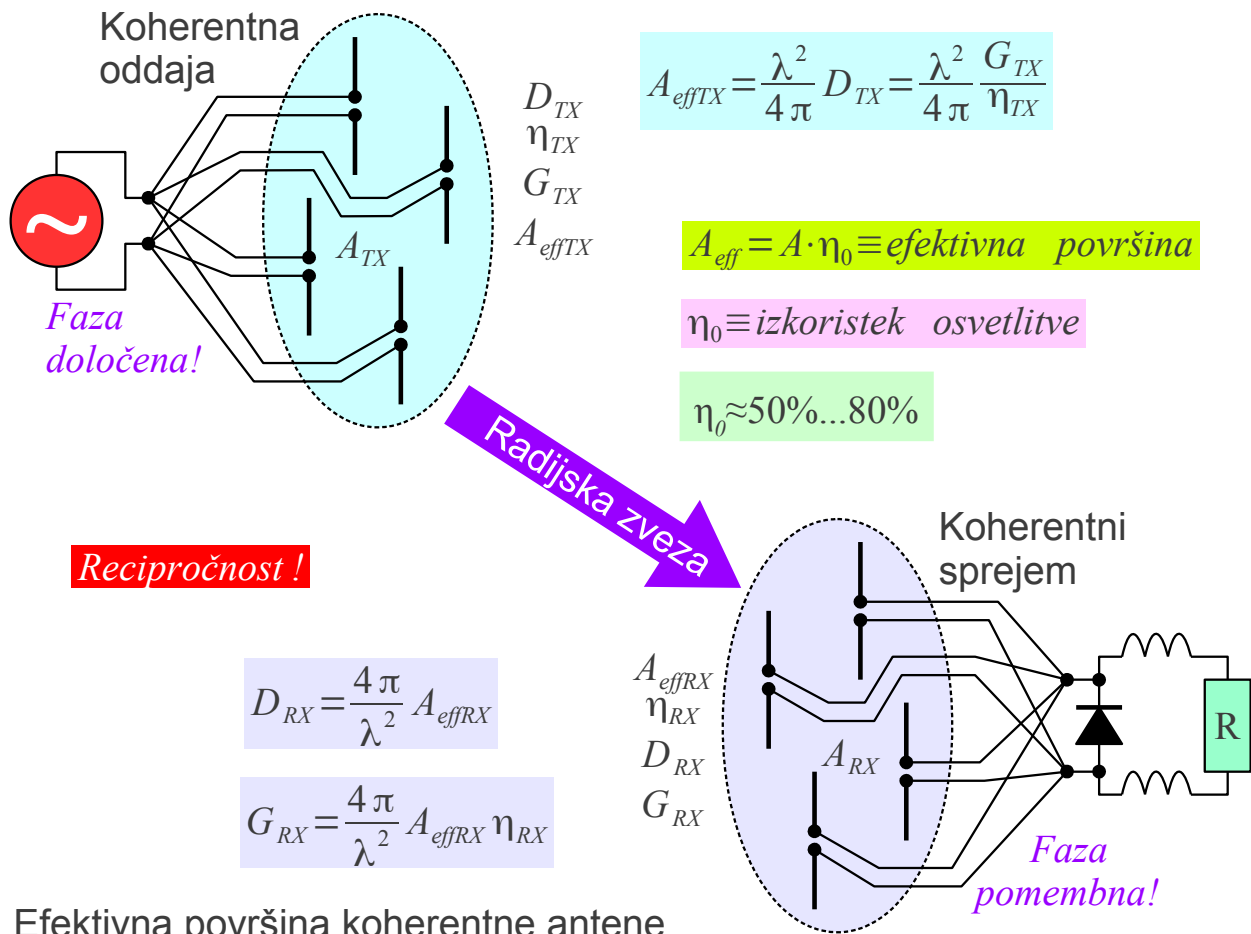
Vesoljska elektrarna



Na Zemlji je smiselno zgraditi nekoherentni sprejemnik z nekoliko večjo površino $A_{RX} \geq A$, da ujame skoraj vso moč oddajnika. Nekoherentni sprejemnik sprejema mikrovalovno energijo iz poljubne smeri. Neusmerjen sprejemnik ne zahteva nobenega nastavljanja, ko tirnica vesoljske elektrarne odstopa od nazivne. Neusmerjen sprejemnik hkrati omogoča sprejem energije več vesoljskih elektrarn na različnih mestih na nebu. Nadgradnja je preprosta, ko se v sistem doda nova elektrarna na drugačnem mestu v vesolju.

Domet brezvrvične zveze za prenos informacije omejujejo toplotni šum in motnje. Toplotno sevanje je po definiciji nekoherentna oddaja. Večje število motilcev običajno ni sinhronizirano med sabo, zato se skupaj obnašajo kot nekoherentni oddajnik. Toplotni šum in motnje torej obravnavamo kot nekoherentno oddajo in koherentni sprejem.

V brezvrvični zvezi za prenos informacije je pogosto zaželen usmerjen sprejem, da se izognemo toplotnemu šumu in drugim motnjam iz drugih smeri. V radijski zvezi najpogosteje uporabljamo koherentno oddajo in koherenten sprejem. Recipročnost sicer velja v vseh opisanih primerih brezvrvičnih zvez, ampak jo je najlažje pokazati prav pri koherentni oddaji in koherentnem sprejemu:



Efektivna površina koherentne antene

Z večanjem smernosti oddajne antene in sprejemne antene se povečuje moč sprejetega signala P_{RX} . Pogosto se pri tem raven toplotnega šuma in motenj bistveno ne spreminja, saj so motilci več ali manj enakomerno razporejeni po smereh prihoda signalov. V določenih primerih se z usmerjenim sprejemom celo izognemo določenim motilcem oziroma znižamo raven toplotnega šuma.

Iz podatkov o moči oddajnika in oddajni anteni izračunamo Gostoto pretoka moči $\vec{S} = \vec{1}_r P_{TX} G_{TX} / 4\pi r^2$ izračunamo iz moči oddajnika, dobitka oddajne antene in razdalje. Sprejeto moč $P_{RX} = |\vec{S}| A_{effRX} \eta_{RX}$ dobimo iz gostote moči, velikosti sprejemne antene in njenega izkoristka. Opisana preprosta izpeljava velja za katerokoli brezvrvično zvezo v praznem prostoru brez ovir, s koherentno ali nekoherentno oddajo in s koherentnim ali nekoherentnim sprejemom:

$$P_{RX} = P_{TX} \frac{G_{TX} A_{effRX} \eta_{RX}}{4\pi r^2}$$

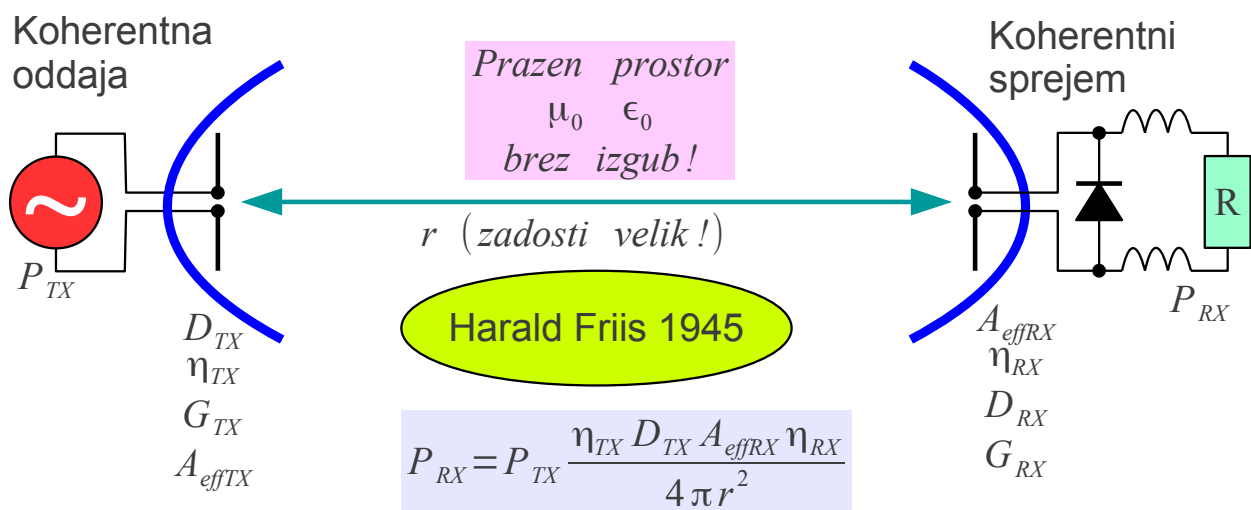
Edina omejitev za veljavnost izraza je dovolj velika razdalja, da se na

mestu sprejema valovanje oddajnika razširi na dosti večjo površino

$A = \Omega r^2 \gg A_{TX}, A_{RX}$ od velikosti oddajne oziroma sprejemne antene.

Praktično to pomeni $P_{RX} \ll P_{TX}$, izraz torej ne velja za vesoljsko elektrarno! V zvezi s koherentno oddajo in koherentnim sprejemom recipročnost dodatno zahteva, da pogoj $A = \Omega r^2 \gg A_{TX}, A_{RX}$ velja tudi v primeru, ko oddajno in sprejemno anteno zamenjamo med sabo!

V zvezi s koherentno oddajo in koherentnim sprejemom lahko Friisovo enačbo zapišemo na različne načine: samo z dobitkoma G_{TX} in G_{RX} obeh anten ali pa samo z efektivnima površinama A_{effTX} in A_{effRX} obeh anten:



Zapis z dobitki anten:
$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2$$

Recipročnost !

Zapis s površinami anten:
$$P_{RX} = P_{TX} \frac{\eta_{TX} A_{effTX} A_{effRX} \eta_{RX}}{\lambda^2 r^2}$$

Friisova enačba za domet koherentne zveze

Friisova enačba ne daje preprostega odgovora, katera frekvenca oziroma valovna dolžina bi bila za radijsko zvezo najprimernejša. Zapisana z dobitkom oddajne antene G_{TX} in velikostjo sprejemne antene A_{effRX} je neodvisna od valovne dolžine, primer gretja mačka na Soncu. Zapisana z dobitkoma obeh anten G_{TX} in G_{RX} je sprejeta moč sorazmerna kvadratu valovne dolžine. Zapisana s površinama obeh anten A_{effTX} in A_{effRX} je sprejeta moč obratno sorazmerna kvadratu valovne dolžine.

V radijski zvezi točka-točka si lahko privoščimo poljubno visoko smernost anten na obeh koncih zveze. Omejitev predstavlja velikost anten, Friisova enačba z efektivnima površinama A_{effTX} in A_{effRX} obeh anten predlaga uporabo čim manjših valovnih dolžin oziroma čim višjih frekvenc v praznem prostoru. Zahteve po usmerjanju anten, naravne ovire in slabljenje ozračja omejujejo najvišjo uporabno frekvenco.

V mobilni radijski zvezi je smernost anten D_{TX} in D_{RX} na obeh koncih zveze omejena. Friisova enačba z dobitkoma G_{TX} in G_{RX} obeh anten predlaga uporabo čim večjih valovnih dolžin oziroma čim nižjih frekvenc. Zahteve po pasovni širini $B \ll f$ in sprejemljivih sevalnih izkoristkih η_{TX} in η_{RX} anten dopustnih izmer omejujejo najnižjo uporabno frekvenco.

V radiodifuzni zvezi, en oddajnik napaja množico sprejemnikov, je predpisano zemljepisno pokrivanje s smernim diagramom oddajnika $F(\Theta, \Phi)$. Na druge koncu zveze je omejena velikost sprejemnih anten A_{effRX} . V odsotnosti drugih zahtev: pasovna širina $B \ll f$, slabljenje ozračja in ovir, Friisova enačba za radiodifuzno zvezo ni odvisna od valovne dolžine.

Veličine v Friisovi enačbi pogosto pišemo v logaritemskih enotah. Moči izražamo v decibelih glede na miliwatt [dBm] ali glede na watt [dBW] ali celo glede na mikrovolt $[dB\mu V_{eff}]$ (pri kateri $Z_K = ?$). Smernosti in dobitke anten izražamo v decibelih glede na izotropni vir [dBi] ali glede na polvalovni dipol [dBd].

V logaritemskih merskih enotah seštevanje decibelov nadomešča množenje, odštevanje decibelov pa deljenje v Friisovi enačbi. Logaritemske merske enote pripeljejo tudi kakšno novo definicijo, na primer slabljenje praznega prostora $a[dB]$:

$$P[\text{dBm}] = 10 \log_{10}(P/1\text{mW}) = P[\text{dBW}] + 30\text{dB}$$

$$P[\text{dBW}] = 10 \log_{10}(P/1\text{W}) = P[\text{dBm}] - 30\text{dB}$$

dBm \equiv dB glede na 1mW

dBW \equiv dB glede na 1W

$$D[\text{dBi}] = 10 \log_{10} D$$

$$G[\text{dBi}] = 10 \log_{10} G$$

dBi \equiv dB glede na neusmerjen (izotropni) vir

$$D[\text{dBd}] = D[\text{dBi}] - 2.15\text{ dB}$$

$$G[\text{dBd}] = G[\text{dBi}] - 2.15\text{ dB}$$

dBd \equiv dB glede na polvalovni dipol

Friisova enačba

$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2$$

$$P_{RX}[\text{dBm}] = P_{TX}[\text{dBm}] + G_{TX}[\text{dBi}] + G_{RX}[\text{dBi}] + 20\log_{10}\lambda[\text{m}] - 20\log_{10}r[\text{m}] - 21.98\text{ dB}$$

$$20\log_{10}(4\pi) = 21.98\text{ dB}$$

Slabljenje praznega prostora

$$a[\text{dB}] = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right)$$

$$P_{RX}[\text{dBm}] = P_{TX}[\text{dBm}] + G_{TX}[\text{dBi}] + G_{RX}[\text{dBi}] - 20\log_{10}f[\text{MHz}] - 20\log_{10}r[\text{m}] + 27.55\text{ dB}$$

Logaritemske merske enote

$$\lambda[\text{m}] \approx 299.7/f[\text{MHz}] \quad (\text{zrak } n=1.0003)$$

Resnici na ljubo je treba povedati, da logaritemske merske enote najpogosteje privedejo nepopisno zmešnjavo v poročila meritev, članke, učbenike, standarde in predpise, saj pisci pogosto sploh ne navajajo uporabljenih merskih enot. Čeprav so logaritemske merske enote silno priljubljene v praksi, ta učbenik skuša uporabljati neimenovana razmerja oziroma moči v [W] v izogibanje zmešnjavi z decibeli z neznano osnovo oziroma z napetostmi na neznani karakteristični impedanci, kjerkoli je to možno.

* * * * *

5. Meritve anten

Gradnike brezvrvične zveze: oddajnik, sprejemnik in pripadajoče antene, običajno načrtujemo tako, da bo zveza delovala pri največjem zahtevanem dometu r_{MAX} . Na manjših razdaljah $r < r_{MAX}$ od največjega zahtevanega dometa zveze si lahko privoščimo celo znižanje moči oddajnika oziroma moramo zmanjšati občutljivost sprejemnika. Na manjših razdaljah preprosto skušamo uporabljati iste, nespremenjene antene.

Antene skoraj vedno načrtujemo za največji domet zveze, torej jih ostrimo (fokusiramo) v neskončnost. Nižje slabljenje razširjanja valovanja na manjših razdaljah prinese dosti večje povečanje sprejetega signala od izgube ostrenja (fokusa) anten. Na zelo majhnih razdaljah pogosto pride celo do izpada zveze zaradi prekrmljenja sprejemnika s premočnim signalom.

Resnična radijska zveza vsebuje veliko število spremenljivk, še posebno v primeru ovir na poti radijskih valov. Večine spremenljivk ne poznamo zadosti dobro, da bi v resnični zvezi lahko natančno preizkušali oddajnike, sprejemnike in antene. Radijski oddajniki in sprejemniki imajo priključke za vodeno elektromagnetno valovanje, torej jih lahko preizkušamo in umerjamo z običajnimi elektronskimi merilnimi inštrumenti v poljubno majhnem laboratoriju.

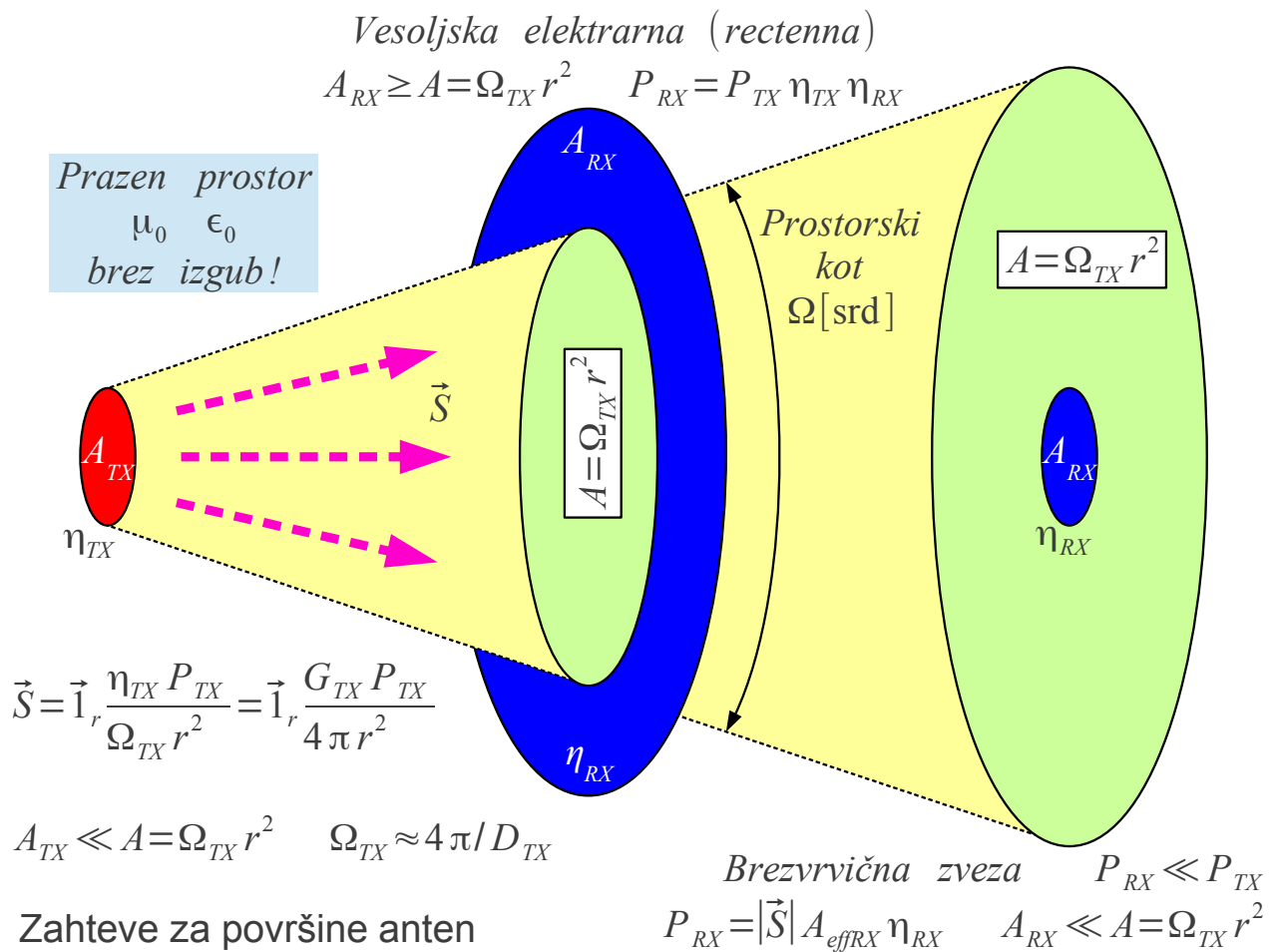
Antene v vsakem primeru sevajo v prostor oziroma od tam sprejemajo elektromagnetno sevanje. Meritev anten zahteva poleg primernih merilnih inštrumentov tudi zadosti prostora za razširjanje elektromagnetnega valovanja. Anten običajno ne moremo preizkušati pri največjem zahtevanem dometu zveze r_{MAX} , ker nimamo tako velikega laboratorija, kaj šele, da bi v njemu zadosti natančno poznali pojave pri razširjanju valovanja, kot so razna slabljenja, sipanja, ukloni in odboji valovanja.

Razdaljo merile radijske zveze, na kateri merimo lastnosti neznane antene, moramo skrbno izbrati. Bližnjemu polju se izognemo na dovolj veliki razdalji $r \gg \lambda/2\pi$. Povrhu se na premajhni razdalji antena obnaša drugače, saj resnična zveza zahteva ostrenje (fokusiranje) v neskončnost. Na preveliki razdalji bo težje ovrednotiti oziroma izločiti neželjene pojave razširjanja valovanja: slabljenja, sipanja, uklone in odboje.

V prejšnjem poglavju je bilo razloženo, da antene za različne vrste brezvrvičnih zvez načrtujemo na različne načine. Pri brezvrvičnem prenosu električne energije želimo s sprejemnikom ujeti skoraj vso moč oddajnika, kar

zahteva sprejemno anteno $A_{RX} \geq A = \Omega_{TX} r^2$ večjo od preseka snopa oddajnika. Izgubo moči predstavljajo kvečjemu izgube v oddajni anteni $\eta_{TX} < 1$ in v sprejemni anteni $\eta_{RX} < 1$.

Pri brezvrvičnem prenosu informacije običajno uporabljamo manjše in cenejše antene, saj si lahko privoščimo $P_{RX} \ll P_{TX}$. Antena za sprejem informacije je običajno dosti manjša $A_{RX} \ll A = \Omega_{TX} r^2$ od preseka snopa oddajnika:



Friisova enačba za domet radijske zveze velja na dovolj veliki razdalji od oddajnika, kjer gostota sevanje moči $\vec{S} = \vec{i}_r P_{sevana} / 4 \pi r^2$ upada s kvadratom razdalje. Na dovolj veliki razdalji je presek snopa sevanja $A = \Omega_{TX} r^2 \gg A_{TX}$ dosti večji od oddajne antene. V primeru koherentne oddaje lahko izračunamo pogoj za razdaljo iz velikosti oddajne antene:

$$D_{TX} = \frac{4 \pi}{\lambda^2} A_{effTX} \Rightarrow \Omega_{TX} = \frac{4 \pi}{D_{TX}} = \frac{\lambda^2}{A_{effTX}} \Rightarrow A = \Omega_{TX} r^2 = \frac{\lambda^2 r^2}{A_{effTX}}$$

$$A_{TX} \gg A = \frac{\lambda^2 r^2}{A_{effTX}} \approx \frac{\lambda^2 r^2}{A_{TX}} \rightarrow r \gg \frac{A_{TX}}{\lambda}$$

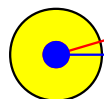
V majhni sprejemni anteni $A_{RX} \ll A = \Omega_{TX} r^2$ je v primerjavi s presekom snopa oddajnika sprejeta moč preprosto $P_{RX} = |\vec{S}| A_{effRX} \eta_{RX}$. V primeru koherentne oddaje in koherentnega sprejema velja preprosta recipročnost: oddajno anteno in sprejemno anteno smemo zamenjati med sabo. V tem primeru mora veljati oboje:

$$r \gg \frac{A_{TX}}{\lambda} \quad \text{in} \quad r \gg \frac{A_{RX}}{\lambda}$$

V primeru koherentnega sprejema lahko določimo natančnejšo mejo iz napake faze. Koherentna sprejemna antena je ostrena v neskončnost, torej prirejena za sprejem ravnih valovnih front. Na premajhni razdalji r ukrivljenost valovnih front povzroči napako faze. Napaka faze znižuje kazalčno vsoto prispevkov v sprejemni anteni:

$$\Delta l = \sqrt{r^2 + (d/2)^2} - r \approx d^2/8r$$

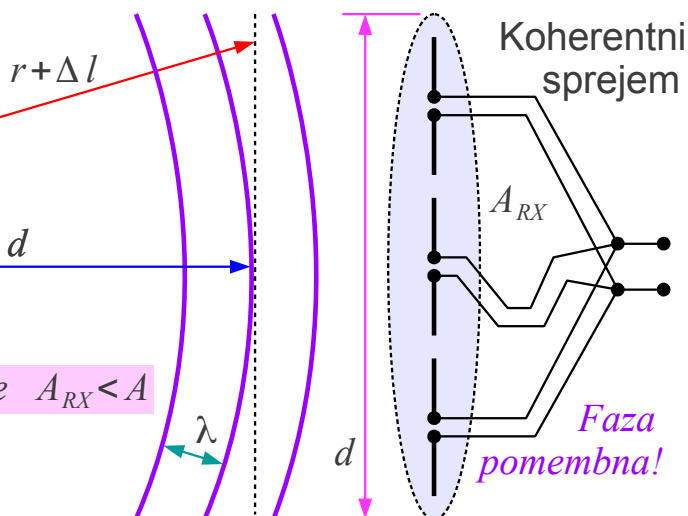
Točkasti vir sevanja



$r \gg d$

Pogoj faze strožji od amplitude $A_{RX} < A$

$$\Delta P_{dB} \approx 20 \log_{10} \frac{\sin \Delta \phi / 2}{\Delta \phi / 2}$$



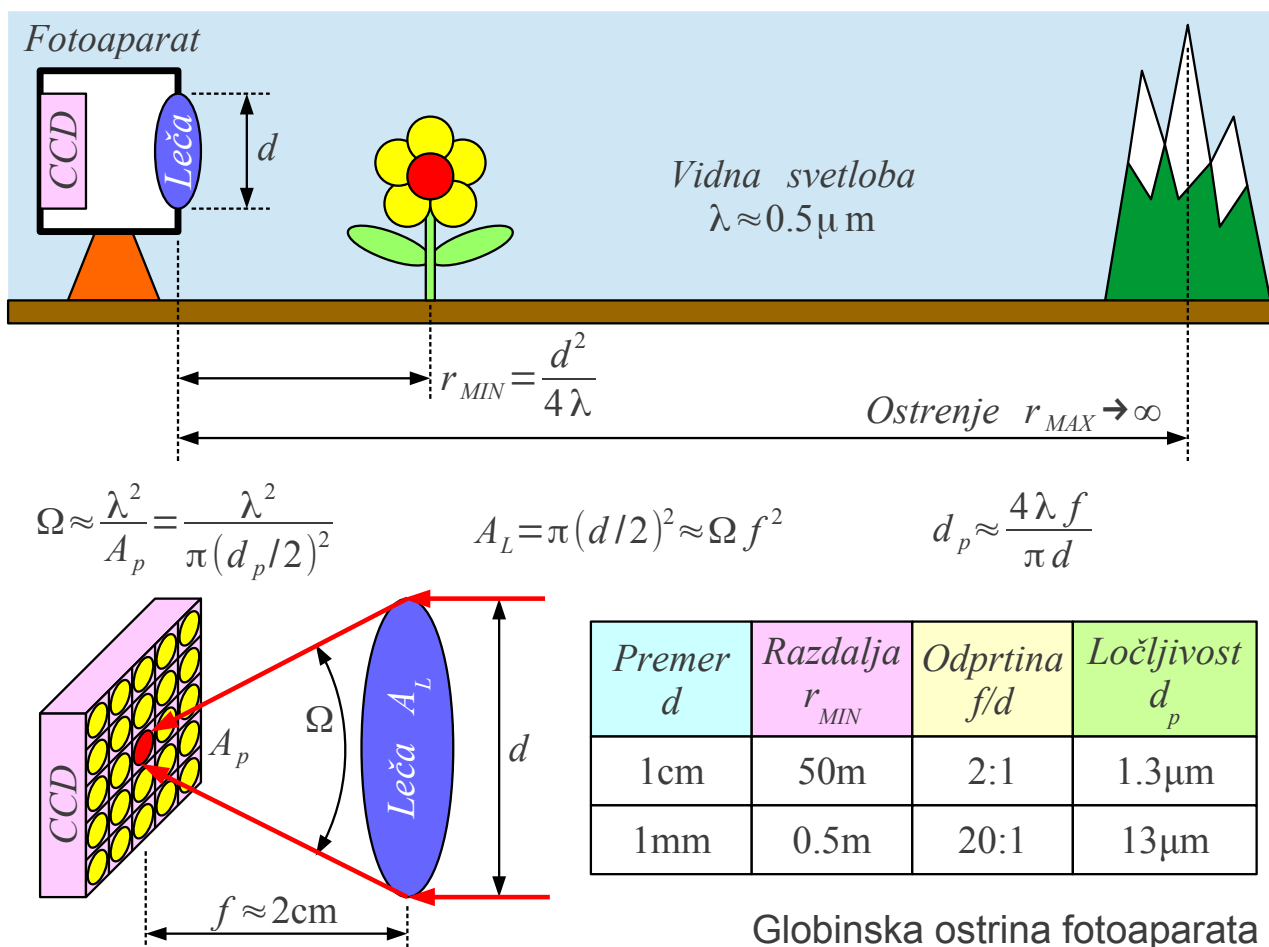
Δl	$\Delta \phi [\text{rd}]$	$\Delta P [\text{dB}]$	$r \geq$	Uporaba
$\lambda/2$	π	-3.922	$d^2/4\lambda$	Globinska ostrina fotoaparata
$\lambda/4$	$\pi/2$	-0.912	$d^2/2\lambda$	Lord Rayleigh 1891
$\lambda/8$	$\pi/4$	-0.224	d^2/λ	
$\lambda/16$	$\pi/8$	-0.056	$2d^2/\lambda$	Meritev radijskih signalov

Fraunhoferjev pogoj (Rayleighjeva razdalja)

Pojav, ki ga je najprej opisal Lord Rayleigh leta 1891, pri meritvah anten običajno imenujemo Fraunhoferjev pogoj. V tabeli je izračunano relativno

znižanje sprejete moči $\Delta P[\text{dB}]$ iz odstopanja faze na robu enakomerno vzbujane sprejemne odprtine krožne oblike premera d . Fotoaparati so natančno takšna koherentna sprejemna antena za svetlobne frekvence. Leča objektiva poskrbi, da se vsi prispevki seštejejo sofazno na enem samem slikovnem elementu (pixel) CCD tipala.

V primeru izračuna globinske ostrine fotoaparata dopuščamo razmeroma velik upad moči $\Delta P \approx 4\text{dB}$. Pri nastavitvi ostrenja fotoaparata v neskončnost dobimo ostro sliko vse do razdalje $r \geq r_{\text{MIN}} = d^2/4\lambda$:



Veliko globinsko ostrino dobimo z majhno odprtino objektiva premera komaj $d = 1\text{mm}$ (objektiv "pinhole"). Majhna odprtina omogoča celo fiksni fokus fotoaparata na razdaljo $r_0 = d^2/4\lambda = 50\text{cm}$, ki daje ostro sliko v območju $r_0/2 = 25\text{cm} < r < \infty$. Majhna odprtina objektiva žal dobro deluje samo podnevi na prostem, saj zbere zelo malo vpadne svetlobe.

Z večanjem premera objektiva se področje globinske ostrine hitro krči. Leča premera $d = 1\text{cm}$ daje ostro sliko šele od $r_{\text{MIN}} = d^2/4\lambda = 50\text{m}$ naprej, ko je fotoaparat ostren v neskončnost. Kje je potem smisel velikih

objektivov, ko je že leča premera $d = 1\text{ cm}$ komaj uporabna?

Razloga za velike odprtine sta dva: velik objektiv zbere več vpadne svetlobe in sliko na CCD tipalu ostri z večjo ločljivostjo. "Pinhole" premera $d = 1\text{ mm}$ z goriščnico $f = 2\text{ cm}$ zbere svetlobo točkastega vira v svetlo liso premera $d_p = 13\text{ }\mu\text{ m}$ na površini CCD tipala. Leča desetkrat večjega premera $d = 1\text{ cm}$ z enako goriščnico $f = 2\text{ cm}$ zbere svetlobo točkastega vira v svetlo liso desetkrat manjšega premera $d_p = 1.3\text{ }\mu\text{ m}$.

Če uporabimo isto CCD tipalo slabše ločljivosti $d_p \approx 13\text{ }\mu\text{ m}$, primerne za majhen objektiv, z večjimi objektivi oziroma z večjo odprtino zaslonke ločljivost fotografije omejuje tipalo! Zahteve za globinsko ostrino so v tem primeru dosti manj stroge od Rayleighjeve razdalje velikih odprtin z majhnim f/d !

Antene za radijske zveze na velike razdalje običajno ostrimo v neskončnost. Pri meritvah anten smo dosti bolj natančni kot v fotografiji. Če zahtevamo skupni pogrešek meritve pod $\Delta P < 0.1\text{ dB}$, kot Rayleighovo razdaljo oziroma Fraunhoferjev pogoj izberemo:

$$r > r_{\text{MIN}} = \frac{2d^2}{\lambda} \quad \text{kar je natančneje od} \quad r \gg \frac{\pi(d/2)^2}{\lambda} = \frac{A_{\text{TX}}}{\lambda}$$

Dodatna razlika med radijsko zvezo in fotografijo je v frekvenčni pasovni širini signalov. Fotografija deluje z belo svetlobo, ki ima zelo veliko pasovno širino $B \approx f_0$ v velikostnem razredu osrednje frekvence, kar ustreza vzdolžni koherentni dolžini $l = c_0/B \approx 1\text{ }\mu\text{ m}$. Odbiti valovi in drugi pojavi razširjanja svetlobe v fotografiji ne povzročajo interferenčnih pojavov, saj so razlike poti dosti večje od vzdolžne koherentne dolžine. Seštevajo se samo moči signalov. Medsebojna faza prispevkov je nepomembna.

V radijski zvezi uporabljamo ozkopasovne signale $B \ll f_0$ v primerjavi z osrednjo frekvenco. Vzdolžna koherentna dolžina je izredno velika $l = c_0/B \gg 10\text{ m}$. Pojavi v radijski zvezi so podobni fotografiji z ozkopasovno svetlobo laserja, kjer interferenčni pojavi povzročijo migotanje (angleško: speckle). Odboji in drugi pojavi razširjanja radijskih valov se seštevajo kot kazalci, ko so razlike poti dosti manjše od vzdolžne koherentne dolžine. Medsebojna faza prispevkov je bistvena. Vpliv motečih pojavov je drugačen in večji kot pri beli svetlobi.

Odboje in druge moteče pojave pri meritvah anten se običajno da omejiti tako, da antene merimo na najmanjši razdalji, ki jo dopušča vsota

Fraunhoferjevih pogojev za oddajno in sprejemno anteno:

$$r_{\text{merilni}} \approx \frac{2d_{TX}^2}{\lambda} + \frac{2d_{RX}^2}{\lambda}$$

Dobitek antene s površino $A = \pi(d/2)^2$ z dobrim sevalnim izkoristkom $\eta \approx 1$ in dobrim izkoristkom osvetlitve odprtine $\eta_o \approx 1$ znaša približno $G \approx 4\pi A/\lambda^2 = (\pi d/\lambda)^2$. Slabljenje radijske zveze med dvema enakima antenama $d_{TX} = d_{RX} = d$ na medsebojni razdalji $r_{\text{merilni}} \approx 4d^2/\lambda$ znaša po Friisovi enačbi:

$$\frac{P_{TX}}{P_{RX}} = \frac{1}{G_{TX} G_{RX}} \left(\frac{4\pi r_{\text{merilni}}}{\lambda} \right)^2 \approx \frac{1}{\left(\frac{\pi d}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \right)^2} \left(\frac{16\pi d^2}{\lambda^2} \right)^2 = \frac{256}{\pi^2} \approx 25.94$$

$$a_{\text{MIN}} [\text{dB}] = 10 \log_{10} \frac{P_{TX}}{P_{RX}} \approx 10 \log_{10} 25.94 \approx 14.14 \text{ dB}$$

V praktični meritvi anteni na obeh koncih merilne zveze nista nujno enaki med sabo. S stališča pogreškov odbojev in drugih motečih pojavov je sicer smiselno uporabljati podobni anteni na obeh koncih zveze. Referenčno anteno na enem koncu merilne zveze izberemo čimbolj podobno merjencu na drugem koncu.

Iz previdnosti pogosto merimo na malenkost večji razdalji od najmanjše dovoljene iz Fraunhoferjevega pogoja. Skupno slabljenje takšne merilne zveze je običajno v razponu $a_{\text{MIN}} \approx 20 \text{ dB} \dots 30 \text{ dB}$, ko sta anteni usmerjeni ena v drugo.

Pri določanju lastnosti anten moramo natančno poznati razdaljo med oddajno in sprejemno anteno. V resnični radijski zvezi je razdalja

$r \gg d_{TX}, d_{RX}$ dosti večja od izmer oddajne oziroma sprejemne antene. V resnični radijski zvezi je zato vseeno, od katere točke oddajne antene do katere točke sprejemne antene merimo razdaljo.

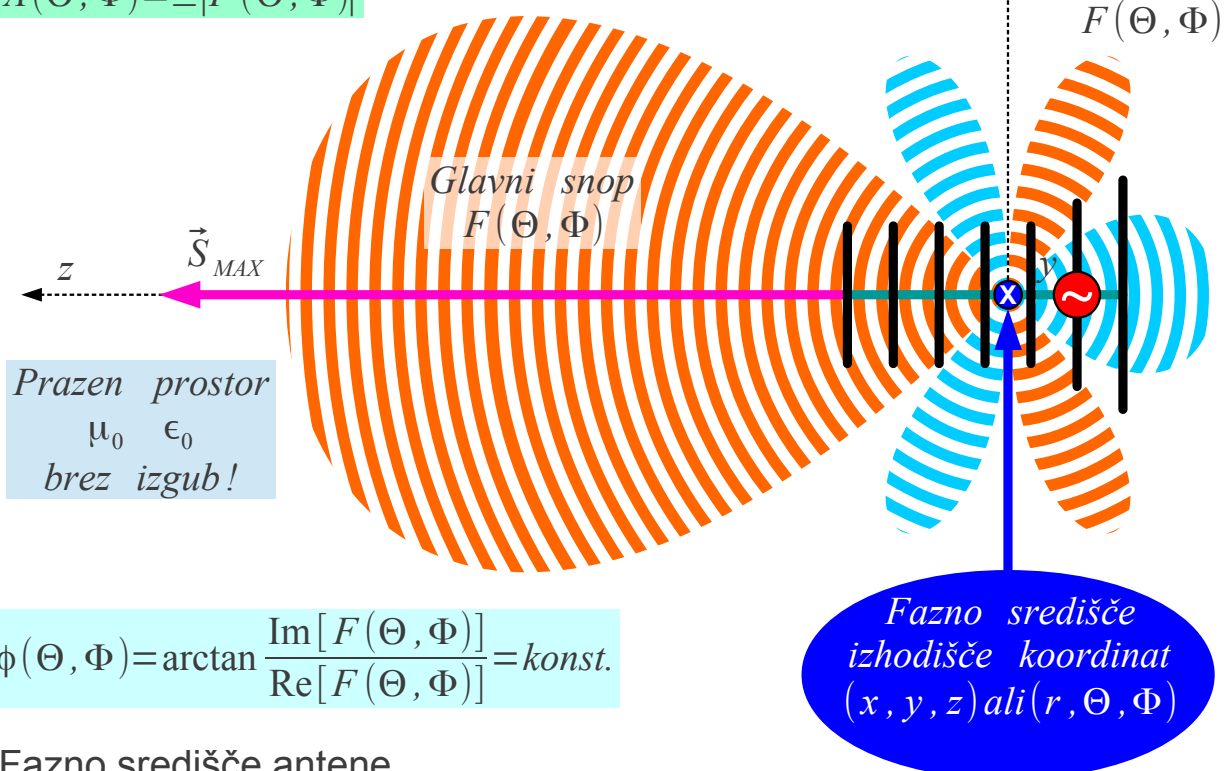
V merilni radijski zvezi je razdalja $r_{\text{merilni}} \approx d_{TX}, d_{RX}$ istega velikostnega razreda kot izmere oddajne oziroma sprejemne antene. V merilni zvezi ni vseeno, od katere točke oddajne antene do katere točke sprejemne antene merimo razdaljo. Ko merimo smerni diagram, ni vseeno, okoli katere točke vrtimo merjeno anteno.

Smerni diagram antene $F(\Theta, \Phi)$ je kompleksna funkcija, ki jo lahko razstavimo v dve realni funkciji, amplitudo $A(\Theta, \Phi)$ in fazo $\phi(\Theta, \Phi)$. Če skrbno izberemo izhodišče koordinatnega sistema, pri večini anten uspemo doseči, da se faza ne spreminja $\phi(\Theta, \Phi) = \text{konst.}$ Skrbno izbrano točko imenujemo fazno središče antene. Valovanje navidezno izhaja iz faznega središča:

$$F(\Theta, \Phi) = A(\Theta, \Phi) e^{j\phi(\Theta, \Phi)}$$

$$A(\Theta, \Phi) = \pm |F(\Theta, \Phi)|$$

Skica antene
ni v merilu!



Fazno središče antene

Antena na sliki ni narisana v merilu, pač pa je približno 16-krat prevelika v primerjavi z valovnimi frontami. Slika hoče pokazati, da fazno središče običajno ne sovpada s kakšno značilno točko antene, na primer s točko napajanja. Ko anteno vrtimo okoli faznega središča, se faza sevanega valovanja ne spreminja. Izjema so obrati faze $A(\Theta, \Phi) = \pm |F(\Theta, \Phi)|$ za pol periode v smereh ničel smerne diagrama.

Za meritev anten na majhni medsebojni razdalji $r_{\text{merilni}} \approx 4d^2/\lambda$ moramo obvezno poznati položaj faznih središč obeh anten. Razdaljo merimo od faznega središča oddajne antene do faznega središča sprejemne antene. Pri merjenju smerne diagrama merjenec obvezno vrtimo okoli njegovega faznega središča, da se razdalja do referenčne antene in z njo slabljenje praznega prostora med vrtenjem merjenca ne spreminjajo.

Če položaja faznega središča natančno ne poznamo, moramo meriti na dovolj velikih razdaljah, da nedoločenost faznega središča ne kvari rezultata meritve. Nekaterne antene sploh nimajo faznega središča. V slednjem primeru moramo meriti na še večji razdalji $r_{\text{merilni}} \gg d$, da nedoločenost faznega središča v velikostnem razredu izmer antene ne kvari rezultata meritve.

Če smernost D računamo iz izmerjenega smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$, moramo meriti smerni diagram dovolj natančno v dovolj velikem razponu moči $\Delta P_{\text{dB}} \gg D_{\text{dB}}$, da pravilno seštejemo sevano moč stranskih snopov antene. Za točnost meritve 1% mora biti razpon meritve moči vsaj 100-krat večji od pričakovane smernosti merjenja oziroma $\Delta P_{\text{dB}} \geq D_{\text{dB}} + 20\text{dB}$. Končno moramo pri praktični izvedbi meritev upoštevati, da je tako na prostem kot v kakovostni gluhi sobi težko dušiti neželjene odboje za več kot 40dB.

V merilni radijski zvezi merimo vstavitveno slabljenje oziroma prevajalno funkcijo četveropola $S_{21} = S_{12}$ (recipročni S parametri), ki ga predstavljajo priključki oddajne in sprejemne antene. Najmanjše slabljenje v razponu $a_{\text{MIN}} \approx 20\text{dB} \dots 30\text{dB}$ z antenama usmerjenima ena v drugo ter razpon moči $\Delta P \approx 40\text{dB} \dots 50\text{dB}$ za meritev smernega diagrama skupaj zahtevata meritev slabljenja v razponu $a \approx 20\text{dB} \dots 80\text{dB}$.

Običajni komunikacijski radijski oddajniki in sprejemniki za zveze na velike razdalje v opisani meritvi niso uporabni. Komunikacijski radijski oddajniki imajo previsoko izhodno moč. Komunikacijski radijski sprejemniki ne merijo jakosti sprejetega signala dovolj natančno niti v dovolj velikem razponu moči. Končno niti komunikacijski oddajniki niti sprejemniki niso vedno dovolj oklopljeni za laboratorijske meritve, saj sami sevajo oziroma sprejemajo sevanje brez priključene antene.

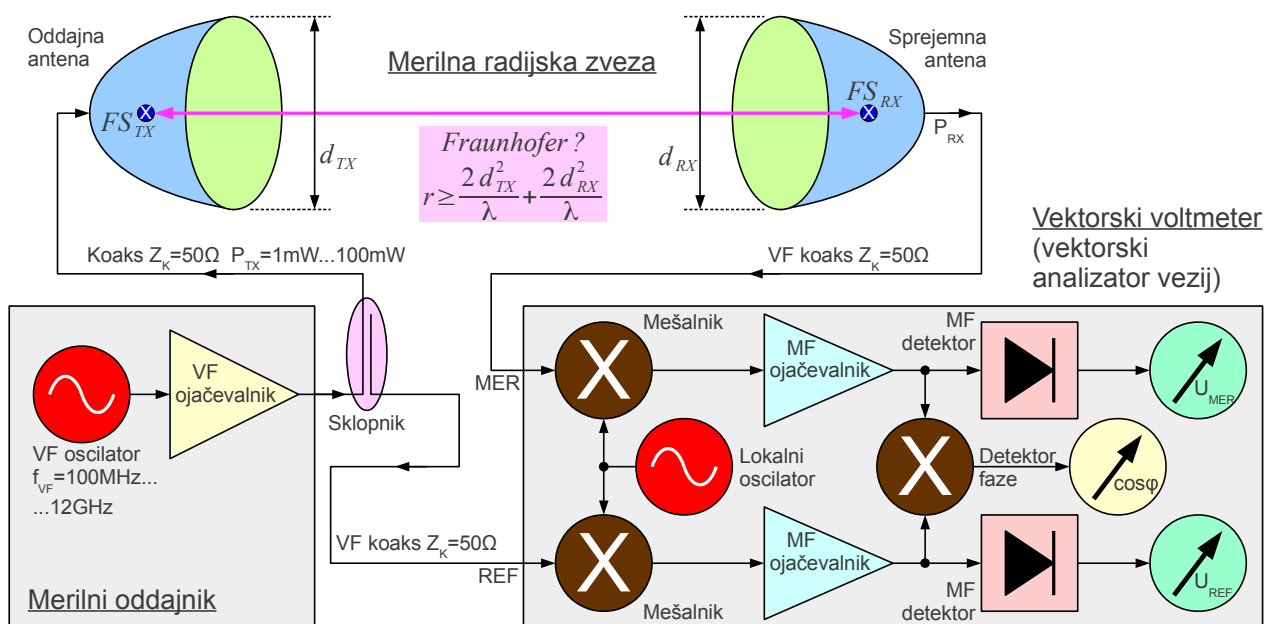
Kot antenski merilni oddajnik običajno zadošča laboratorijski visokofrekvenčni vir izhodne moči v razredu $P_{\text{TX}} \approx 10\text{mW} = +10\text{dBm}$. Laboratorijski visokofrekvenčni spektralni analizator sicer zmore dovolj velik razpon moči kot merilni sprejemnik. Natančnost merjenja moči s spektralnim analizatorjem običajno žal ne zadošča za meritve anten. Oba laboratorijski visokofrekvenčni vir in spektralni analizator sta dovolj oklopljena, da ne sama sevata oziroma ne sprejemata sevanja brez priključene antene.

Kot antenski merilni sprejemnik je najbolj uporaben vektorski (bolj točno kazalčni) voltmeter oziroma vektorski analizator vezij. Kazalčni merilniki zmorejo primeren razpon moči s primerno natančnostjo. Kazalčni merilniki merijo amplitudo in fazo prevajalne funkcije. S pomočjo kazalčnega merilnika

preprosto poiščemo fazno središče neznane antene.

Kazalčni merilniki so koherentni sprejemniki. Odzivajo samo na signale, ki so natančno sinhronizirani z referenco oddajnika. Kazalčni merilniki so v primeru meritev na prostem manj občutljivi na motnje drugih oddajnikov.

Glavna pomanjkljivost kazalčnih merilnikov je zahteva po primernih visokofrekvenčnih kabljih od merilnega oddajnika do oddajne antene, od sprejemne antene do merilnega sprejemnika in še referenčni vod med merilnim oddajnikom in merilnim sprejemnikom:



Slabljenje visokofrekvenčnih kablov $a_{koaks} = \alpha \sqrt{f}$ narašča sorazmerno s korenem frekvence in postane nesprejemljivo visoko na razdaljah, večji do približno $r > 30\text{m}$. Upogibanje kabla okoli osi vrtiljaka pri merjenju smernega diagrama je nerodno, uničuje kabel in vnaša pogreške faze in amplitude. Vrteči koaksialni spoj je pravo mehansko čudo in običajno najdražji sestavni del radarja. Končno, sevanje cenениh visokofrekvenčnih kablov z redko pletenim oklopom ni zanemarljivo. Za resne meritve anten potrebujemo najmanj kable z dvojno pletenim oklopom.

Ko zaradi velike razdalje med antenama ne moremo uporabljati visokofrekvenčnega referenčnega voda, lahko merimo samo amplitudo prevajalne funkcije $|S_{21}| = |S_{12}|$. Glede na izhodno moč laboratorijskega merilnega vira pričakujemo moč v sprejemniku na drugem koncu merilne zveze v razponu $P_{RX} \approx -70\text{dBm} \dots -10\text{dBm}$.

Kot merilni sprejemnik lahko uporabimo polprevodniško "back" diodo oziroma "zero-bias" Schottky diodo. Detektorji s polprevodniškimi diodami

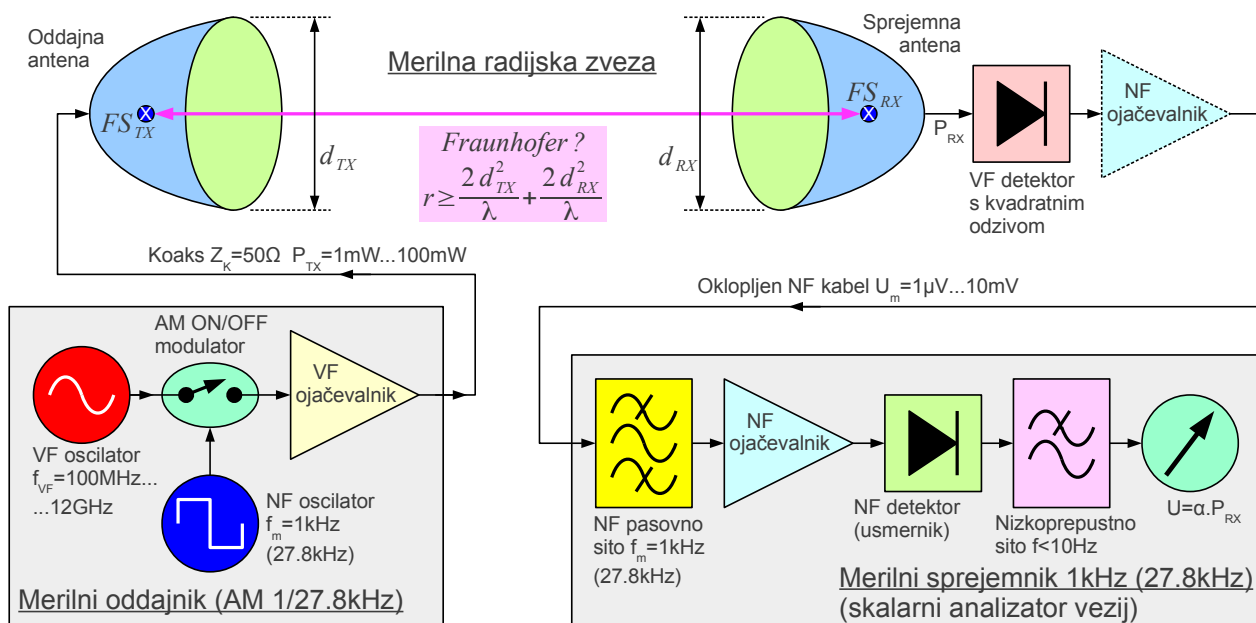
imajo kvadratni odziv $U_{DET} = \alpha'' P_{RX}$ pri nizkih močeh $P_{RX} \approx -70\text{dBm} \dots -20\text{dBm}$ ter linearni odziv $U_{DET} = \alpha' \sqrt{P_{RX}}$ pri velikih močeh $P_{RX} \approx 0\text{dBm} \dots +30\text{dBm}$. Vmes je prehodno območje med obema načinoma delovanja diodnega detektorja.

Namesto diode lahko uporabimo tudi bolometer, to je termistor, ki se mu upornost spreminja sorazmerno sproščeni toploti visokofrekvenčnega signala. Tanka nitka žarnice ali talilne varovalke je uporaben bolometer. Bolometer ima natančnejši kvadratni odziv $U_{DET} = \alpha'' P_{RX}$ od diodnih detektorjev. Bolometer je manj občutljiv od diodnega detektorja in potrebuje močnejši merilni oddajnik moči okoli $P_{TX} \approx 1\text{W} = +30\text{dBm}$.

Detektorji s kvadratnim odzivom $U_{DET} = \alpha'' P_{RX}$ dajejo na svojem izhodu zelo nizko napetost v območju mikrovoltov. Tako nizke enosmerne napetosti je težko meriti. Detektorje s kvadratnim odzivom zato običajno uporabljamo skupaj z moduliranimi merilnimi oddajniki, saj je detektirano modulacijo dosti lažje ojačati z izmeničnimi ojačevalniki.

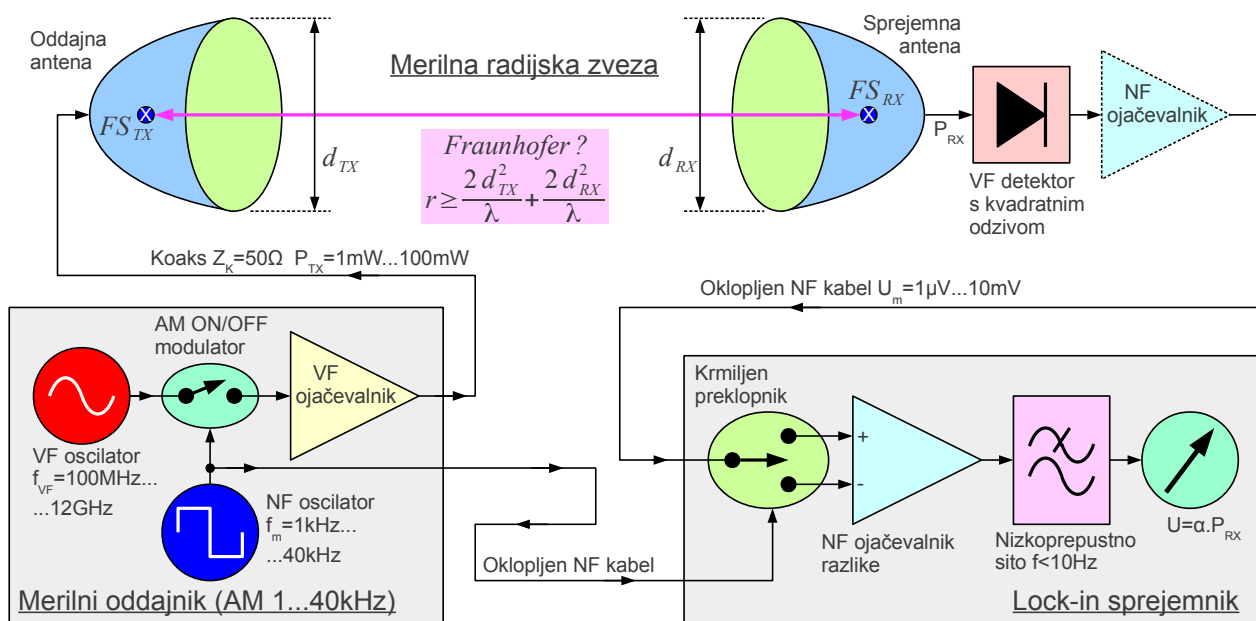
Modulacijo merilnega oddajnika izbiramo tako, da je čimbolj različna od motilcev, ki se jim pri meritvah na prostem ne moremo izogniti. Bolometri običajno delujejo z amplitudno ON/OFF modulacijo oddajnika frekvence $f_m = 1\text{kHz}$. Hitrejši odziv diodnih detektorjev omogoča uporabo višjih frekvenc amplitudne ON/OFF modulacije, na primer $f_m = 27.8\text{kHz}$.

Bolometer oziroma diodni detektor je lahko opremljen že s prvo stopnjo nizkofrekvenčnega ojačevalnika. Vse skupaj je vgrajeno v majhno ohišje, da merilno glavo pritrdimo neposredno na sprejemno anteno. Od merilne glave na anteni do nizkofrekvenčnega merilnega sprejemnika zadošča tanek, gibek in cenen nizkofrekvenčni kabel:



Nizkofrekvenčni merilni sprejemnik (imenovan tudi skalarni analizator vezij) vsebuje nizkofrekvenčno pasovno sito, ki izlušči željeno modulacijo. Nizkofrekvenčnemu ojačevalniku sledi nizkofrekvenčni detektor. Kar na sliki ni prikazano, v končnem rezultatu je treba upoštevati območje delovanja detektorja: kvadratni, prehodno območje ali linearni.

Majhne veličine v močnem ozadju šuma v fiziki pogosto merimo s tehniko lock-in. Tudi v tem primeru uporabljamo amplitudno ON/OFF modulacijo v oddajniku in detektor s kvadratnim odzivom. Lock-in sprejemnik vsebuje preklopnik namesto nizkofrekvenčnega pasovnega sita. Modulator oddajnika krmili preklopnik tako, da se pri vključenem oddajniku signal detektorja prišteva, pri izključenem oddajniku pa odšteva od povprečja na izhodu. Krmiljeni preklopnik imenujemo tudi sinhroni demodulator:



Prednost lock-in sprejemnika je višja odpornost na motnje v primerjavi s sprejemnikom z nizkofrekvenčnim sitom. Slaba lastnost lock-in sprejemnika je zahteva po dodatnem nizkofrekvenčnem vodu od merilnega oddajnika do lock-in sprejemnika. Nizkofrekvenčni vod je običajno oklopljen kabel. Možna je celo uporaba navadne telefonske parice dolžine več kot $r > 3\text{km}$.

Od vseh antenskih meritev je najpomembnejša in najzahtevnejša meritev smerne diagrama $F(\Theta, \Phi)$. Slednji je kompleksna funkcija dveh spremenljivk. Brez kazalčnih merilnikov lahko merimo samo amplitudo smerne diagrama $|F(\Theta, \Phi)|$. Amplituda smerne diagrama sicer zadošča, da iz nje natančno izračunamo smernost neznane antene:

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 \sin\Theta d\Theta d\Phi}$$

Ker lahko anteno naenkrat vrtimo samo po eni osi, potrebujemo zelo veliko število meritev za poljubno funkcijo dveh spremenljivk $F(\Theta, \Phi)$ oziroma $|F(\Theta, \Phi)|$. Glede na izvedbo merjene antene je smiselno izmeriti izbrano število N značilnih prerezov smerne diagrama.

Koordinatni sistem običajno zasukamo tako, da kaže os z v smeri največjega sevanja glavnega snopa smerne diagrama antene. Opisana izbira pomeni $\Theta_{MAX} = 0$ pri poljubnem Φ_{MAX} . Anteno nato sukamo po polarnem kotu Θ , da izmerimo prerez smerne diagrama pri izbrani zemljepisni dolžini Φ .

N značilnih prerezov smerne diagrama po poldnevnikih izmerimo pri N skrbno izbranih zemljepisnih dolžinah $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \dots \Phi_N$. Približek integracije smerne diagrama se tedaj glasi:

$$\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega \approx \frac{2\pi}{N} \int_0^\pi \left[|F(\Theta, \Phi_1)|^2 + |F(\Theta, \Phi_2)|^2 + |F(\Theta, \Phi_3)|^2 + \dots + |F(\Theta, \Phi_N)|^2 \right] \sin\Theta d\Theta$$

Praktična izvedba opisane meritve vsebuje nerodnost. Meritev naj bi vsakokrat začenjala pri $\Theta_{MAX} = 0$, pri tem pa ne vemo povsem natančno, kje sploh je maksimum sevanja glavnega snopa neznane antene, ki mogoče nima simetrične oblike, zagotovo pa ima antena končne tolerance izdelave.

Natančnejša meritev je v območju $-\pi \leq \Theta \leq \pi$, kjer se vedno zapeljemo preko celotnega glavnega snopa smernega diagrama antene. Povrhu na ta način izmerimo dva prereza smernega diagrama antene $|F(\Theta, \Phi_j)|$ in $|F(\Theta, \Phi_j + \pi)|$ z eno samo meritvijo! N meritev tedaj daje $2N$ prerezov smernega diagrama, približek integracije smernega diagrama postane:

$$\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega \approx \approx \frac{\pi}{N} \int_{-\pi}^{\pi} \left[|F(\Theta, \Phi_1)|^2 + |F(\Theta, \Phi_2)|^2 + |F(\Theta, \Phi_3)|^2 + \dots + |F(\Theta, \Phi_N)|^2 \right] \sin \Theta d\Theta$$

Za vsak par prerezov pri izbrani zemljepisni dolžini Φ_j ter pripadajoči $\Phi_j + \pi$ lahko izračunamo grob približek smernosti D_j , kot da bi bil smerni diagram rotacijsko simetričen okoli osi z :

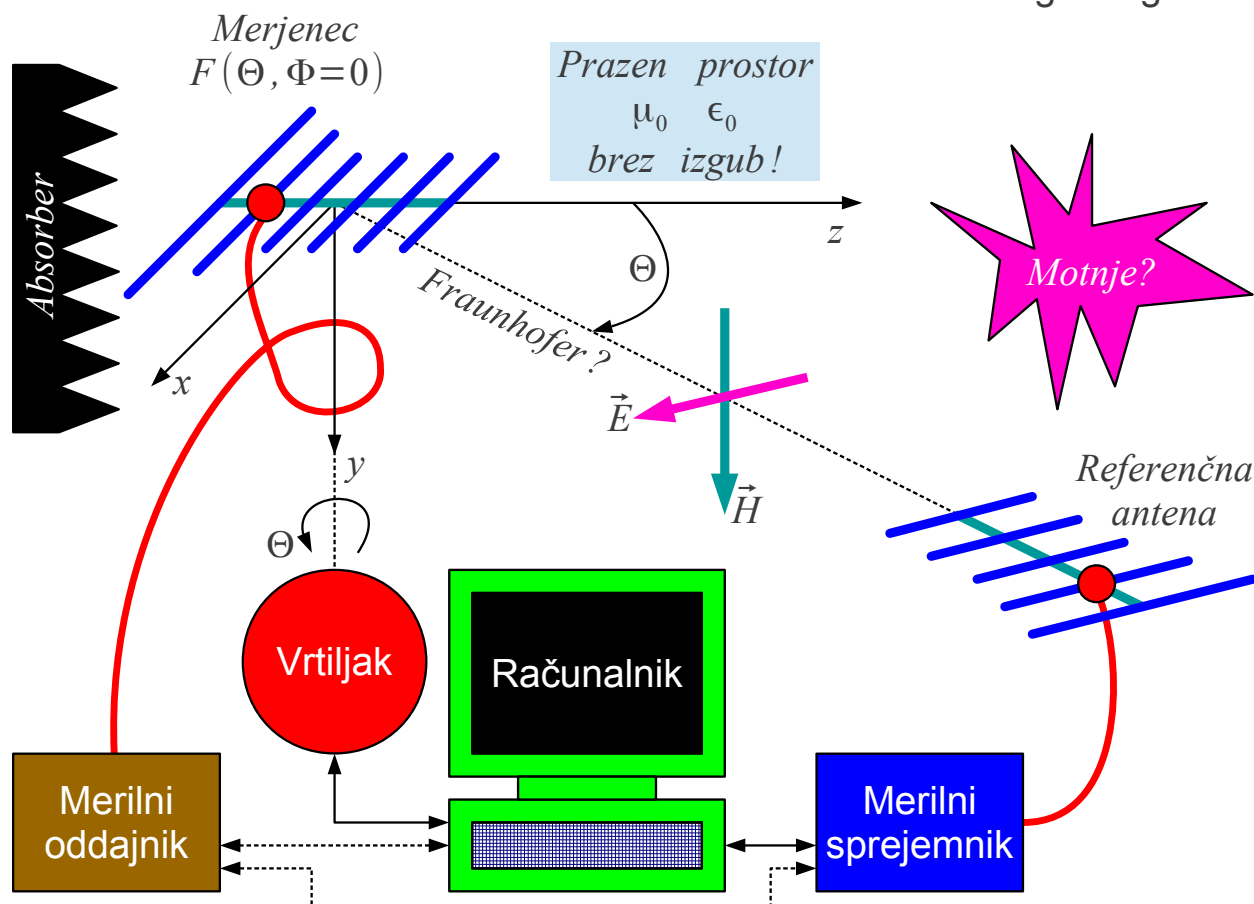
$$D_j = \frac{4 |F(\Theta_{MAX}=0, \Phi_{MAX}=\Phi_j)|^2}{\int_{-\pi}^{\pi} |F(\Theta, \Phi_j)|^2 \sin \Theta d\Theta}$$

N meritev pri $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \dots \Phi_N$ daje grobe približke smernosti $D_1, D_2, D_3 \dots D_N$. Približku integracije vseh prerezov smernega diagrama je povsem enakovreden izračun natančnejše smernosti po izrazu:

$$D = \frac{N}{\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} + \frac{1}{D_3} + \dots + \frac{1}{D_N}}$$

Za večino preprostih anten zadošča meritev smernega diagrama pri $N=2$ med sabo pravokotnih parih prerezov $\Phi_1 = \Phi_E = 0$ in $\Phi_2 = \Phi_H = \pi/2$, ki ustrezata sukanju merjene antene v ravnini električnega oziroma magnetnega polja. Meritev para prerezov smernega diagrama $F(\Theta, \Phi_E)$ in $F(\Theta, \Phi_E + \pi)$ v ravnini E je prikazana na risbi:

Ravnina E smernega diagrama

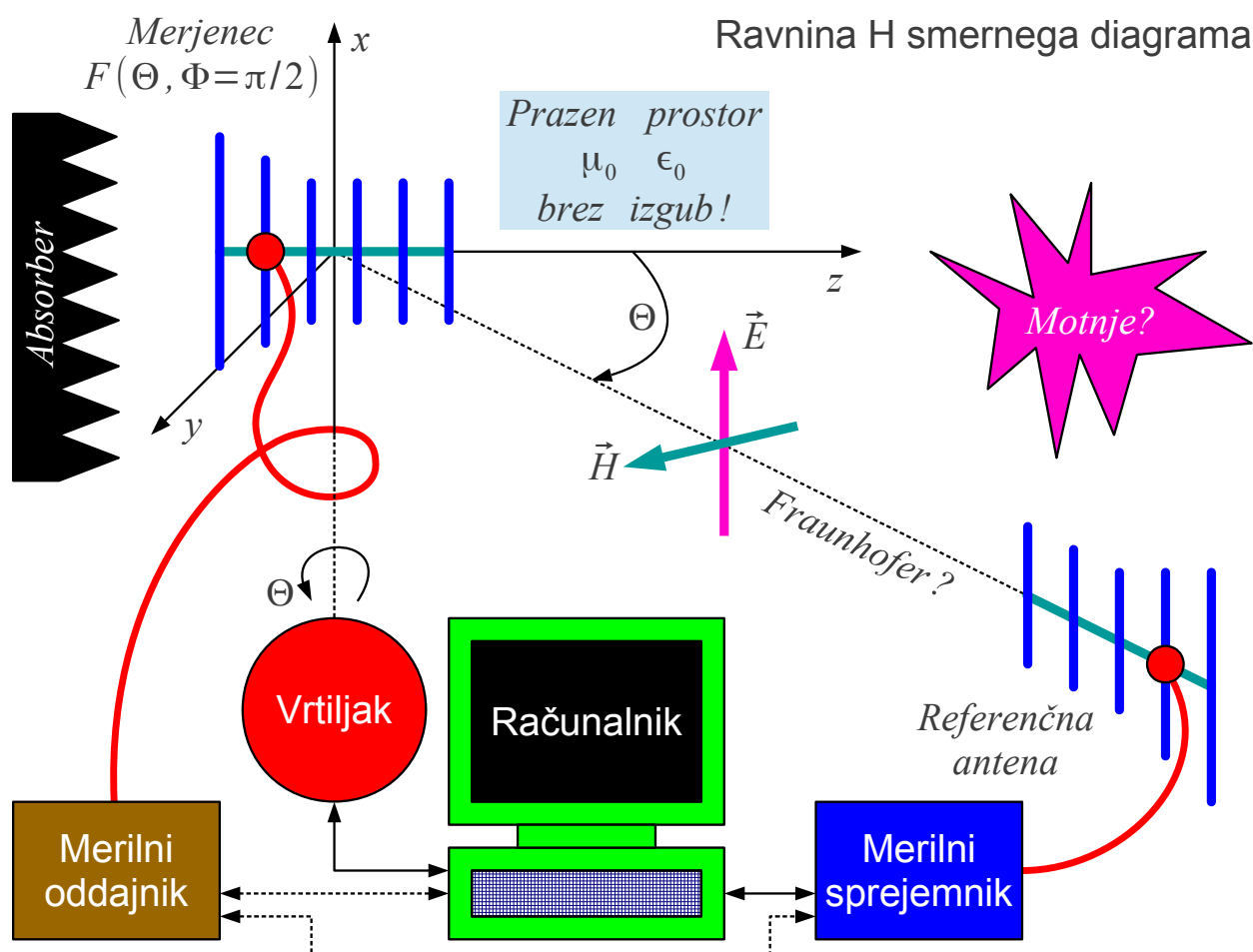


Merilna zveza je recipročna, merilni oddajnik in merilni sprejemnik smemo zamenjati med sabo. Radijskim motnjam se je lažje izogniti, če priključimo sprejemnik na referenčno anteno. Gibek nizkofrekvenčni kabel do merilne diode je sicer ugoden za merjenja na vrtljaku.

Nadležnim odbojem od tal se izognemo tako, da namestimo obe anteni na dovolj veliki višini nad tlemi. Od ostalih odbojev je najbolj nadležen odboj od predmetov za merjencem, kamor namestimo absorber.

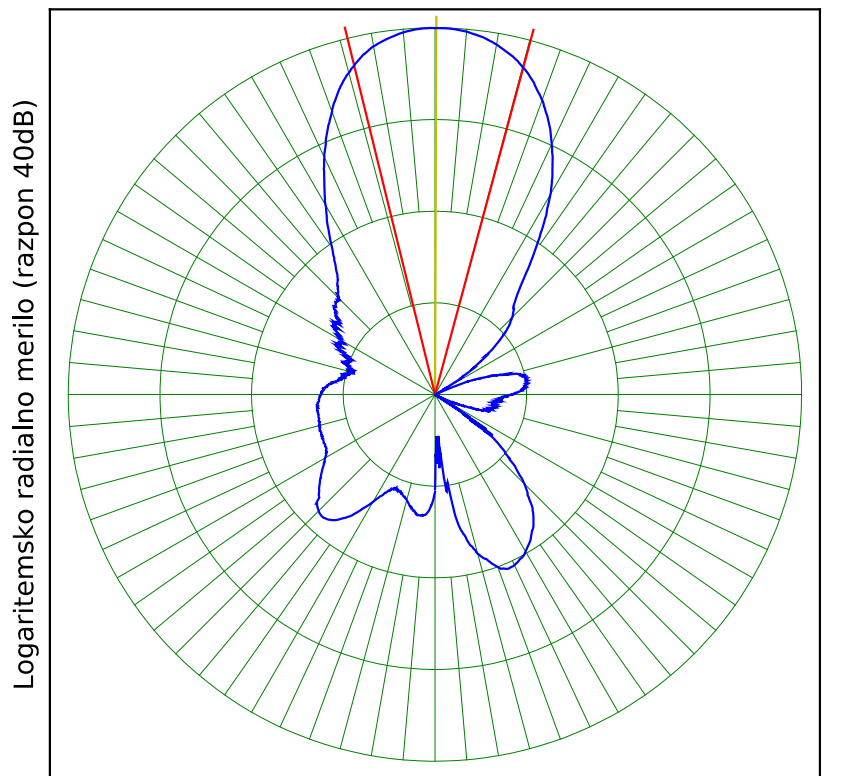
Računalnik krmili vrtljak z merjencem in hkrati beleži podatke iz sprejemnika. Dodatno lahko računalnik nastavlja merilni oddajnik v avtomatizirani meritvi. Glede na izvedbo meritve lahko merilni oddajnik in merilni sprejemnik potrebujeta medsebojno povezavo za referenčni signal.

Za meritev para prerezov smernega diagrama $F(\Theta, \Phi_H)$ in $F(\Theta, \Phi_H + \pi)$ v ravnini H zamenjamo polarizaciji obeh anten, merjenca in referenčne:

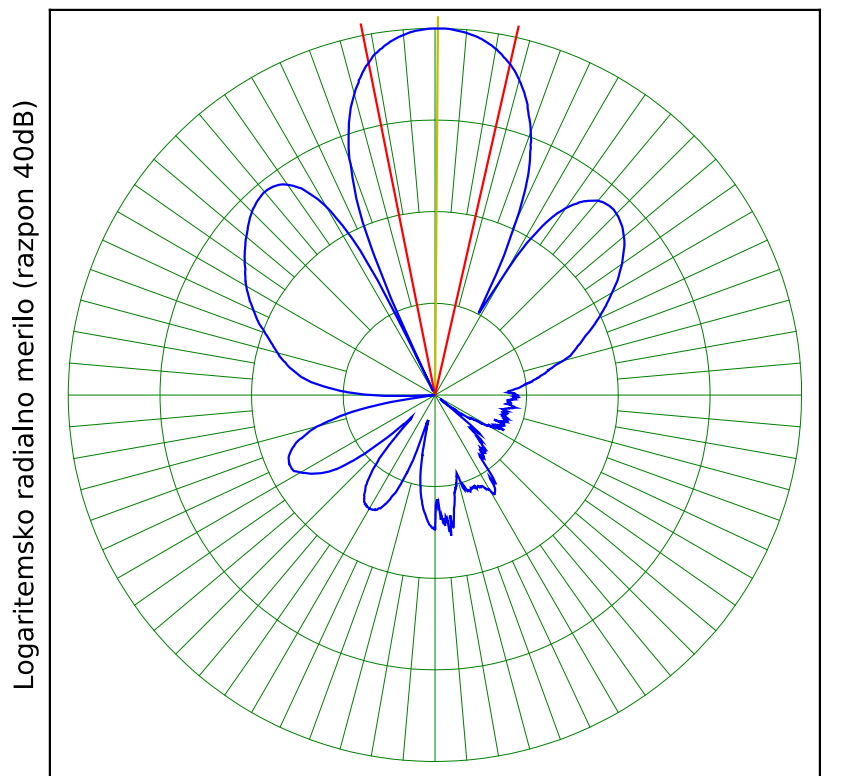


Primer izmerjenih prerezov smernega diagrama SBFA (Short Back-Fire Antenna) v ravninah E in H je prikazan v polarnih diagramih v logaritemskem radialnem merilu z razponom 40dB:

Sat Nov 25 19:46:46 2017
SBFA13 2360MHz ravnina E



Sat Nov 25 19:37:17 2017
SBFA13 2360MHz ravnina H



Za SBFA je značilno, da ima zelo čist smerni diagram z dvema stranskima snopoma v ravnini H in skoraj brez stranskih snopov v ravnini E. Ostali snopi pod -20dB so posledica odbojev od sten in druge opreme v laboratoriju, saj absorber pri tej meritvi ni bil uporabljen. Če bi namesto logaritemskega merila narisali isti smerni diagram v linearnem radialnem merilu, bi bili ti snopi komaj vidni. Absorber za merjencem bi sicer lahko oslabil nadležne odboje iz ozadja za dodatnih 20dB.

Iz izmerjenih smernih diagramov je tudi razviden pomen meritve prereзов v celotnem območju polarne razdalje $-\pi \leq \Theta \leq \pi$. Slednji omogoča določiti odklon glavnega snopa zaradi konstrukcijskih toleranc antene oziroma napak pri meritvi. Meritev širine -3dB glavnega snopa je dosti bolj natančna. Nesimetrija stranskih snopov je nazorno merilo za konstrukcijske tolerance antene oziroma neželjene pojave razširjanja (odboje) pri meritvi antene.

Računalniški program samodejno popravi odklon glavnega snopa in prestavi os z koordinatnega sistema v smer maksimuma pri računanju smernosti. Izmerjeni smernosti sta $D_E = 44.8 = 16.51\text{dBi}$ v ravnini E in $D_H = 41.4 = 16.17\text{dBi}$ v ravnini H. Natančnejšo smernost izračunamo po izrazu, kamor vstavimo obe smernosti kot neimenovana razmerja:

$$D = \frac{2}{\frac{1}{D_E} + \frac{1}{D_H}} = \frac{2}{\frac{1}{44.8} + \frac{1}{41.4}} = 43.03 \quad 10 \log_{10} 43.03 = 16.34\text{dBi}$$

Koliko lahko zaupamo izračunani smernosti, sklepamo iz opaženih neželjenih pojavov. Če so odboji v povprečju oslabljeni za $a_{\text{odboj}} \approx 30\text{dB} = 1000$ glede na glavni snop in je smernost v velikostnem razredu $D \approx 16\text{dBi} = 40$, pričakujemo relativno napako meritve v velikostnem razredu $D/a \approx 0.04$, torej 4% oziroma $10 \log_{10} 1.04 \approx 0.2\text{dB}$.

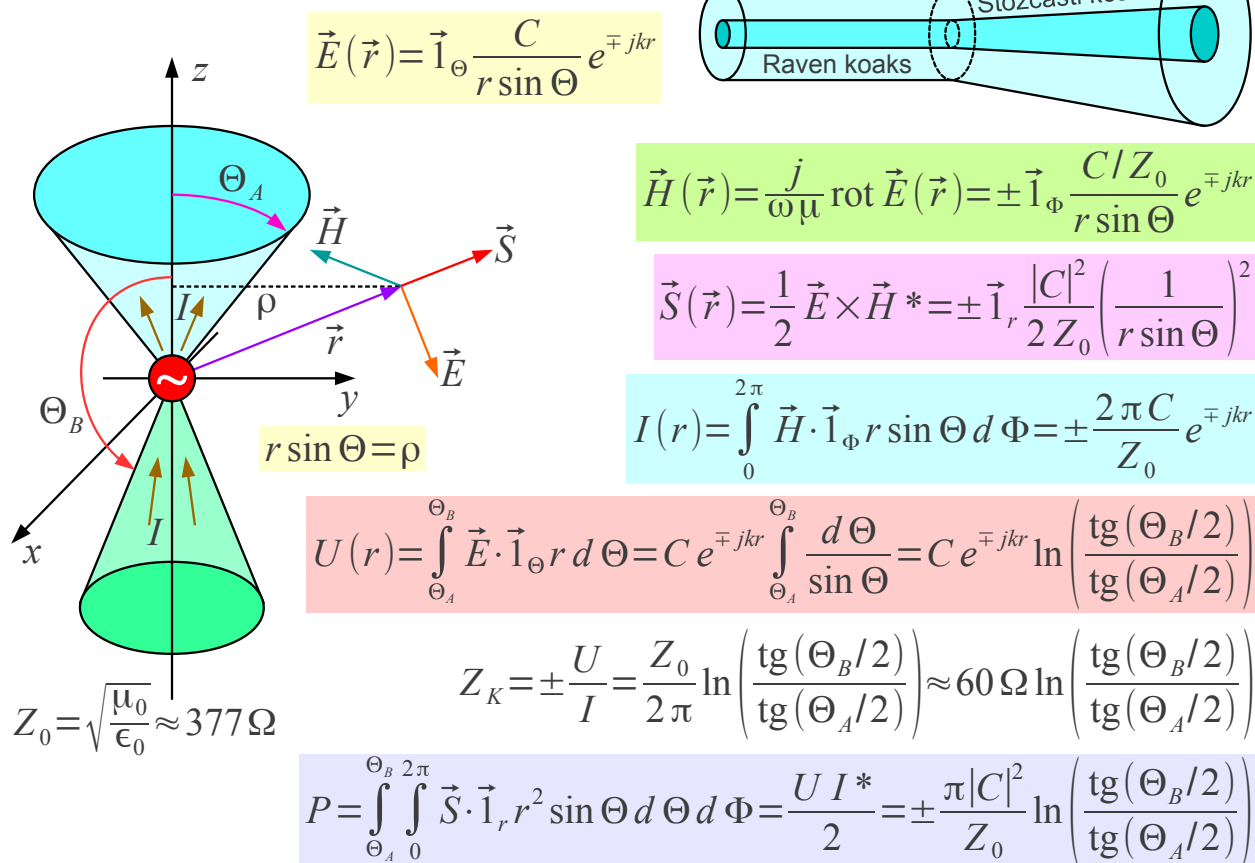
* * * * *

6. Žične antene

Konec 19. stoletja je tehnika omogočala izdelavo učinkovitih oddajnikov in doseganje velikega dometa radijske zveze le pri razmeroma nizkih frekvencah $f < 100 \text{ kHz}$. Izvirni Hertzovi poskusi so delovali na previsokih frekvencah, da bi bili praktično uporabni. V področju dolgih valov $\lambda > 3 \text{ km}$ so vse naprave majhne v primerjavi z valovno dolžino. Tokovni element $h \ll \lambda$ je kot točkasti električni dipol (Teslov transformator) silno neučinkovita antena. Podobno je majhna zanka $\sqrt{A} \ll \lambda$ kot točkasti magnetni dipol (okvirna antena) silno neučinkovita antena.

Guglielmo Marconi je s številnimi poskusi našel ceneno rešitev za učinkovito anteno v obliki zelo dolge in tanke žice, ki jo je dvigoval nad tla celo s pomočjo balona ali zmaja. Antene v obliki dolge in tanke žice ostajajo pomembne tudi danes. Kako izdelati anteno z dobrim sevalnim izkoristkom $\eta \rightarrow 1$, si najlažje ogledamo na stožčastemvodu, kjer ima elektromagnetno polje razmeroma preprosto analitsko rešitev:

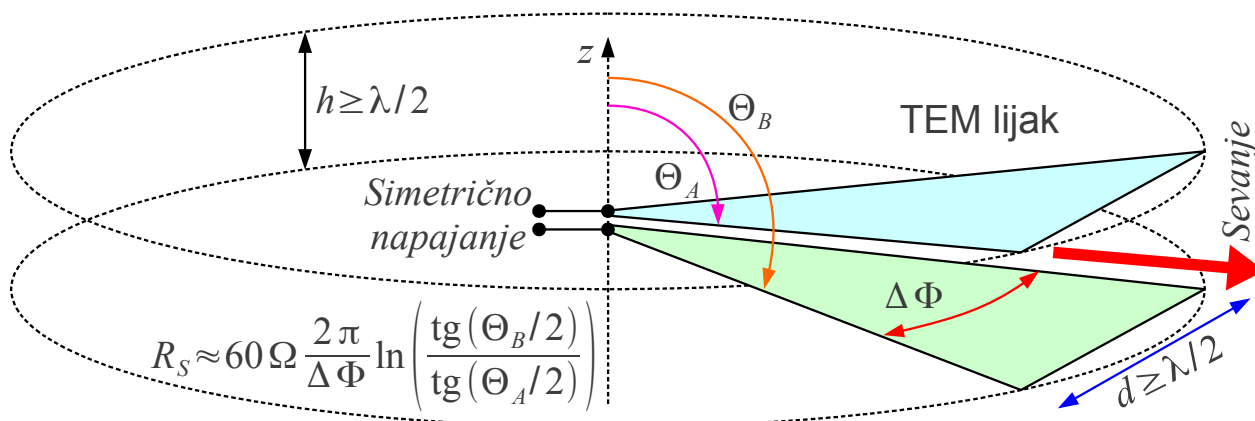
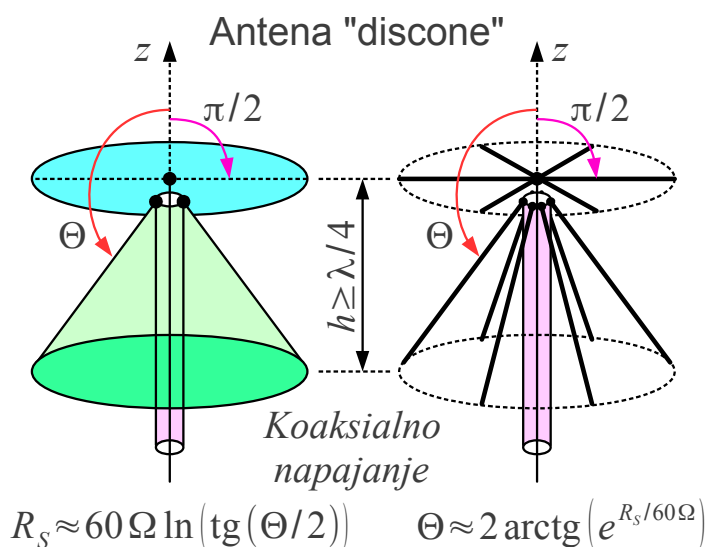
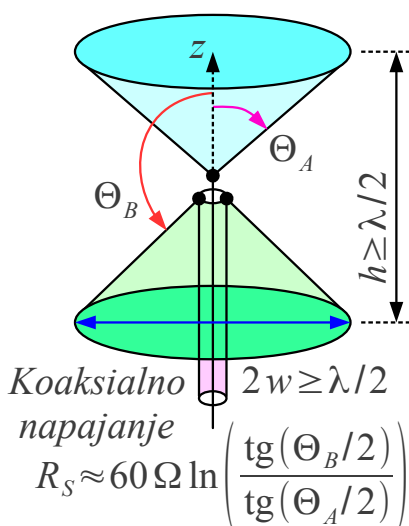
Stožčasti vod



Stožčasti vod je lahko stožčasti koaksialni kabel, kjer sta oba, žila in oklop, plašča dveh vgnezenih stožcev. Točna rešitev Maxwellovih enačb $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_\Theta C e^{\mp jkr} / (r \sin \Theta)$ opisuje oba valova, v smeri odpiranja stožcev e^{-jkr} in v smeri krčenja stožcev e^{+jkr} . Kot antena je najbolj uporaben široko odprt stožčasti vod $\Theta_A \leq \pi/2$ in $\Theta_B > \pi/2$, kjer se valovanje iz generatorja v koordinatnem izhodišču širi v prostor med stožcema na obe strani ravnine xy .

Točna rešitev Maxwellovih enačb zahteva dva neskončno velika kovinska stožca, kar ni izvedljivo. Pri končno velikih stožcih dobimo zelo podobno elektromagnetno polje v primeru, ko sta premer $2w \gg \lambda$ in višina naprave $h \gg \lambda$ dosti večja od valovne dolžine. Učinek odbojev na odrezanih robovih stožcev je takrat zanemarljiv. Bikonična antena (Sergei Alexander Schelkunoff 1941) je povsem uporabna že pri frekvenci, ko premer $2w \geq \lambda/2$ in višina $h \geq \lambda/2$ presežeta polovico valovne dolžine:

Bikonična antena



Od vseh bikoničnih anten ima najmanjše izmere v primerjavi z valovno

dolžino antena "discone" (iz angleških izrazov: disc+cone, Armig G. Kandoian 1943), kjer z uporabo dveh med sabo zelo različnih stožcev, ploščatega diska in srednje vitkega stožca, še dodatno zmanjšamo učinek odbojev na odrezanih robovih. Oba disk in stožec lahko izdelamo tudi iz kovinskih palčk, saj poznamo smer toka. Gornja frekvenčna meja "discone" v teoriji ni omejena, v praksi je odvisna od natančnosti izdelave napajalne točke.

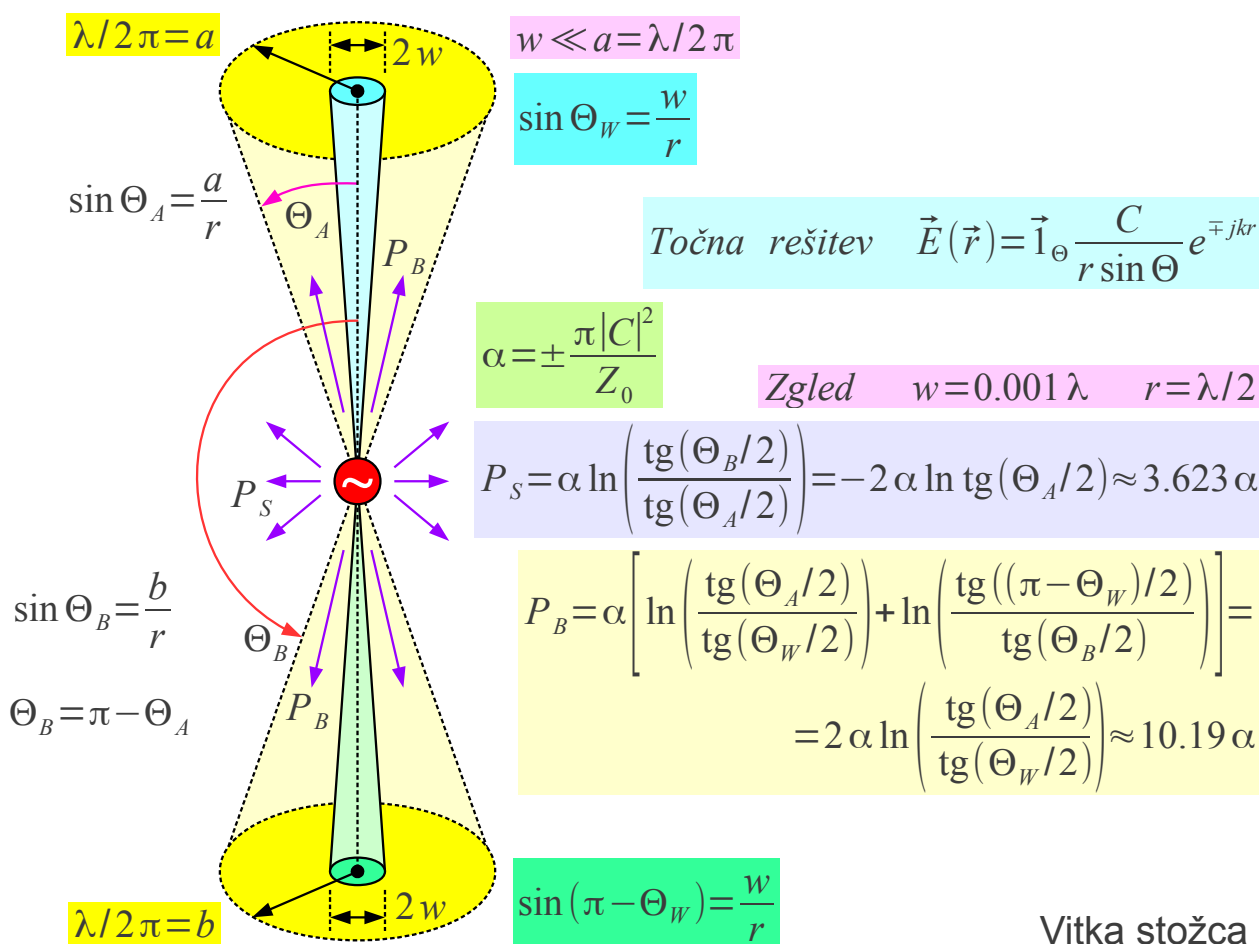
Sevalna upornost bikonične antene in antene "discone" je običajno zelo blizu karakteristični impedanci pripadajočega stožčastega voda. Sevalni izkoristek $\eta \approx 1$ je blizu enote, saj je v anteni malo izgub in je sevalna upornost prilagojena karakteristični impedanci razpoložljivih koaksialnih kablov. Smerni diagram "discone" se pri nizkih frekvencah kaj dosti ne razlikuje od točkastega električnega dipola, bistvena razlika med obema je v sevalnem izkoristku!

Pri višjih frekvencah oziroma večjih izmerah bikonične antene $2w, h \gg \lambda$ se valovanje usmerja v prostor med stožcema $\Theta_A \leq \Theta \leq \Theta_B$. Dodatno lahko valovanje usmerimo še v ravnini xy tako, da izdelamo le izseka obeh stožcev za pokrivanje izbranega območja zemljepisne dolžine $\Delta\Phi < 2\pi$. Pripadajočo anteno imenujemo TEM lijak. Če je TEM lijak dovolj velik in se dovolj blago odpira, lahko poleg odličnega sevalnega izkoristka $\eta \approx 1$ doseže tudi visoko smernost $D \gg 1$.

TEM lijak je antena, ki pokriva širok frekvenčni pas, ima odličen sevalni izkoristek in ga lahko načrtujemo za visoko smernost. Pomanjkljivost TEM in drugih lijakov so potrebne izmere antene. Drugačne antene lahko dosežejo podobne lastnosti z manjšimi izmerami za nižjo ceno. Več o lijakih sledi v pripadajočem poglavju. TEM lijak se danes večinoma uporablja kot merilna antena pri preverjanju elektromagnetne združljivosti (EMC).

S stožčastim dvovodom lahko ponazorimo tudi anteno iz tanke žice s polmerom v velikostnem razredu tisočinke valovne dolžine $w \approx 0.001\lambda$ ali celo še manj. Tanko žico ponazarjata dva zelo vitka stožca, med katera je priključen generator. V neposredni bližini tanke žice $\rho = r \sin \Theta < \lambda/2\pi$ je bližnje elektromagnetno polje dosti močnejše od sevanja. Ne glede na dolžino žice odboj na odrezanem koncu tanke žice ni zanemarljiv, pač pa ima zelo velik učinek na obnašanje antene iz tanke žice.

Velikostni razred pojavov lahko ocenimo iz pretoka moči v stožčastem vodu višine $h = 2r = \lambda$, kjer polmer stožcev dosega $w = 0.001\lambda$. Moč P_B v področju bližnjega polja v neposredni bližini vitkih stožcev je skoraj trikrat večja od sevanje moči P_S v vsem ostalem prostoru:



Odrezani konec tanke žice se torej obnaša kot odprte sponke voda z odbojnostjo v bližini $\Gamma \approx 1$. Na anteni iz tanke žice torej pričakujemo stojne valove podobno kot na nezaključenem vodu. Na anteni iz tanke žice lahko vedno določimo oziroma izmerimo stojni val električnega toka $I(s)$ kot funkcijo vzdolžne koordinate s na žici. Na odrezanem koncu tanke žice ima stojni val električnega toka vedno vozle.

Na antenah običajno ne moremo definirati električne napetosti $U(s)$ kot funkcijo vzdolžne koordinate s po žici, saj je v primeru sevanja vrtenje električnega polja $\text{rot } \vec{E}(\vec{r}) \neq 0$ vedno različno od nič. Definicija napetosti na bikoničnem vodu $U(r)$ velja samo na izbrani razdalji $r = \text{konst.}$ od izhodišča in še to samo v primeru neskončno velikih stožcev. Antenska žica nima oblike stožca niti ni neskončno dolga. Na žičnih antenah zato ne moremo definirati napetosti $U(s)$ niti ne smemo govoriti o stojnem valu napetosti, kot to žal počne marsikateri površen učbenik o antenah.

Posledica stojnih valov na tanki žici so rezonančni pojavi. Obnašanje antene iz tanke žice se lahko hitro spreminja s frekvenco. Od tu zmotno prepričanje, da morajo biti antene rezonančne na izbrani delovni frekvenci. Fizikalno gledano je sevanje sorazmerno samo pospešku elektrin, torej ne

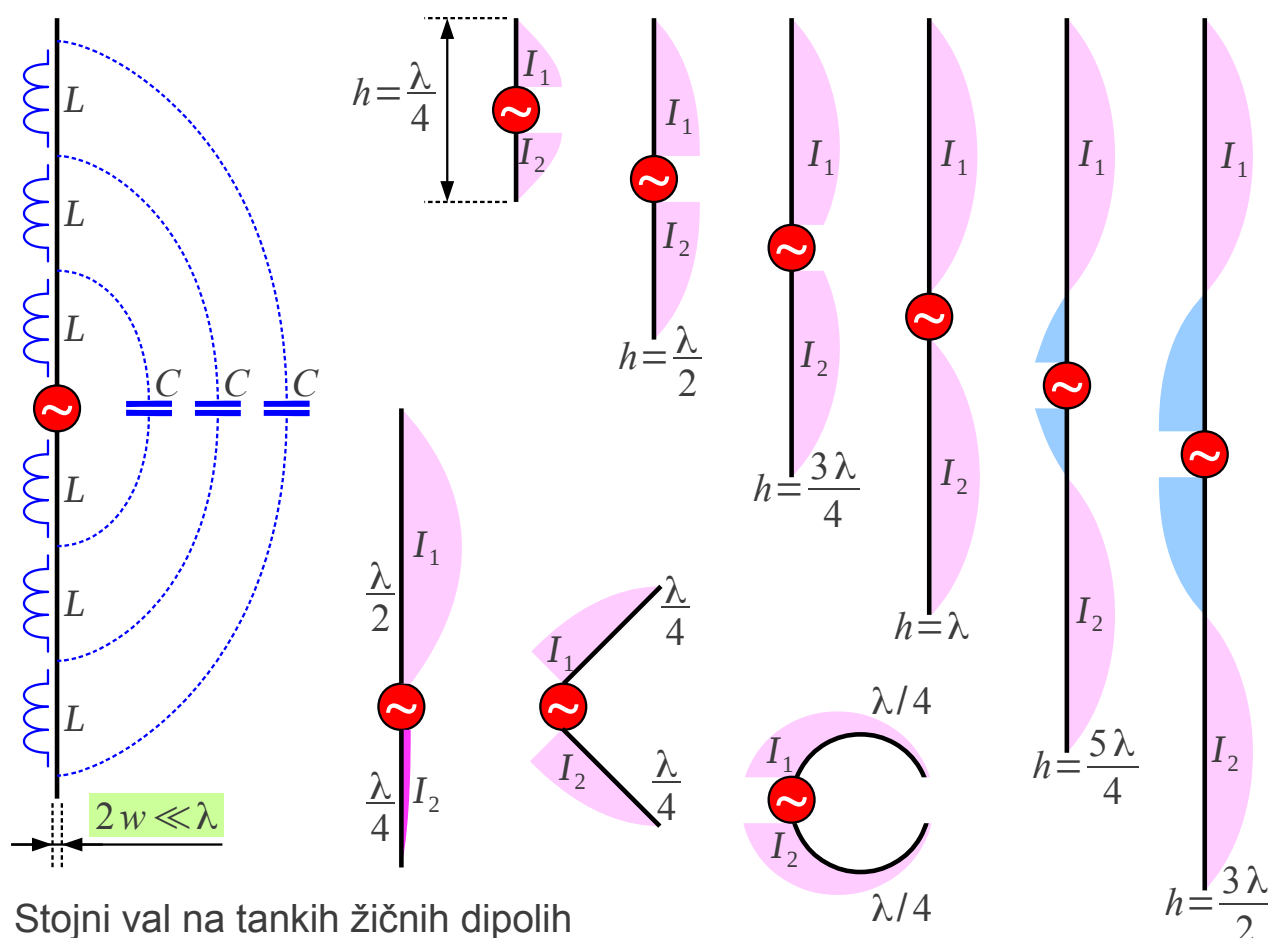
more biti rezonančen pojav. Pač pa pojavi bližnjega polja preslikajo sevalno upornost antene na različne načine. Rezonančni pojavi na tanki žici so samo nadloga bližnjega polja, ki prav nič ne pripomore k sevanju.

Divje spreminjanje impedance antene s frekvenco je samo posledica varčevanja s tanko žico! Rezonančni pojavi slabijo z uporabo debelejših vodnikov in skoraj povsem izginejo pri bikonični anteni. Impedanco antene iz tanke žice merimo v napajalni točki, kjer je razdalja med priključkoma antene dovolj majhna, da smemo zanemariti vrtinčenje električnega polja

$$\text{rot } \vec{E}(\vec{r}) \approx 0 \quad \text{in definirati napetost generatorja } U_g.$$

Učinke bližnjega polja tanke žice ponazarja porazdeljena induktivnost žice L in porazdeljena kapacitivnost C med krakoma antene. Stojni val toka opisuje izraz $I(s) = I_{\text{MAX}} \cos(ks + \phi)$, kjer valovno število

$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ustreza praznemu prostoru okoli žice in fazni zasuk ϕ poskrbi za vozel toka na koncu žice. Kraka dipola potrebujeta dva ločena izraza $I_1(s) = I_{1\text{MAX}} \cos(ks + \phi_1)$ in $I_2(s) = I_{2\text{MAX}} \cos(ks + \phi_2)$:



Na simetričnih dipolih je porazdelitev toka simetrična $I_1(s) = I_2(-s)$. Uporabne dolžine dipolov so med $\lambda/2 \leq h \leq 5\lambda/4$. Prekratki dipoli

$h < \lambda/2$ imajo zelo nizko sevalno upornost. Predolgi dipoli $h > 5\lambda/4$ imajo neuporaben smerni diagram z več snopi.

Na dipolih s kraki različnih dolžin sta porazdelitvi $I_1(s)$ in $I_2(s)$ zelo različni med sabo. Primer zelo različnih krakov je J antena, kjer seva daljši krak dolžine $\lambda/2$ kot polvalovni dipol, krajši krak $\lambda/4$ pa služi samo zaključitvi generatorja na ugodno visoko impedanco v napajalni točki.

Porazdelitev toka na tanki žici se bistveno ne spremeni v primeru, če kraka polvalovnega dipola zasukamo (V dipol) enega proti drugemu oziroma ukrivimo enega proti drugemu. Obe opisani anteni, V dipol in polvalovni ukrivljeni dipol, sta uporabni kot neusmerjeni anteni z vodoravno polarizacijo.

Od vseh opisanih dipolov se največkrat uporablja polvalovni dipol $h = \lambda/2$, zato je smiselno natančno izpeljati njegovo sevano polje, izračunati sevalno upornost in smernost. Porazdelitev toka na polvalovnem dipolu iz tanke žice se poenostavi v $I(z') = I_g \cos(kz')$. Sevanje polvalovnega dipola izračunamo kot vsoto sevanja diferencialno kratkih tokovnih elementov v osi z :

$h = \frac{\lambda}{2}$

Stojni val toka
 $I(z') = I_g \cos(kz')$

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega$

Polvalovni dipol

Poenostavitev za sevanje $d\vec{E} \approx \hat{1}_\Theta \cdot \frac{jkZ_0}{4\pi} I(z') dz' \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \sin \Theta'$

$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{r^2 + z'^2 - 2rz' \cos \Theta}$

$r \gg h \rightarrow |\vec{r}-\vec{r}'| \approx r - z' \cos \Theta$

Daljnje polje $r \gg \frac{2h^2}{\lambda}$ $\hat{1}_\Theta \approx \hat{1}_\Theta$

$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx \frac{1}{r}$ $\sin \Theta' \approx \sin \Theta$

$e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx e^{-jkr} e^{jkz' \cos \Theta}$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \approx \hat{1}_\Theta \frac{jkZ_0}{4\pi} I_g \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos(kz') e^{-jkz' \cos \Theta} dz'$$

$$\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos(kz') e^{jkz' \cos \Theta} dz' = \frac{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{k \sin^2 \Theta}$$

$$\vec{E} \approx \hat{1}_\Theta \frac{jZ_0}{2\pi} I_g \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta}$$

Pri izračunu integrala upoštevamo poenostavitve v Fraunhoferjevem področju $r \gg 2h^2/\lambda$, torej zanemarimo spremembe amplitude posameznih prispevkov in upoštevamo samo spremembe faze. Končni rezultat za jakost polja $\vec{E}(\vec{r})$ je neodvisen od frekvence oziroma valovne dolžine pod pogojem, da dolžino dipola prilagodimo frekvenci generatorja.

V Fraunhoferjevem področju lahko Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$ izračunamo neposredno iz električnega polja. Sevano moč P izračunamo z integracijo gostote pretoka moči po krogli, ki oklepa anteno. Integral po polarni razdalji Θ je najlažje rešiti numerično:

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r \frac{Z_0}{8\pi^2} |I_g|^2 \frac{1}{r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2$$

$$\int_0^{2\pi} d\Phi = 2\pi$$

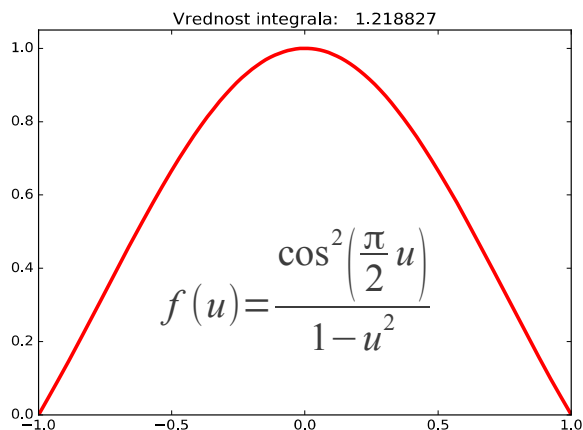
$$P = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \vec{S} \cdot \vec{1}_r r^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi = \frac{Z_0}{4\pi} |I_g|^2 \int_0^\pi \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2 \sin \Theta d\Theta$$

$$I_{\lambda/2} = \int_0^\pi \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2 \sin \Theta d\Theta = \int_{-1}^1 \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} u\right)}{1-u^2} du \approx 1.218827$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \Omega \approx 120 \pi \Omega$$

$$R_s = \frac{2P}{|I_g|^2} = \frac{Z_0}{2\pi} I_{\lambda/2} \approx 60 \Omega \quad I_{\lambda/2} \approx 73.1 \Omega$$

Upornost polvalovnega dipola



Integracija sevalne moči daje zelo ugodno vrednost sevalne upornosti okoli $R_s \approx 73.1 \Omega$. Reaktivna komponenta impedance je v hrbtu stojnega vala toka zelo majhna in jo lahko popolnoma izničimo z manjšimi popravki dolžine dipola. Impedanca polvalovnega dipola je skoraj popolnoma delovna in je hkrati v velikostnem razredu običajnih karakterističnih impedanc visokofrekvenčnih prenosnih vodov. Upornost žice dipola je običajno za dva velikostna razreda manjša od sevalne upornosti, kar daje odličen sevalni izkoristek več kot $\eta > 0.99$.

Čeprav zapis izgleda precej drugače, se smerni diagram polvalovnega dipola (modra krivulja) kaj dosti ne razlikuje od kratkega tokovnega elementa (rdeča krivulja):

$$h = \frac{\lambda}{2} \rightarrow F(\Theta, \Phi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta}$$

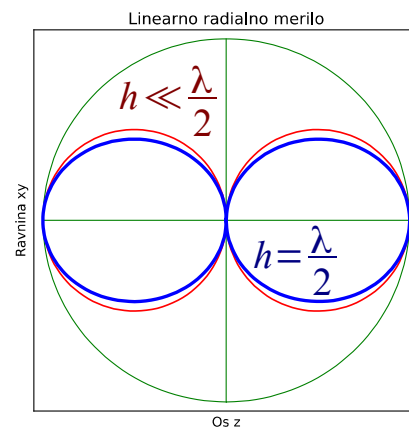
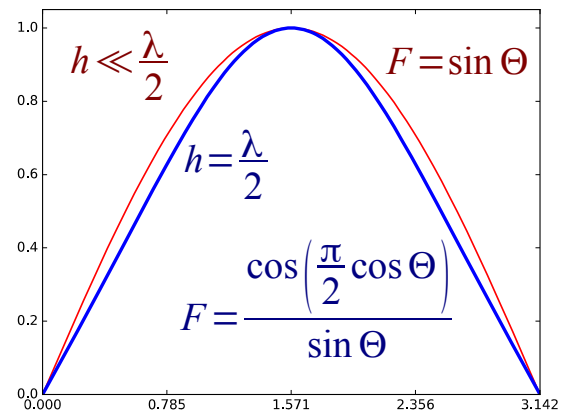
$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint\oint |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$F(\Theta_{MAX} = \pi/2) = 1$$

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$D = \frac{4\pi}{2\pi I_{\lambda/2}} = \frac{2}{1.218827} = 1.640922$$

$$D_{\text{dBi}} = 10 \log_{10} 1.640922 = 2.150879 \text{ dBi}$$

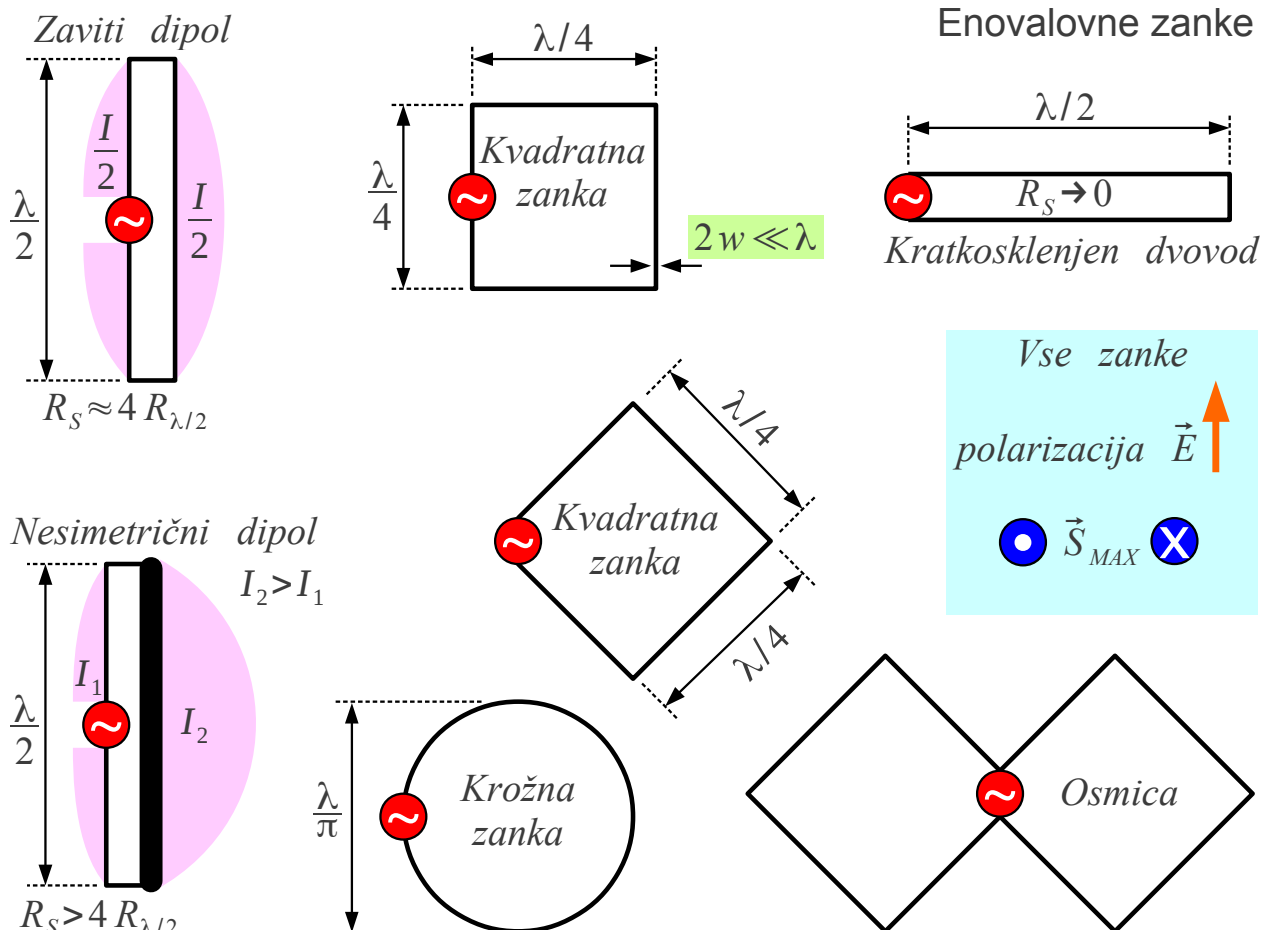


Smernost polvalovnega dipola

Izračun smernost polvalovnega dipola vsebuje enak integral kot izračun sevalne upornosti. Smernost polvalovnega dipola znaša $D = 1.64$ oziroma $D_{\text{dBi}} = 2.15 \text{ dBi}$. Dobitek polvalovnega dipola je približno enak smernosti $G \approx D$, saj je sevalni izkoristek praktičnih polvalovnih dipolov blizu enote.

Polvalovni dipol je preprosta, praktično izvedljiva antena z znano smernostjo in dobitkom. Smernosti in dobitke drugih anten zato pogosto navajamo tudi v merskih enotah $[\text{dBd}]$, to je decibeli glede na polvalovni dipol. Smernosti in dobitke preračunamo $D_{\text{dBd}} = D_{\text{dBi}} - 2.15 \text{ dB}$ oziroma $G_{\text{dBd}} = G_{\text{dBi}} - 2.15 \text{ dB}$.

Iz dveh polvalovnih dipolov lahko sestavimo enovalovno zanko. Oblika enovalovne zanke ima manjši vpliv na smerni diagram antene in zelo velik vpliv na sevalno upornost antene:



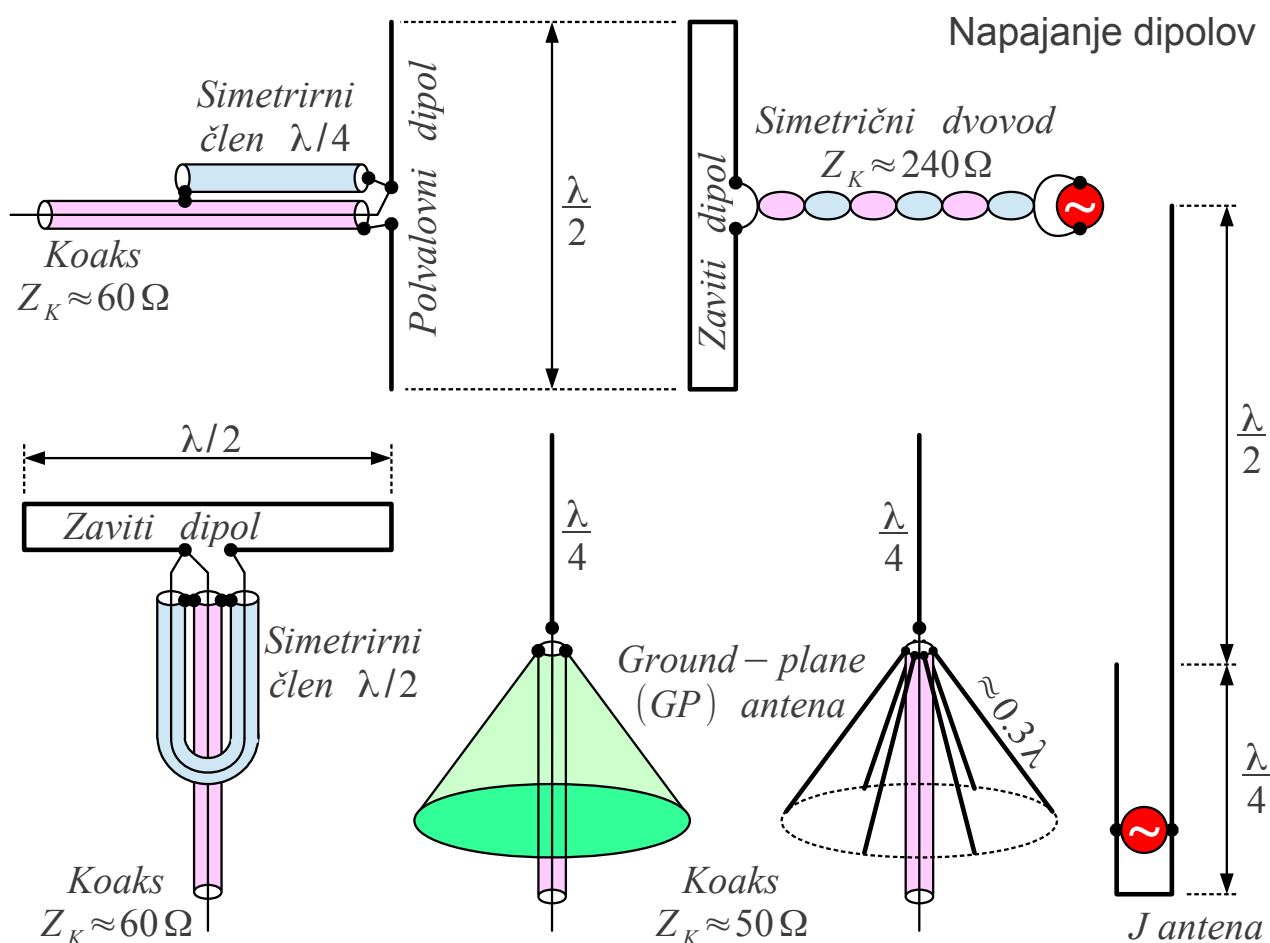
Zaviti dipol je sestavljen iz dveh polvalovnih dipolov na majhni medsebojni razdalji, ki sta vezana vzporedno na obeh koncih. Smerni diagram zavitega dipola je enak smernemu diagramu polvalovnega dipola. Ker je tok skozi napajani krak zavitega dipola polovičen, je sevalna upornost $R_S = 4 R_{\lambda/2}$ štirikratna upornost polvalovnega dipola. Sevalno upornost zavitega dipola lahko še dodatno povečamo z nesimetrično izvedbo.

Kvadratne, krožne zanke in zanke drugih oblik dosegajo malenkost večjo smernost od polvalovnega dipola in nekoliko nižjo sevalno upornost v velikostnem razredu $R_S \approx 100 \Omega$. Skupina dveh kvadratnih zank poimenovana osmica je praktično uporabna antena z večjo smernostjo ugodno sevalno upornostjo. S tlačanjem zanke v smeri električnega polja sevalna upornost upada in gre proti nič $R_S \rightarrow 0$ v primeru kratkosklenjenega dvovoda.

Visokofrekvenčni generator oziroma breme ni vedno vgrajeno v samo anteno. Pogosto moramo od oddajnika do antene napeljati daljši vod, prav tako od antene do sprejemnika. Napajalni vod moramo napeljati tako, da ne moti polja antene.

Dipoli najpogosteje zahtevajo simetrično napajanje. Koaksialni vod ni

simetričen, žila se razlikuje od oklopa. Koaksialni kabel moramo priključiti na simetrični dipol preko primerne simetririnega člena (angleško: BALanced-to-UNbalanced ali skrajšano "balun"):



Simetrirni člen $\lambda/4$ je najpreprostejši. Karakteristična impedanca koaksialnega kabla $Z_K \approx R_S$ se dobro prilagaja impedanci polvalovnega dipola. Simetrijo dosežemo s slepim kablom, samo oklop dolžine $\lambda/4$, ki ga pri dipolu vežemo na žilo koaksialnega kabla, oba oklopa pa vežemo skupaj na drugem koncu. Kratek stik se v dvovodu iz obeh oklopov dolžine $\lambda/4$ preslika v odprte sponke na priključkih dipola. Valovna dolžina v dvovodu iz obeh oklopov $\lambda = \lambda_0 = c_0/f$ ustreza vmesnemu praznemu prostoru.

Simetrirni člen $\lambda/2$ uporablja dodaten koaksialni kabel dolžine $\lambda/2$ za obračanje faze. Izhodna napetost se dvakrat poveča. Izhodna impedanca se štirikrat poveča. Primerna antena z $R_S \approx 4Z_K$ je zaviti dipol. Koaksialni kabel za obračanje faze je sicer obremenjen z $R_S/2$, ampak zaradi dolžine $\lambda/2$ se njegova karakteristična impedanca lahko razlikuje od bremena. Pri dolžini kabla za obračanje faze $\lambda/2 = v/(2f)$ moramo

upoštevati hitrost razširjanja valovanja v dielektriku kabla $v = c_0 / \sqrt{\epsilon_r}$!

Zaviti dipol lahko napajamo tudi s simetričnim dvovodom s karakteristično impedanco v velikostnem razredu $Z_K \approx 240 \Omega$. Neželjeno sevanje dvovoda zadušimo tako, da žici prepletamo med sabo. Sevanje sosednjih zankic dvovoda se tedaj odšteva med sabo. V vseh opisanih primerih napeljemo napajalni vod pod pravim kotom glede na dipol, da ne motimo sevanja dipola.

Vgradnja polvalovnega dipola pogosto zahteva napajanje s koaksialnim kablom v osi dipola. Pri bikonični anteni se da napeljati koaksialni kabel skozi enega od stožcev, da ne moti sevanja antene. Priljubljena praktična izvedba je križanec med polvalovnim dipolom in anteno "discone" poimenovan "ground-plane" antena ali na kratko GP antena. Tudi pri GP anteni je plašč stožca lahko izdelan iz kovinskih palčk. Koaksialni kabel najmanj moti sevanje antene, ko dolžina palčk stožca nekoliko presega četrtno valovne dolžine oziroma znaša okoli $l_{\text{palčka}} \approx 0.3 \lambda$.

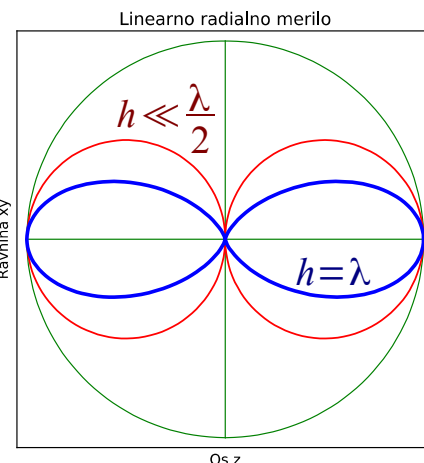
Končno lahko polvalovni dipol napajamo na koncu namesto v sredini. Sevalna uprnost je na koncu dipola zelo visoka in drugo sponko generatorja je treba nekam priključiti. Praktična rešitev je J antena (Hans Beggerow 1909). S stališča sevanja je J antena nesimetrični dipol z gornjim krakom dolžine $\lambda/2$ in spodnjim krakom dolžine $\lambda/4$. Seva večinoma gornji krak, saj je v spodnjem kraku tok dosti manjši. Spodnji krak je izdelan kot kratkosklenjen dvovod, da visoko impedanco antene preslika na impedanco generatorja v velikostnem razredu $R_g \approx 50 \Omega \dots 70 \Omega$.

Dva na koncu napajanja polvalovna dipola sestavljata simetrični enovalovni dipol $h = \lambda$. Sevanje enovalovnega dipola preprosto izračunamo iz sevanja polvalovnega dipola $\vec{E}_{\lambda/2}$ in vezave dveh takih dipolov enega nad drugim v bočno skupino. Skupina dveh sofazno napajanih virov na razdalji $\lambda/2$ v osi z dodaja smerni diagram skupine $F_s(\Theta, \Phi) = 2 \cos((\pi/2) \cos \Theta)$. Izpeljava slednjega sledi v poglavju o skupinah.

Smerni diagram simetričnega enovalovnega dipola $h = \lambda$ je nekoliko ožji od polvalovnega dipola $h = \lambda/2$ oziroma kratkega dipola $h \ll \lambda/2$. Enovalovni dipol ima nekoliko večjo smernost $D \approx 2.41$ oziroma $D_{\text{dBi}} \approx 3.82 \text{dBi}$:

Stojni val toka
 $I(z') = I_{MAX} |\sin(kz')|$

$$\vec{E} = \vec{E}_{\lambda/2} 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)$$



$h = \lambda$

$$\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jZ_0}{\pi} I_{MAX} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta}$$

$$F(\Theta, \Phi) = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta}$$

$I_{MAX} \gg I_g$

$$I_\lambda = \int_0^\pi \left[\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \right]^2 \sin \Theta d\Theta \approx 0.829532$$

$$D = \frac{2}{I_\lambda} \approx 2.41$$

$$D_{dBi} = 10 \log_{10} \frac{2}{I_\lambda} \approx 3.82 \text{ dBi}$$

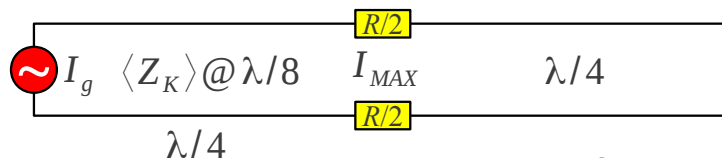
Tanka žica $w = 0.001 \lambda$

$$\Theta_A = \pi - \Theta_B \approx \frac{w}{\lambda/8}$$

$$P = \frac{Z_0}{\pi} |I_{MAX}|^2 I_\lambda$$

$$R = \frac{2P}{|I_{MAX}|^2} = \frac{2Z_0}{\pi} I_\lambda \approx 199 \Omega$$

Enovalovni dipol



$$Z_K \approx 120 \Omega \ln \frac{\lambda}{4w} \approx 663 \Omega$$

$$R_s = \frac{Z_K^2}{R} \approx 2.2 \text{ k}\Omega$$

Napajanje simetričnega enovalovnega dipola v minimumu toka $I(z')$ pomeni razmeroma visoko impedanco. Sevalno upornost enovalovnega dipola ocenimo iz sevalne upornosti $R(I_{MAX}) \approx 199 \Omega$ z generatorjem v hrbtu toka in invertiranje slednje na četrtvalovnem vodju $R_s = Z_K^2 / R$. Dober približek povprečne karakteristične impedance žičnega dipola $\langle Z_K \rangle$ je karakteristična impedanca stožčastega voda, izračunana sredi četrtvalovnega voda pri $r = \lambda/8$.

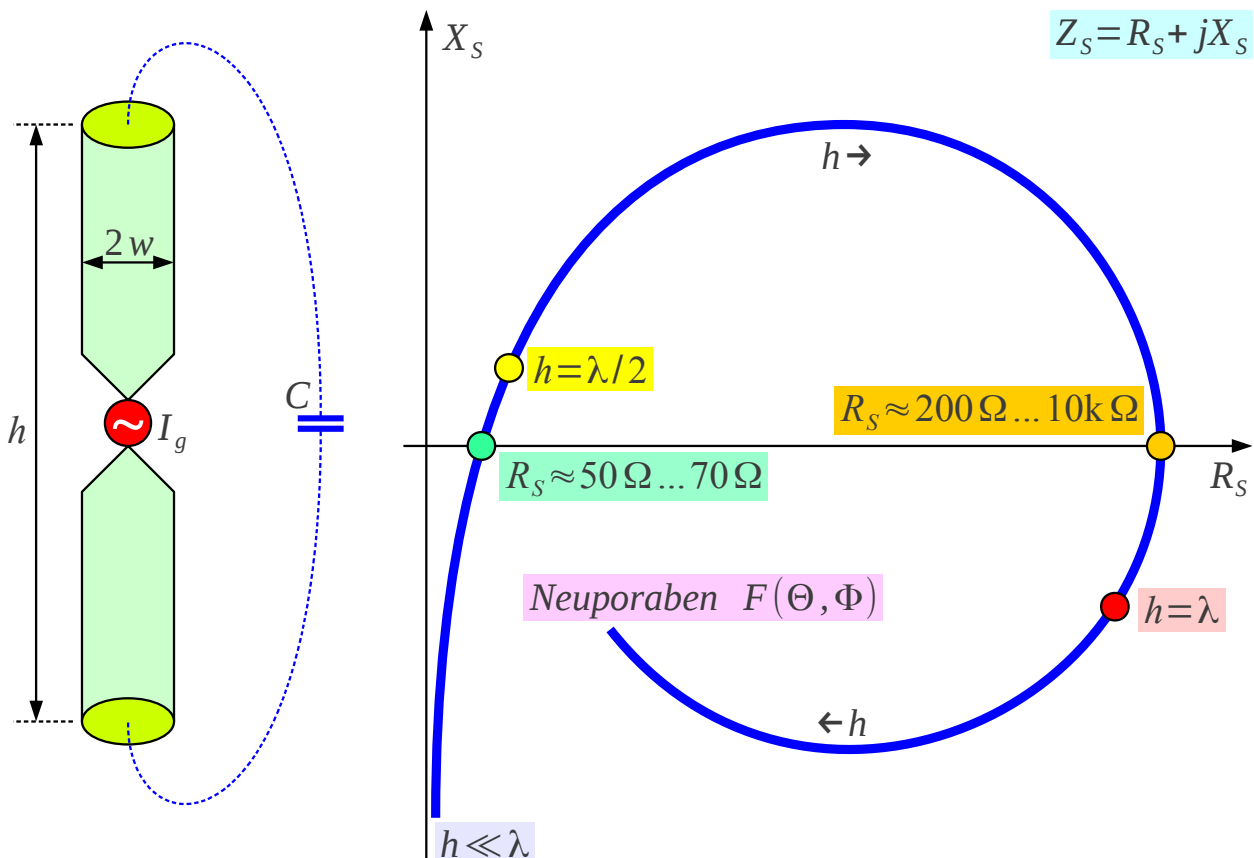
Enovalovni dipol iz tanke žice s polmerom $w = 0.001 \lambda$ ponazorimo z dvema vitkima stožcema. Karakteristična impedanca stožčastega dvovoda dosega $Z_K \approx 663 \Omega$ pri $r = \lambda/8$. Sevalna upornost se preslika v

$R_s \approx (663 \Omega)^2 / 199 \Omega \approx 2.2 \text{ k}\Omega$ v napajalni točki sredi enovalovnega dipola. Praktično je tako visoka impedanca močno odvisna tudi od natančne izvedbe priključkov generatorja!

Heinrich Hertz je v svojih poskusih uporabljal polvalovni dipol $h = \lambda/2$ v oddajniku, kjer je z električno iskro kratko-sklenil kondenzator iz naelektrenih krakov, torej nizka impedanca generatorja. V sprejemniku je Hertz uporabljal enovalovni dipol $h = \lambda$, da je na iskrišču dosegel čim višjo

električno poljsko jakost za preboj, torej visoka impedanca bremena.

Pri dipolih iz žice nezanemarljivega polmera $w \neq 0$ ne smemo zanemariti kapacitivnosti C med odrezanima koncema dipola. Zaradi slednje bo impedanca polvalovnega oziroma celovalovnega dipola povsem delovna pri dolžinah dipolov, ki so nekoliko krajše od $h < \lambda/2$ oziroma $h < \lambda$:



Impedanca debelega dipola

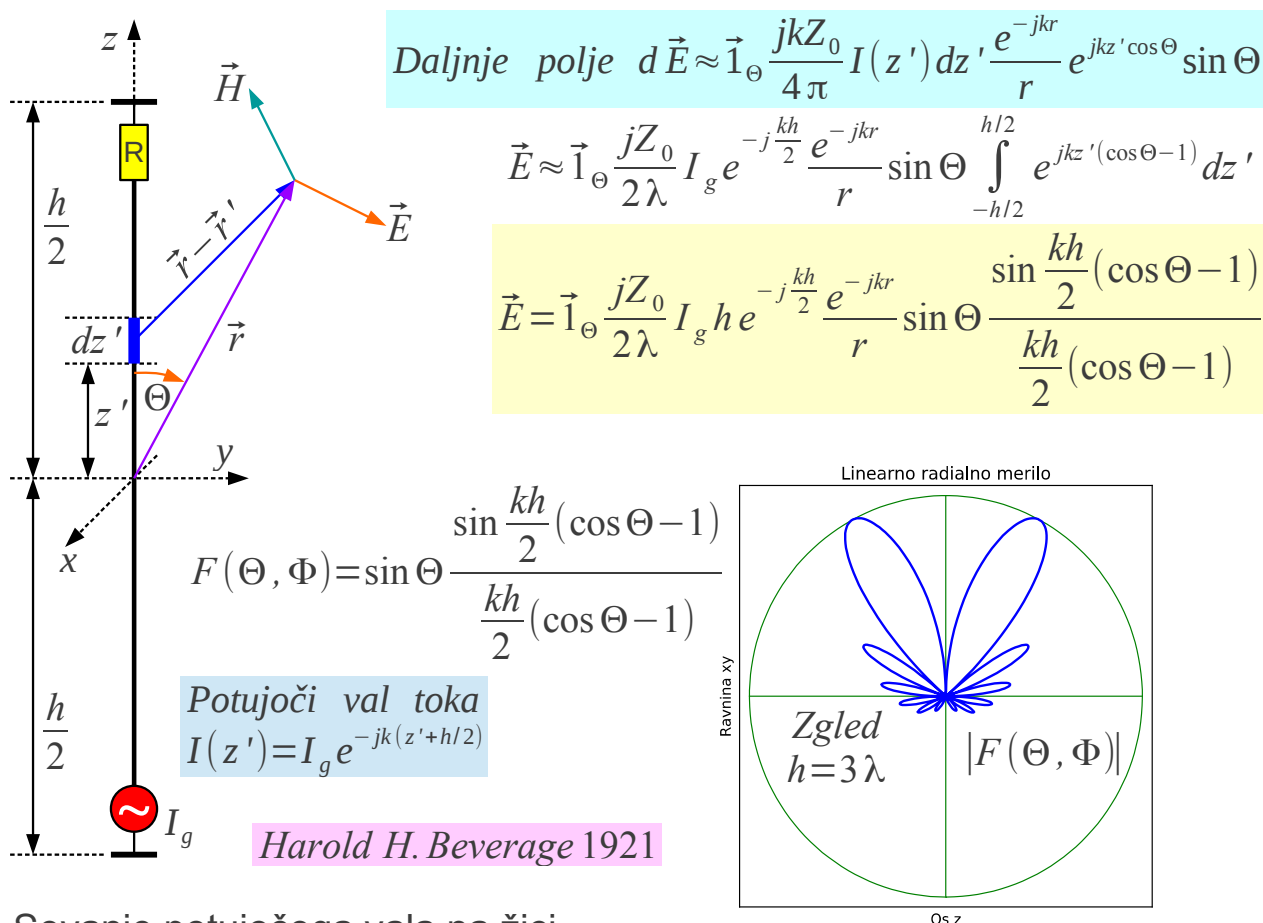
Sevalna upornost skrajšanih dipolov bo nekoliko nižja od sevalne upornosti polvalovnega oziroma celovalovnega dipola. Samo neskončno tanki polvalovni dipol dosega $R_s \approx 73.1 \Omega$. Nekoliko krajši dipol iz tanke žice dosega $R_s \approx 70 \Omega$. Še krajši dipol iz kovinskih cevi dosega $R_s \approx 60 \Omega$. GP antena dosega komaj $R_s \approx 50 \Omega$. V praksi so razlike v sevalni upornosti različnih polvalovnih dipolov nepomembne v primerjavi z jalovim delom impedance, ko isto anteno uporabljamo v širšem frekvenčnem pasu.

Pri enovalovnem dipolu ima polmer žice w zelo velik učinek na karakteristično impedanco Z_K in z njo povezanim invertiranjem sevalne upornosti $R_s = Z_K^2 / R$. Enovalovni dipol iz debelih kovinskih cevi ima

sevalno upornost manjšo od $R_s < 600 \Omega$. Jalovi del impedance ima pri enovalovnem dipolu manjšo vlogo, kar pomeni, da lahko isto anteno uporabljamo v širšem frekvenčnem pasu. Preprosto povedano, večja antena je običajno manj občutljiva na rezonančne pojave!

Na zelo dolgi žici se večina moči valovanja izseva, še preden pride val do konca žice. Učinek odboja na koncu žice je tedaj zelo majhen. Smerni diagram tokovnega elementa $\sin \Theta$ preprečuje, da bi dolga žica sevala v svoji osi. Potujoči val na žici tedaj seva v kolobar okoli osi žice. Interferenca posameznih prispevkov vzdolž žice oža kolobar sevanja pri daljšanju žice.

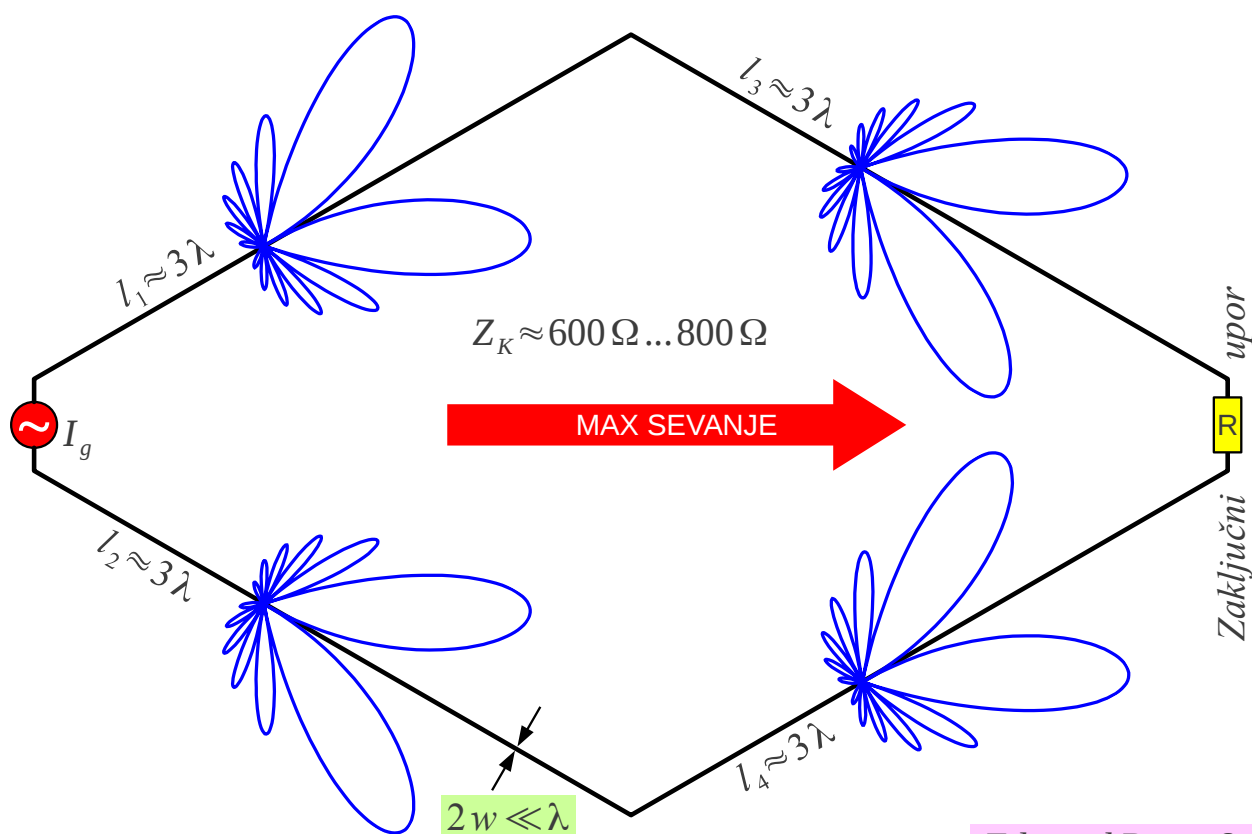
Odbiti val na dolgi žici lahko dodatno zadušimo z zaključnim uporom na koncu žice. Drugo sponko upora ozemljimo. Ozemljimo tudi drugo sponko generatorja. Smerni diagram dolge žice se kaj dosti ne razlikuje od smerne diagrama potujočega vala toka konstantne amplitude, ko bi usihanje vala zaradi sevanja zanemarili:



Ozemljitev druge sponke generatorja in zaključnega upora zahteva vodoravno postavitve žice na določeni višini nad tlemi. Izgubi moči v zaključnem uporu je treba dodati še izgube v zemlji. Dolga žica je uporabna kot sprejemna antena v področju srednjih valov $\lambda \approx 300\text{m}$, kjer naravni

šum za več velikostnih razredov presega šum sprejemnika in sevalni izkoristek sprejemne antene ni pomemben.

Več svobode pri postavljanju antene omogoča romb, sestavljen iz štirih dolgih žic. Generator in zaključni upor sta vezana med kraka romba antene, da ozemljitev ni potrebna. Kot odprtja romba načrtujemo tako, da se sevanje vseh štirih krakov sešteva v smeri zaključnega upora:



Romb antena

Edmond Bruce &
Harald Friis 1931

Sevalni izkoristek romba se da izboljšati z nižanjem karakteristične impedance dvovoda. V ta namen krake romba izdelamo iz več vzporednih žic. Poleg izgub v zaključnem uporu romb seva dosti moči tudi v številne stranske snope. Končno zahteva romb ogromno prostora za določeno smernost D oziroma dobitok G , zato ima romb antena danes predvsem zgodovinski pomen.

* * * * *

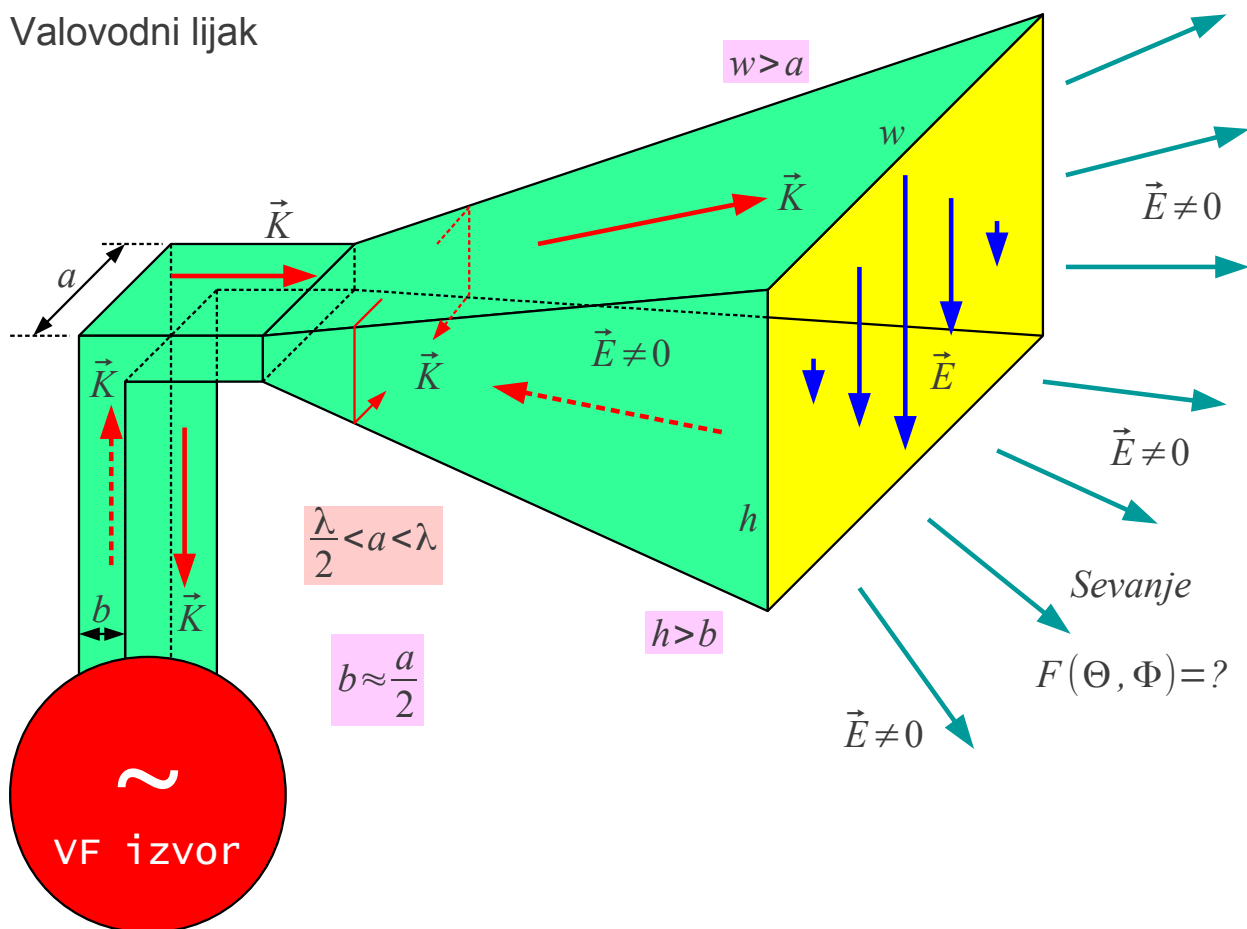
7. Huygensov izvor

V prejšnjih poglavjih je opisano elektromagnetno sevanje znanih virov. Sevajo pospešene elektrine, torej izmenični tokovi. Izračunati sevanje znanih tokov je razmeroma preprosta naloga. Dosti težja naloga je ugotoviti, kje in kakšni sploh so tokovi na anteni.

Antene iz tanke žice so najpreprostejši zgled. Smer žice določa smer toka, torej določa dve od treh skalarnih neznank vektorja gostote toka $\vec{J}(\vec{r}')$. Če amplitudo in fazo toka uganemo iz stojnega ali potujočega vala na žici, se preprosto izognemo najtežjemu delu naloge. Končno pri žičnih antenah običajno izberemo takšen napajalni vod, da smemo njegovo sevanje zanemariti.

Nobena od navedenih poenostavitev žal ne velja za številne uporabne antene, na primer niti za preprost kovinski valovodni lijak:

Valovodni lijak



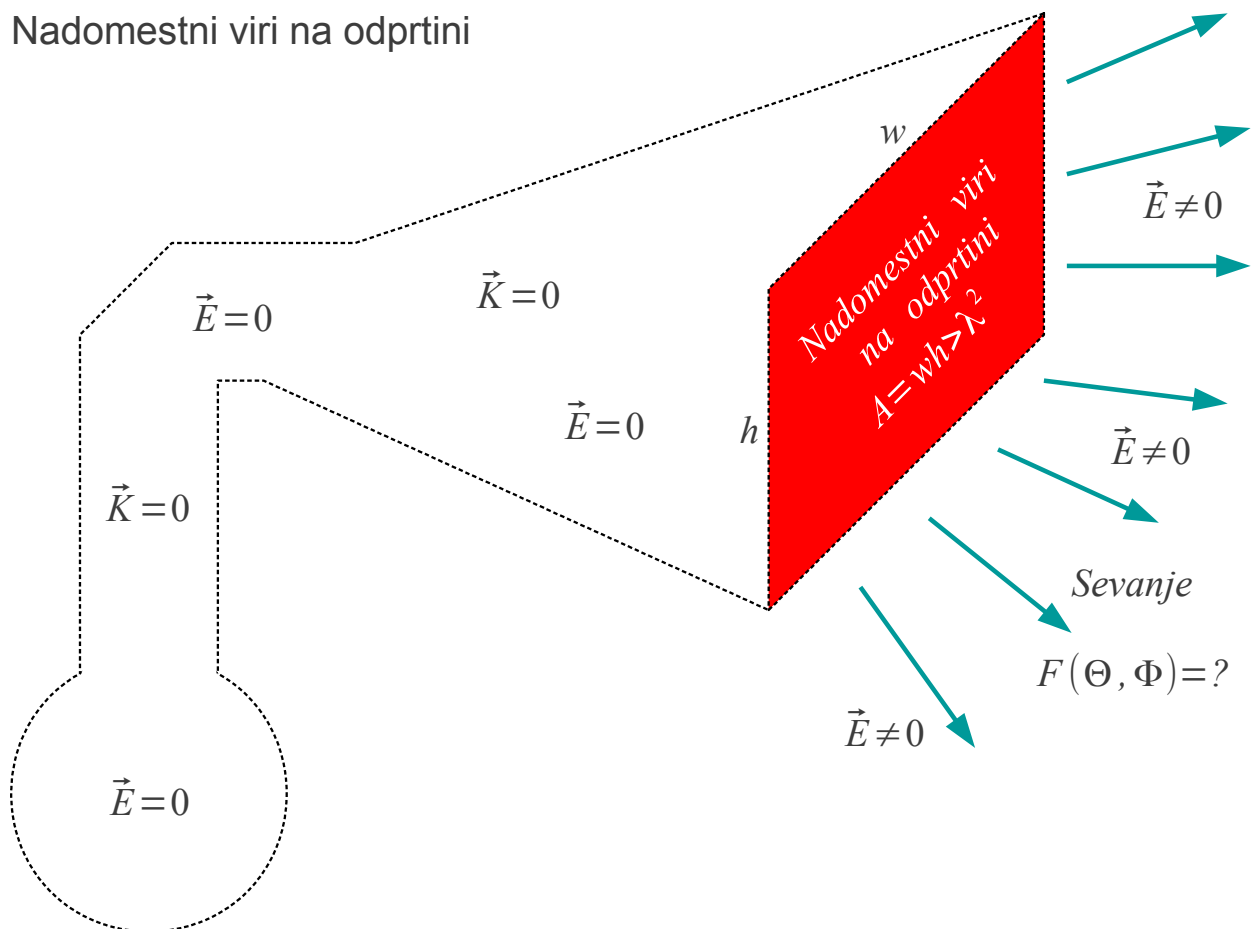
V piramidnem kovinskem lijaku seva ploskovni električni tok v stenah

lijaka, ki se razširijo v pravokotno odprtino širine w in višine h . Ploskovni tok \vec{K} ima med sabo različni vzdolžno komponento in prečno komponento, ki sta v kvadraturi. Piramidni lijak je povezan na visokofrekvenčni izvor s pravokotnim kovinskim valovodom. Odprti konec valovoda je že sam po sebi uporabna antena, saj sta njegovi prečni izmeri $a > \lambda/2$ in $b \approx a/2$ primerljivi z valovno dolžino.

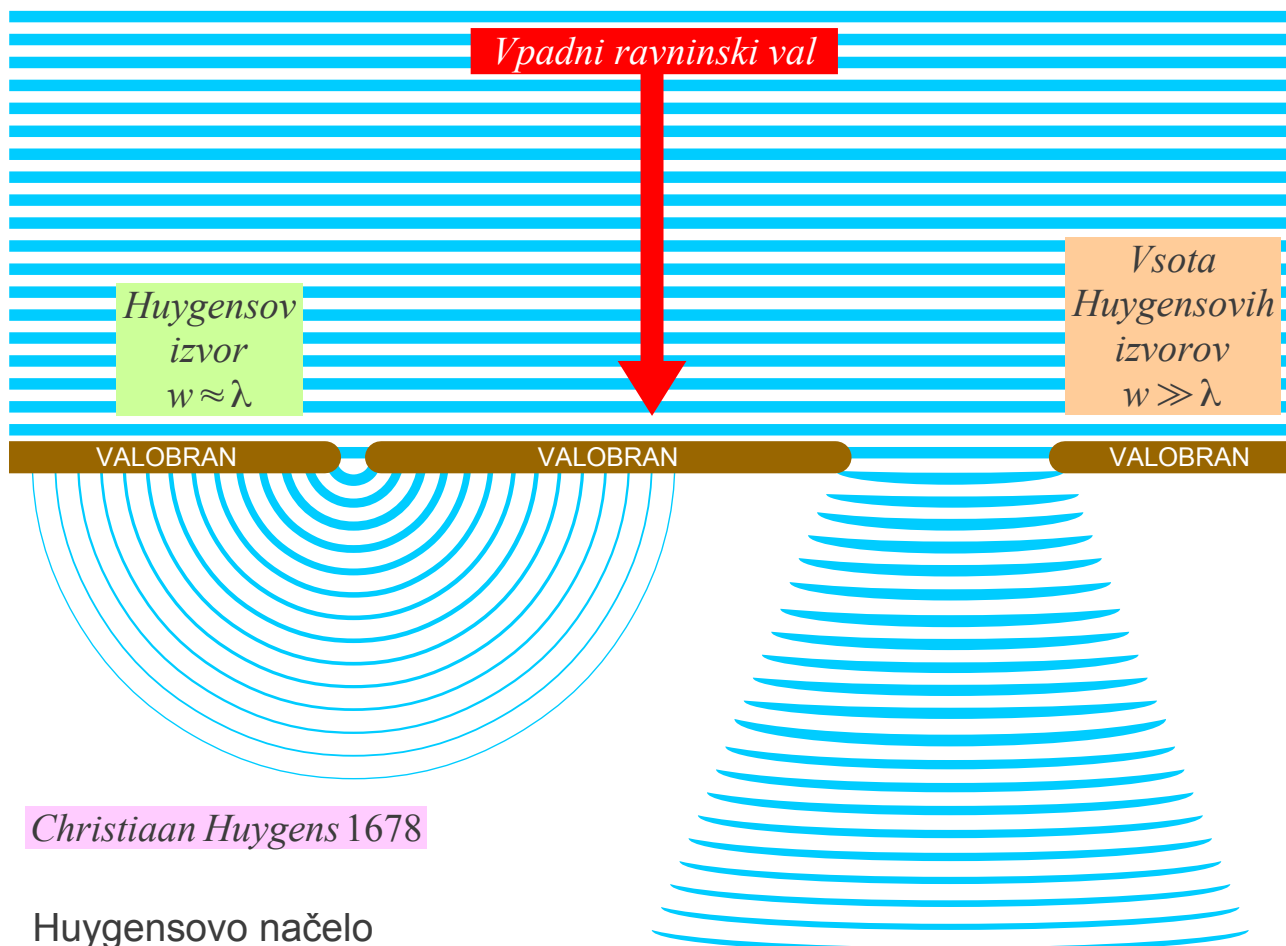
Mogoče pa piramidni lijak ni tako zahtevna antenska naloga, kot to izgleda na prvi pogled? Elektromagnetno valovanje lahko zapušča lijak samo skozi odprtino $A = wh > \lambda^2$, ki je vsaj primerljiva oziroma običajno večja od valovne dolžine. Sevanje lijaka je odvisno od oblike lijaka. Če so prečne izmere napajalnega valovoda $a < \lambda$ in $b < \lambda/2$ zadosti majhne, da po valovodu potuje samo osnovni rod, dolžina valovoda niti njegova natančna oblika nima vpliva na sevanje opisane antene.

Nalogo piramidnega skušamo poenostaviti tako, da na odprtino $A = wh > \lambda^2$ namestimo nadomestne vire, ki nadomeščajo sevanje vseh tokov v visokofrekvenčnem izvoru, napajalnem valovodu in piramidnem lijaku. Resnične izvore sevanja pri takšni obravnavi seveda odstranimo:

Nadomestni viri na odprtini



Podobno reševanje naloge iz valovanja je opisal že nizozemski fizik Christiaan Huygens v 17. stoletju. Huygens je opazoval valovanje na morski gladini. Ravninski val iz odprtega morja zadene valobran. Majhna odprtina $w \approx \lambda$ v valobranu se obnaša kot točkast vir krogelega valovanja oziroma Huygensov izvor na drugi strani valobrana:

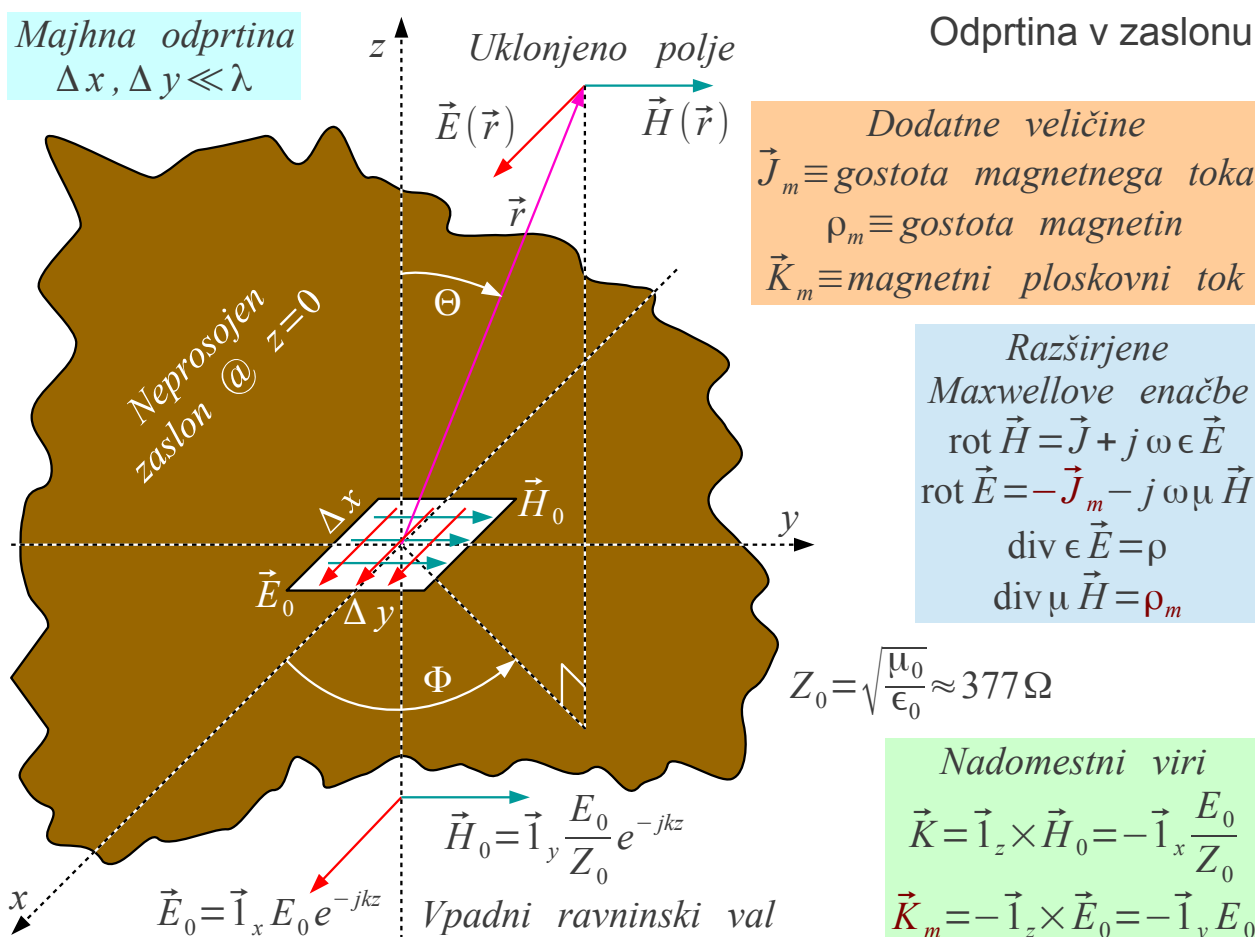


Valovanje za široko odprtino $w \gg \lambda$ v valobranu popolnoma ustreza vsoti valovanj številnih točkastih izvorov. Valovanja posameznih točkastih izvorov na odprtini se seštevajo kot kazalci. Interferenca kazalčne vsote povzroči, da je valovanje za široko odprtino usmerjeno. Huygens je pravilno sklepal, da je tudi svetloba valovanje in se obnaša enako kot valovi na morski gladini.

Huygensovo načelo seštevavanja kazalcev posameznih točkastih izvorov povsem pravilno opisuje tudi uklon elektromagnetnega valovanja na veliki odprtini $A \gg \lambda^2$, saj elektrotehnične naloge opisujejo linearne Maxwellove enačbe. Za izračun sevanja antene je treba izpeljati še sevanje posameznega $\Delta A \ll \lambda^2$ majhnega elektromagnetnega Huygensovega izvora.

Elektromagnetni Huygensov izvor predstavlja majhna pravokotna odprtina $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$ v neprosojnim zaslonu v vodoravni ravnini $z = 0$.

Elektromagnetni ravninski val \vec{E}_0 , \vec{H}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$ se širi navzgor v smeri osi z . Polarizacijo slednjega zaenkrat izberemo $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$ v smeri osi x . V gornjem polprostoru $z > 0$ opazujemo uklonjeno polje $\vec{E}(\vec{r})$, $\vec{H}(\vec{r})$:



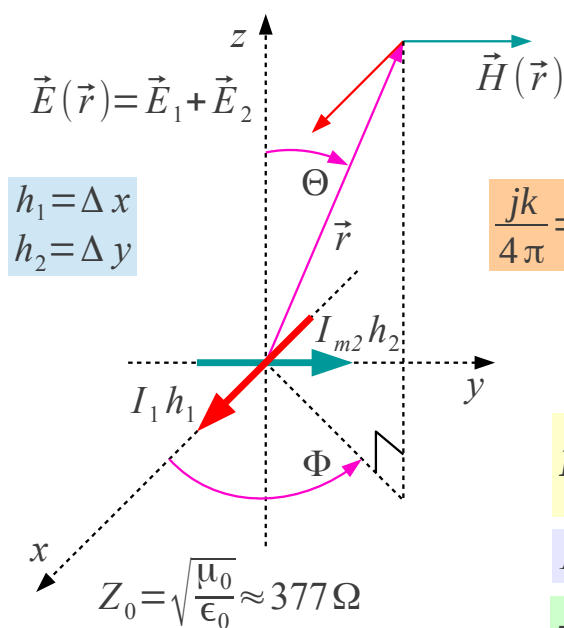
Ko skušamo nadomestiti ravninski val \vec{E}_0 , \vec{H}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$ z elektromagnetnim Huygensovim izvorom, naletimo na hudo težavo. Skok tangencialne komponente magnetnega polja na odprtini $\vec{1}_z \times \vec{H}_0 = \vec{K}$ lahko dosežemo z električnim ploskovnim tokom. Žal fizikalni zakoni ne dopuščajo skoka tangencialne komponente električnega polja na odprtini $\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = 0$.

Računsko se opisani težavi izognemo tako, da Maxwellove enačbe razširimo z dodatnimi veličinami: prostorsko gostoto magnetin ρ_m in gostoto magnetnega toka \vec{J}_m . Skok tangencialne komponente električnega polja $-\vec{1}_z \times \vec{E}_0 = \vec{K}_m$ opišemo z navideznim magnetnim ploskovnim tokom. Ker magnetni tok v resnični nalogi ne nastopa, saj je samo nadomestilo za resnično polje \vec{E}_0 v spodnjem polprostoru $z < 0$, je takšno reševanje

naloge povsem dopustno.

Ploskovni električni tok seštejemo po širini $\vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta y = I_1$ v električni tok. Slednji seva kot točkasti električni dipol $I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta x \Delta y$ v osi x . Znan izraz za sevano električno polje \vec{E}_1 točkastega električnega dipola samo še zasukamo v koordinatni sistem (r, Θ_x, Φ_x) s tečajem v osi x .

Ploskovni magnetni tok seštejemo po širini $\vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x = I_{m2}$ v magnetni tok. Slednji seva kot magnetni točkasti dipol $I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x \Delta y$ v osi y . Iz dualnosti uganemo izraz za sevano magnetno polje \vec{H}_2 magnetnega točkastega dipola in ga zasukamo v koordinatni sistem (r, Θ_y, Φ_y) s tečajem v osi y . Pripadajoče sevano električno polje je $\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r$:



$$h_1 = \Delta x$$

$$h_2 = \Delta y$$

$$\frac{jk}{4\pi} = \frac{j}{2\lambda}$$

Majhna odprtina
 $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$

$$\vec{E}_1 \approx \vec{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K} \Delta x \Delta y = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$$

$$\vec{E}_1 \approx -\vec{1}_{\Theta_x} \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$\vec{1}_{\Theta_x} \sin \Theta_x = -\vec{1}_{\Theta} \cos \Theta \cos \Phi + \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi$$

$$\text{Dualnost } \vec{H}_2 \approx \vec{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m \Delta x \Delta y = -E_0 \Delta x \Delta y$$

$$\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r \approx \vec{1}_{\Phi_y} \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$\vec{1}_{\Phi_y} \sin \Theta_y = \vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \cos \Theta \sin \Phi$$

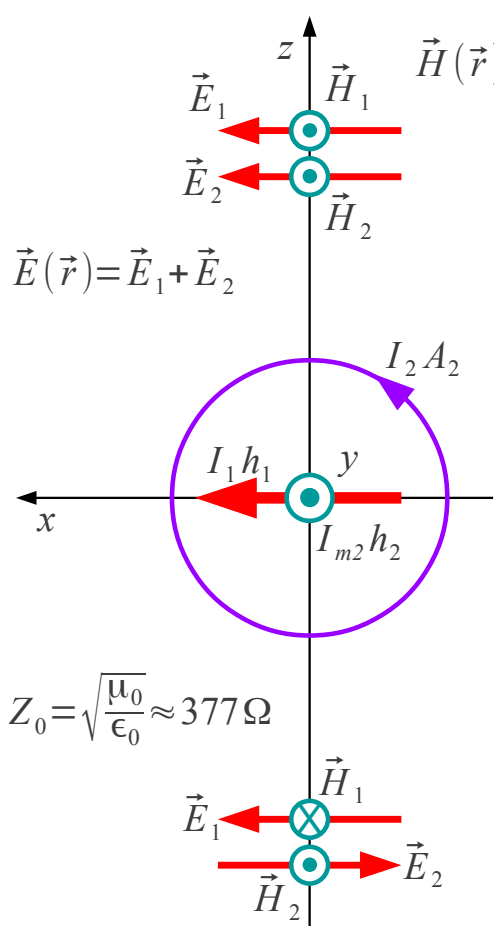
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \approx [\vec{1}_{\Theta} \cos \Phi - \vec{1}_{\Phi} \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_0 \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Sevanje nadomestnih virov

Uklonjeno polje $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ oziroma $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$ je preprosto vsota sevanja električnega točkastega dipola, zapisanega v koordinatah (r, Θ_x, Φ_x) s tečajem v osi x in magnetnega točkastega

dipola, zapisanega v koordinatah (r, Θ_y, Φ_y) s tečajem v osi y . Seštevanje polja zahteva enak koordinatni sistem, zato oba delna rezultata najprej pretvorimo v običajne krogelne koordinate (r, Θ, Φ) s tečajem v osi z . V končnem rezultatu izrazimo jakost obeh točkastih dipolov z jakostjo vpadnega ravninskega vala E_0 ter izmerami elektromagnetnega Hugensovega izvora $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$. Fizikalno neutemeljeni magnetni tokovi so samo računski pripomočki, ki nadomeščajo resnično polje niti v končnem rezultatu ne nastopajo.

Iz opisane izpeljave sledi, da je elektromagnetni Huygensov izvor odličen računski pripomoček. Zaradi fizikalno neobstoječih veličin iz izpeljave ni jasno, ali lahko Huygensov izvor v praksi tudi izdelamo kot samostojen vir valovanja? V elektrodinamiki lahko točkasti magnetni dipol izdelamo na dva popolnoma enakovredna načina: kot magnetni tokovni element $I_{m2}h_2$ v osi y ali pa kot majhno električno tokovno zanko I_2A_2 v ravnini xz :



Enakovrednost virov

$$\vec{E}_1 \approx \vec{1}_{\Theta_x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_x$$

$$I_1 h_1 = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$$

Dualnost $\vec{H}_2 \approx \vec{1}_{\Theta_y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$$\vec{E}_2 \approx -\vec{1}_{\Phi_y} \frac{jk}{4\pi} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

Enakovrednost $I_{m2} h_2 = jkZ_0 I_2 A_2 = j\omega\mu_0 I_2 A_2$

Zanka $\vec{H}_2 = -\vec{1}_{\Theta_y} \frac{k^2}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$

$$\vec{E}_2 = \vec{1}_{\Phi_y} \frac{k^2 Z_0}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta_y$$

$$I_2 A_2 = \frac{I_{m2} h_2}{jkZ_0} = \frac{jE_0 \Delta x \Delta y}{kZ_0} = \frac{I_1 h_1}{jk}$$

$$kZ_0 = \omega\mu_0$$

Električna tokovna zanka $I_2 A_2$ je praktično izvedljiva! Električni tok v zanki $I_2 A_2 = I_1 h_1 / (jk)$ je v kvadraturi z električnim tokovnim elementom. Tokova sta enako velika $|I_1| = |I_2|$, ko površina zanke ustreza

$A_2 = h_1 \lambda / (2\pi)$. Skok tangencialne komponente električne poljske jakosti je neizvedljiv v statiki pri $\omega = 0$ oziroma $\lambda \rightarrow \infty$ zaradi zahteve $A_2 \rightarrow \infty$! V elektrodinamiki pri $\omega \neq 0$ je skok tangencialne komponente električne poljske jakosti izvedljiv s primerno zanko električnega toka končnih izmer!

Sevanje točkastega električnega dipola in točkastega magnetnega dipola se seštevata navzgor v smeri osi $+z$. V vodoravni ravnini xy seva točkasti električni dipol pretežno v obeh smereh osi y , točkasti magnetni dipol pa pretežno v obeh smereh osi x , da se sevanje obeh točkastih dipolov sešteje v krožno simetričen smerni diagram. Končno se sevanje obeh točkastih dipolov natančno odšteje navzdol v smeri osi $-z$.

Opisana razlaga je povsem skladna z izračunanim smernim diagramom elektromagnetnega Huygensovega izvora $F = 1 + \cos \Theta$, ki je v polarnem prikazu srčnica:

$$F(\Theta, \Phi) = 1 + \cos \Theta$$

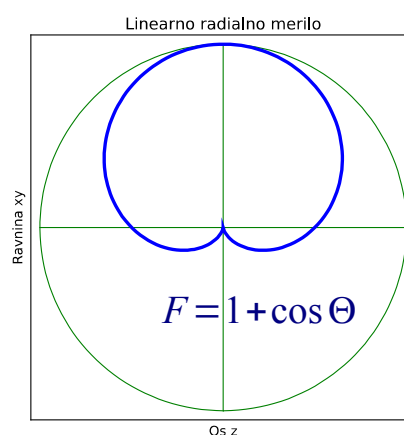
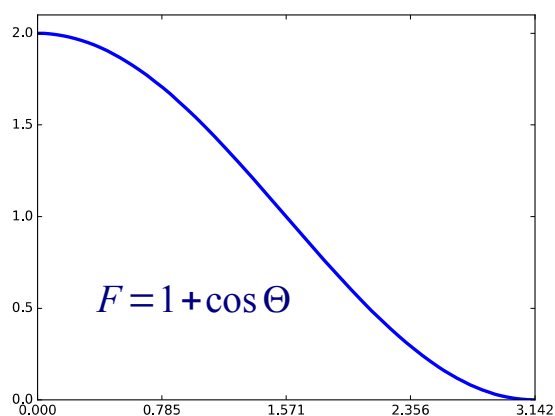
$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$F(\Theta_{MAX} = 0) = 2$$

$$D = \frac{4\pi |2|^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [1 + \cos \Theta]^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$D = \frac{16\pi}{2\pi \int_{-1}^1 [1 + 2u + u^2] du} = \frac{8}{\left[2 + 0 + \frac{2}{3}\right]} = 3$$

$$D_{dBi} = 10 \log_{10} D = 10 \log_{10} 3 = 4.77 \text{ dBi}$$



Smernost Huygensovega izvora

Po opisanem izračunu vsak majhen Huygensov izvor $A \ll \lambda^2$ dosega smernost $D = 3$ oziroma $D_{dBi} = 4.77 \text{ dBi}$. Pri resnični majhni odprtini moramo dodatno upoštevati tokove v neprosojnim zaslonu v okolici odprtine, ki skupaj z elektrinami na zaslonu poskrbijo za zaključitev električnega in

magnetnega polja na sami odprtini. Sevanje tokov v neprosojnim zaslonu v okolici odprtine smemo zanemariti šele pri večjih odprtinah $A > \lambda^2$.

Predstavljeni zgled opisuje vzbujanje odprtine z ravninskim valom z električnim poljem v smeri $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_0 e^{-jkz}$, ki daje smernik uklonjenega polja $\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi$. Nalogo preprosto posplošimo za poljubno polarizacijo vpadnega ravninskega vala $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$:

Polje na odprtini $\vec{E}_0 = \vec{1}_x E_x + \vec{1}_y E_y$

$$\vec{E}_A = [\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_x \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Smernik $|\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi| = 1$ *Približek* $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$

$$\vec{E}_B = [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] \frac{j}{2\lambda} E_y \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Smernik $|\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi| = 1$ *Približek* $\Theta \approx 0 \rightarrow \vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$

Pravokotnost $[\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi] \times [\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi] = \vec{1}_r$ $\vec{E}_A \perp \vec{E}_B$

Sevanje izvora $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$$\vec{E} = [\vec{1}_\Theta (E_x \cos \Phi + E_y \sin \Phi) + \vec{1}_\Phi (E_y \cos \Phi - E_x \sin \Phi)] \frac{j}{2\lambda} \Delta x \Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta)$$

Polarizacija Huygensovega izvora

Huygensov izvor ohranja polarizacijo vzbujanja na svoji osi. Na osi z pri $\Theta \rightarrow 0$ se smernika poenostavita v $\vec{1}_\Theta \cos \Phi - \vec{1}_\Phi \sin \Phi \approx \vec{1}_x$ in $\vec{1}_\Theta \sin \Phi + \vec{1}_\Phi \cos \Phi \approx \vec{1}_y$. V vseh ostalih smereh smernika sicer ostajata skladna z vzbujanjem odprtine in med sabo pravokotna, ampak se prilagajata spremenjeni smeri razširjanja valovanja.

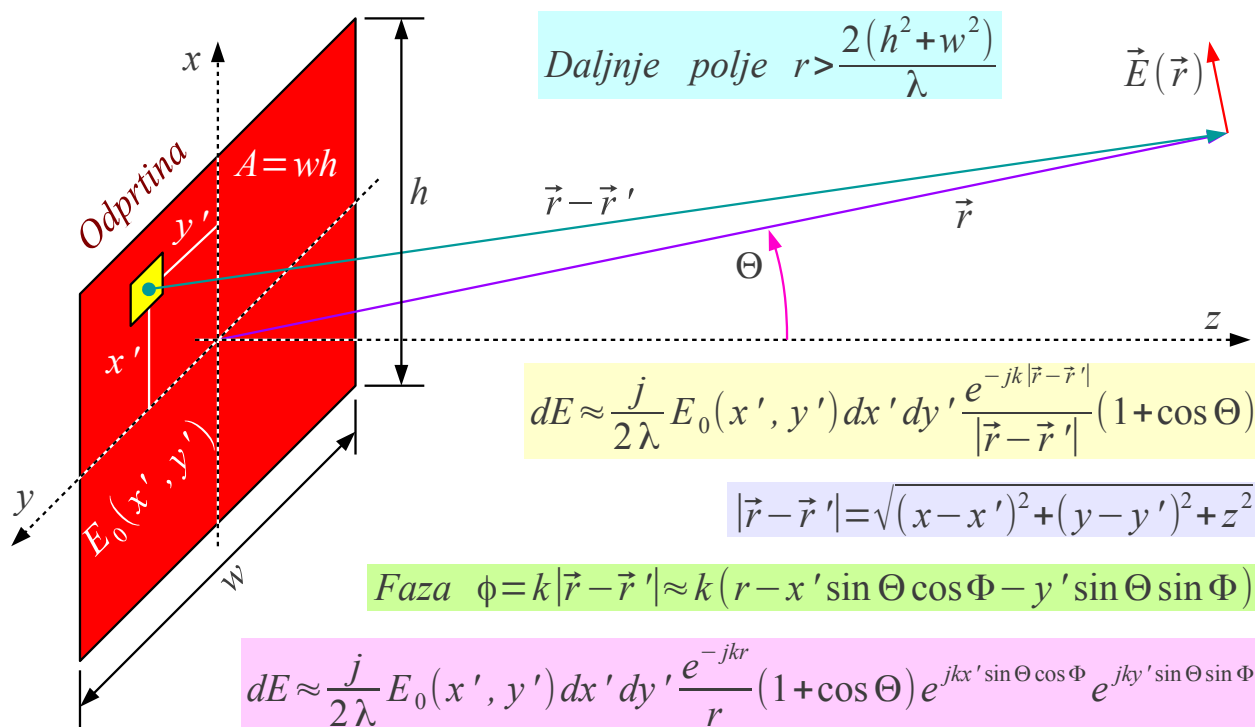
Uklon valovanja na majhni odprtini v zaslonu je torej neodvisen od polarizacije prečnega valovanja. Uklon na majhni odprtini polarizacije valovanja ne spreminja z izjemo prilagajanja slednje smeri širjenja valovanja. Podoben rezultat bi dobili tudi za uklon vzdolžnega valovanja na majhni odprtini, na primer za uklon zvoka.

Pri nadaljnji obravnavi uklonskih pojavov na odprtini pogosto smemo zanemariti polarizacijo prečnega valovanja. Električno polje tedaj preprosto pišemo kot skalarno veličino $E = |\vec{E}|$. Na odprtini $A = wh > \lambda^2$, ki je vsaj

primerljiva oziroma večja od valovne dolžine, preprosto seštejemo sevanje diferencialno majhnih Huygensovih izvorov velikosti $\Delta x \Delta y \rightarrow dx' dy'$.

Koordinate izvorov polja $E_0(x', y')$ označimo s črticami

$\vec{r}' = (x', y', 0)$ skladno z dosedanjim dogovorom, da jih na ta način ločimo od koordinat točke opazovanja polja $\vec{r} = (x, y, z)$:



$$E = \iint_A dE \approx \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos \Theta) \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dx' dy'$$

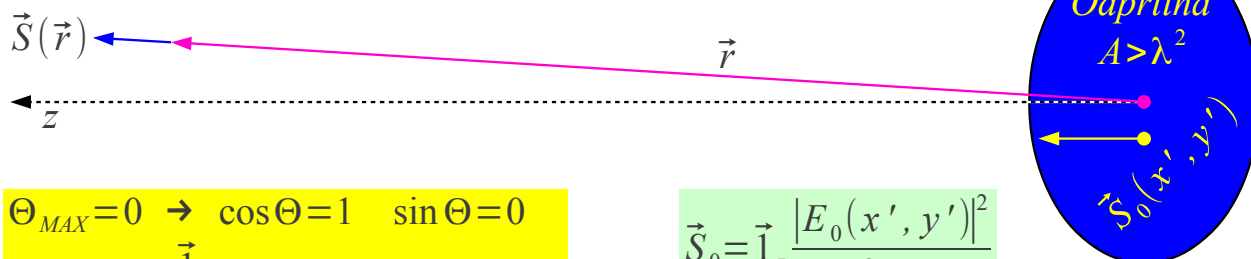
Vsota Huygensovih izvorov

V Fraunhoferjevem področju daljnega polja $r > 2(w^2 + h^2)/\lambda$ smemo zanemariti vse spremembe amplitude zaradi majhnih odstopanj razdalje, smeri oziroma polarizacije. Interferenca posameznih diferencialno majhnih Huygensovih izvorov je posledica sprememb faze $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}$! Tudi pri spremembah faze račun poenostavimo na velikih razdaljah. Kazalčno vsoto zapišemo s ploskovnim integralom diferencialno majhnih Huygensovih izvorov po celotni odprtini $A = wh$.

Integracija Huygensovih izvorov daje smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$ odprtine. Z integracijo smernega diagrama lahko določimo smernost D odprtine. Integracija kompliciranega smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$ je lahko zelo zamudna.

Za izračun smernosti D potrebujemo celotno sevano moč antene $P = \iint \vec{S} \cdot \vec{1}_n dA$. Sklenjeni ploskovni integral mora oklepiti anteno. Ni pa nujno, da integriramo v daljnem polju! Pri odprtinah je običajno dosti bolj preprosto izračunati integral $\vec{S}_0(x', y')$ po sami odprtini:

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|E|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r \frac{(1 + \cos \Theta)^2}{8Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') e^{jkx' \sin \Theta \cos \Phi} e^{jky' \sin \Theta \sin \Phi} dA \right|^2$$



$$\Theta_{MAX} = 0 \rightarrow \cos \Theta = 1 \quad \sin \Theta = 0$$

$$\vec{S}_{MAX} = \frac{\vec{1}_r}{2Z_0 \lambda^2 r^2} \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2$$

$$\vec{S}_0 = \vec{1}_z \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0}$$

$$D = \frac{|\vec{S}_{MAX}|}{P/(4\pi r^2)} = \frac{4\pi \left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\lambda^2 \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$P = \iint_A \vec{S}_0 \cdot \vec{1}_z dA = \iint_A \frac{|E_0(x', y')|^2}{2Z_0} dA$$

$$A_{eff} = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{\iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

$$\text{Zgled } E_0(x', y') = \text{konst.} \rightarrow D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 A$$

$$\eta_0 = \frac{\left| \iint_A E_0(x', y') dA \right|^2}{A \iint_A |E_0(x', y')|^2 dA}$$

Smernost odprtine v smeri z

Izračun smernosti D se dodatno poenostavi pri odprtinah, ki sevajo v smeri $\Theta_{MAX} = 0$, kar je zelo pogost praktični primer. Prispevki posameznih Huygensovih izvorov se seštevajo sofazno v smeri osi z . Smernost D velike odprtine $A = wh > \lambda^2$ je tedaj preprosto razmerje velikosti kvadrata kazalčne vsote $E_0(x', y')$ v števcu deljene s preprosto vsoto moči $|E_0(x', y')|^2$ v imenovalcu.

V preprostem primeru konstantne osvetlitve odprtine

$E_0(x', y') = \text{konst.}$ dobimo pomenljiv rezultat $D = 4\pi A / \lambda^2$. Povezava med velikostjo odprtine A in njeno smernostjo D je tu natančno dokazana na primeru enakomerno in sofazno osvetljene odprtine.

Enakomerno in sofazno osvetljena odprtina je v praksi težko izvedljiva. Jakost osvetlitve večine odprtin običajno zvezno upada proti robu odprtine.

Faza osvetlitve ni konstantna zaradi napak oziroma omejitev izvedbe antene. Spreminjanje faze na odprtini znižuje samo kazalčno vsoto in z njo smernost D . Spreminjanje jakosti osvetlitve na odprtini znižuje kazalčno vsoto in moč, a v skupnem učinku se smernost D tudi v tem primeru znižuje.

Efektivna površina odprtine $A_{eff} \leq A$ je zato manjša ali kvečjemu enaka dejanski površini odprtine. Učinkovitost izrabe površine oziroma izkoristek osvetlitve odprtine opisuje razmerje obeh $\eta_0 = A_{eff} / A$.

Učinkovitost izrabe površine antene $\eta_0 \leq 1$ je vedno manjša od enote pri velikih odprtinah $A = wh > \lambda^2$.

* * * * *