

16. Zemeljsko ozračje

Zrak pogosto obravnavamo povsem enako kot prazen prostor (vakuum), ki za radijsko valovanje nima dielektričnih $\epsilon \approx \epsilon_0$ lastnosti niti feromagnetnih $\mu \approx \mu_0$ lastnosti niti izgub $\gamma \approx 0$. Pri tlaku $p \approx 1\text{bar}$ so plini sicer za tri velikostne razrede redkejši od tekočin in trdnih snovi, vendar še vedno učinkujejo na elektromagnetno valovanje. Radijske valove ločijo od svetlobe rezonance molekul zraka, kjer v vmesnem področju slabljenje preseže -1000dB/km .

Učinki na elektromagnetno valovanje se razlikujejo glede na gostoto in sestavo ozračja. Gostota ozračja zvezno upada z višino vse do "praznine" vesolja, ki sploh ni dober vakuum! Mejo ozračja Zemlje preprosto postavimo tja, kjer prevladajo delci Sončevega vetra. Temperatura ozračja z nadmorsko višino h upada (troposfera, mezosfera) oziroma z nadmorsko višino h narašča (stratosfera, termosfera) zaradi različnih fizikalnih pojavov:

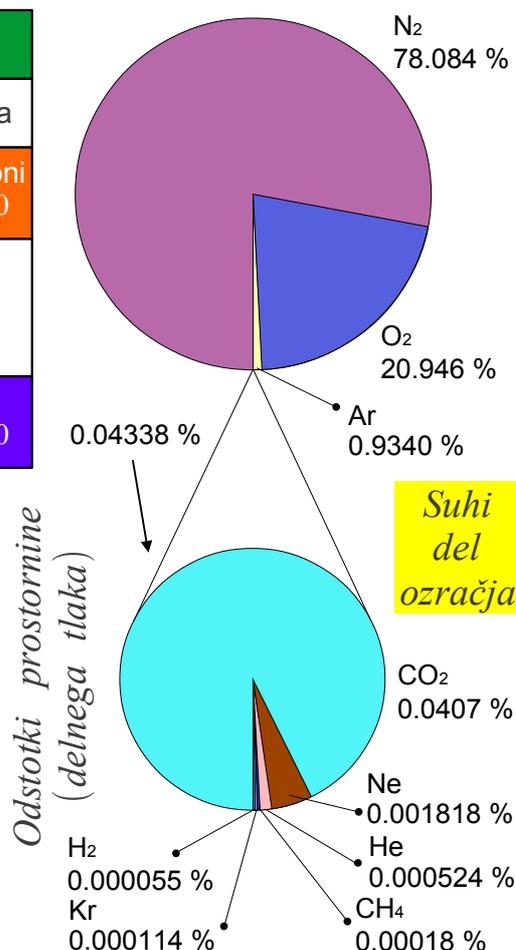
Plast ozračja	Višina h	Temperatura	EM učinek
Eksosfera	>700km	$dT/dh \approx 0$	Praznina vesolja
Termosfera	80km–700km	$dT/dh > 0$	Ionosfera elektroni $\epsilon_r(\omega) < 1$ $\gamma(\omega) > 0$
Mezosfera	50km–80km	$dT/dh < 0$	Brez večjega učinka (O_3)
Stratosfera	12km–50km	$dT/dh > 0$	
Troposfera	0–12km	$dT/dh < 0$	Nevtralni plini $\epsilon_r(\omega) > 1$ $\gamma(\omega) > 0$

Mokri del ozračja

0.4% vodne pare v povprečju
 1% vodne pare ob gladini morja
 5% vodne pare v vročih tropskih krajih

vsebnost vodne pare hitro upada s temperaturo/višino

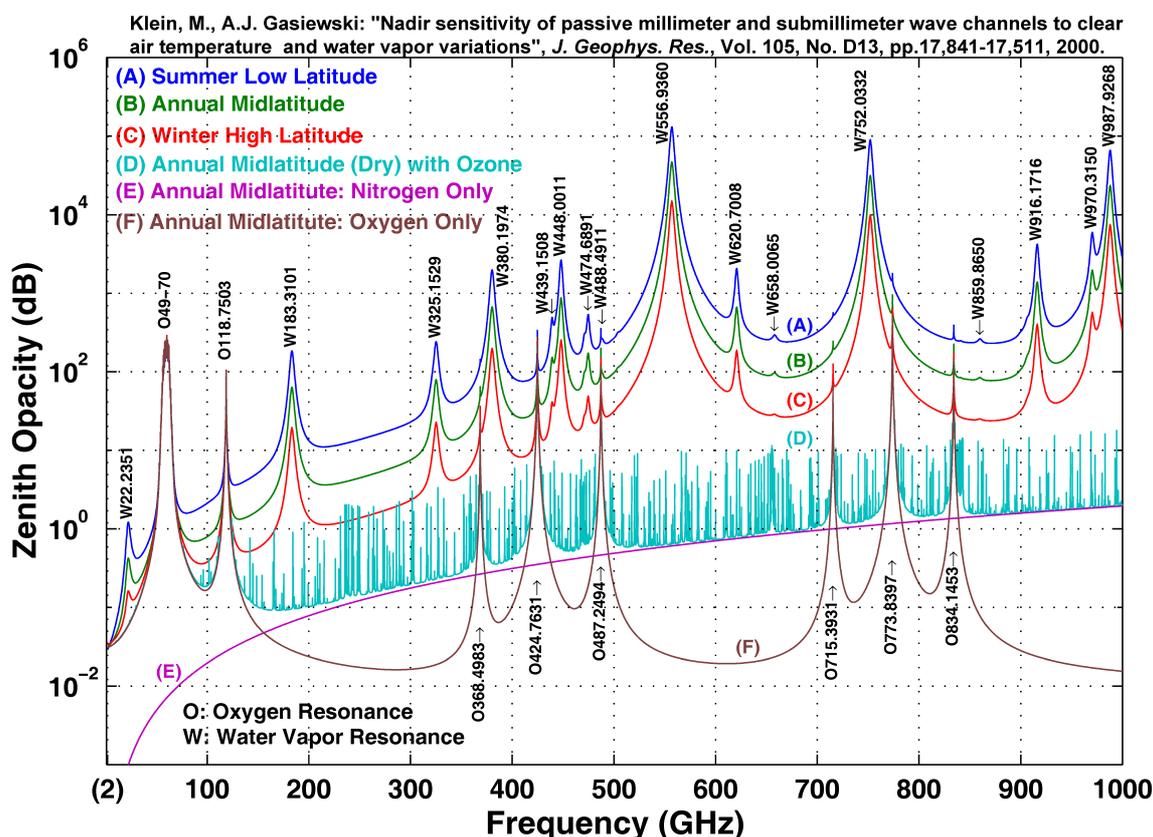
Sestava zemeljskega ozračja



Odstotke sestavin ozračja običajno pišemo kot prostorninske deleže

oziroma delne tlake plinastih sestavin. Molekula kisika O_2 je le malenkost težja od molekule dušika N_2 oziroma atomov argona Ar . Pač pa so molekule vodne pare H_2O skoraj pol lažje od molekule kisika, zato je masni delež vodne pare skoraj pol manjši od njenega prostorninskega deleža. Vodna para je prozoren plin, ki ga ne vidimo za razliko od oblakov iz kapljic tekoče vode oziroma iz kristalčkov ledu.

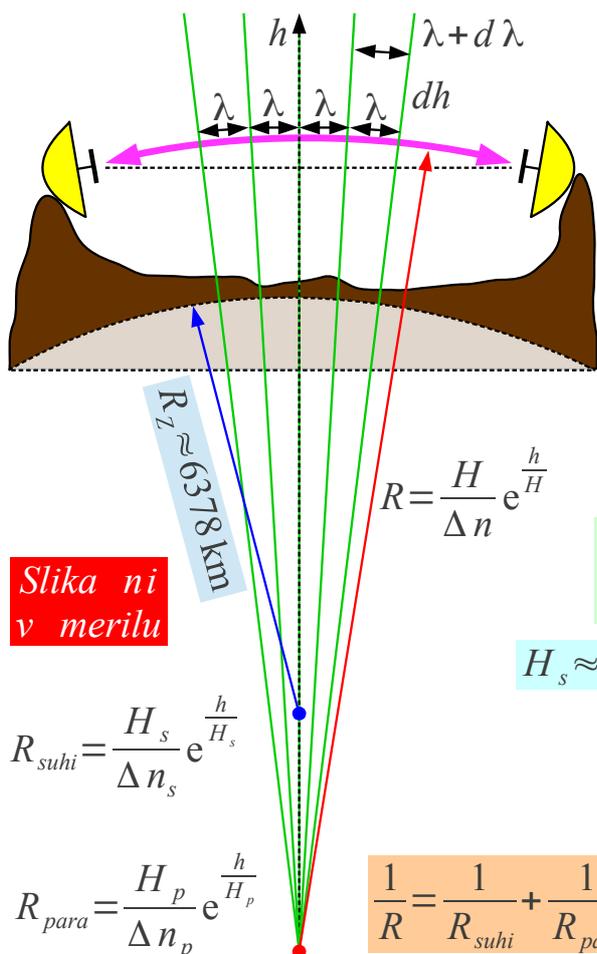
Od vseh sestavin ozračja brez oblakov imata na radijske valove največji učinek vodna para H_2O in molekularni kisik O_2 . Vodna para ima najnižjo rezonančno frekvenco $f \approx 22\text{GHz}$, molekularni kisik O_2 pa več rezonanc v frekvenčnem pasu okoli $f \approx 60\text{GHz}$. Ozon O_3 v stratosferi šibko vpija številne ozke črte:



Zenitno slabljenje zemeljskega ozračja

Slabljenje vodne pare pri frekvenci $f \approx 22\text{GHz}$ zelo niha okoli povprečne vrednosti -0.2dB/km tik nad morsko gladino glede na vsebnost vodne pare, ki s temperaturo narašča. Slabljenje kisika v pasu $f \approx 60\text{GHz}$ dosega -14dB/km tik nad morsko gladino. Izredno močna rezonanca vodne pare pri $f \approx 557\text{GHz}$ dodaja širokopasovno slabljenje tudi na dosti nižjih frekvencah v pasu $20\text{GHz} < f < 200\text{GHz}$.

Lomni količnik ozračja se za radijske valove in vidno svetlobo le malenkost razlikuje od enote. Odstopanje lomnega količnika od enote $\Delta n e^{-h/H}$ v troposferi eksponentno upada z višino po barometerski enačbi. Kljub močnim rezonancam kisika okoli $f \approx 60\text{GHz}$ odstopanje lomnega količnika Δn upade za manj kot odstotek pod $f < 100\text{GHz}$ in se razpolovi za vidno svetlobo:



Lom radijskih valov v troposferi

Dobro premešano ozračje

$$n(h) = \sqrt{\epsilon_r(h)} \approx 1 + \Delta n e^{-\frac{h}{H}}$$

Suhi del

$$H_s \approx \begin{cases} 9\text{km} & \text{poleti} \\ 8\text{km} & \text{pozimi} \end{cases}$$

$$\Delta n_s \approx \begin{cases} 0.0003 & \text{radio} \\ 0.00015 & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

Podobni trikotniki $\frac{\lambda}{R} = \frac{\lambda + d\lambda}{R + dh} = \frac{d\lambda}{dh}$

$$\lambda(h) = \frac{\lambda_0}{n(h)} \rightarrow \frac{d\lambda}{dh} = -\frac{\lambda_0}{n^2} \frac{dn}{dh} \approx \lambda \frac{\Delta n}{H} e^{-\frac{h}{H}}$$

$$H_s \approx 8.5\text{km} \rightarrow R_{\text{suhi}}(h=0) \approx 28300\text{km} \text{ (radio)}$$

Upoštevanje vodne pare $H_p \approx 1.5\text{km}$

$$n(h) \approx 1 + \Delta n_s e^{-\frac{h}{H_s}} + \Delta n_p e^{-\frac{h}{H_p}}$$

$$R_{\text{suhi}} = \frac{H_s}{\Delta n_s} e^{\frac{h}{H_s}}$$

$$R_{\text{para}} = \frac{H_p}{\Delta n_p} e^{\frac{h}{H_p}}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{\text{suhi}}} + \frac{1}{R_{\text{para}}}$$

$$R(h=0) \approx \begin{cases} 25000\text{km} & \text{radio} \\ 50000\text{km} & \text{vidna svetloba} \end{cases}$$

Majhne spremembe lomnega količnika z višino imajo velik učinek na vodoravno radijsko zvezo ali svetlobno opazovanje. Ker lomni količnik upada z višino, se valovne fronte pahljačasto odpirajo. Iz podobnih trikotnikov lahko izračunamo krivinski polmer loka R , po katerem potuje valovanje. V zemeljskem ozračju niti svetloba ne potuje premočrtno!

V dobro premešanem ozračju je razmeroma preprosto določiti lom radijskih valov oziroma svetlobe v suhih sestavinah: dušik, kisik, argon. Poleti se ozračje ogreje in napihne, da konstanta v eksponentu naraste na

$H_s \approx 9\text{km}$. Pozimi se ozračje ohladi in skrči, da konstanta v eksponentu upade na $H_s \approx 8\text{km}$.

Pri konstantnem tlaku je odstopanje lomnega količnika Δn_s obratno sorazmerno absolutni temperaturi. Povprečni vrednosti $H_s \approx 8.5\text{km}$ in $\Delta n_s \approx 0.0003$ dajeta krivinski polmer radijskih valov $R_{suhi} \approx 28300\text{km}$ v popolnoma suhem ozračju brez vodne pare tik nad morsko gladino.

Težje je določiti učinek vodne pare, ker se njen delež v ozračju zelo spreminja. Tlak nasičenja vodne pare hitro upada s temperaturo, zato delež vodne pare hitro upada z nadmorsko višino. Razmeroma majhna konstanta $H_p \approx 1.5\text{km}$ zelo povečuje lom valovanja v prisotnosti vodne pare.

Obratno vrednost krivinskega polmera imenujemo ukrivljenost $1/R$. Skupna ukrivljenost $1/R = 1/R_{suhi} + 1/R_{para}$ je vsota ukrivljenosti suhega dela in vodne pare. Skupni krivinski polmer znaša približno $R \approx 25000\text{km}$ tik nad gladino morja za radijske valove in dvakrat več za svetlobo. Skupni krivinski polmer narašča z nadmorsko višino in postane neskončno velik v praznini vesolja.

Geometrijsko vidljivost d_G iz stolpa ali vzpetine določene višine h do obzorja določa Pitagorov izrek. Optična vidljivost $d_o > d_G$ je večja od geometrijske, ker se svetloba širi po loku. Radijska vidljivost $d_R > d_o$ je še večja od optične, ker radijski valovi še bolj ukrivljajo proti površju Zemlje od svetlobnih žarkov.

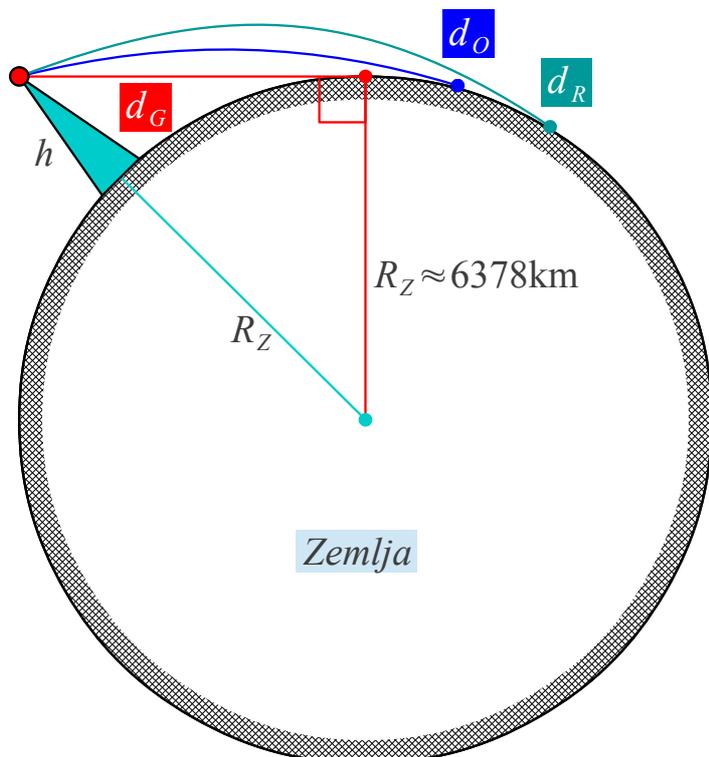
Računanje z ukrivljenostmi zelo poenostavi določanje vidljivosti. Od ukrivljenosti Zemlje preprosto odštejemo ukrivljenost žarka valovanja $1/R_Z - 1/R = 1/R_{eff}$. Namesto resničnega polmera Zemlje R_Z vstavimo v Pitagorov izrek efektivni polmer Zemlje R_{eff} .

Efektivni polmer Zemlje v dobro premešanem ozračju znaša tik nad gladino morja približno $R_{eff} \approx 8650\text{km} \approx (4/3)R_Z$ štiri tretjine resničnega polmera Zemlje. Razmerje $R_{eff}/R_Z = K$ označimo z veliko črko K . Ko bi na našem planetu imeli štirikrat gostejše ozračje enake sestave z zračnim tlakom $p \approx 4\text{bar}$, bi šel efektivni polmer v neskončnost $R_{eff} \rightarrow \infty$.

Radijski valovi bi pri dovolj visokem zračnem tlaku $p \geq 4\text{bar}$ lahko preprosto sledili ukrivljenosti Zemlje. Svetloba se manj lomi, zato je efektivni polmer Zemlje za svetlobo komaj $R_{eff} \approx 7310\text{km}$ tik nad gladino morja. Kljub temu na površini planeta Venera pri $p \approx 93\text{bar}$ večinoma CO_2 obzorja ni...

Slika ni v merilu

Ozračje $n(h)$



Geometrijska, optična in radijska vidljivost

$$R \approx \left\{ \begin{array}{l} 25000\text{km radio} \\ 50000\text{km vidna svetloba} \end{array} \right\}$$

Odštevanje ukrivljenosti

$$\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R}$$

$$R_{eff} \approx \left\{ \begin{array}{l} 8560\text{km radio} \\ 7310\text{km vidna svetloba} \end{array} \right\}$$

$$K = \frac{R_{eff}}{R_Z} \approx \frac{4}{3} \quad (\text{radio})$$

Geometrijska vidljivost

$$d_G = \sqrt{(R_Z + h)^2 - R_Z^2} \approx \sqrt{2 R_Z h}$$

$$\text{Zgled } h=100\text{m} \rightarrow d_G \approx 35.7\text{km}$$

Optična/radijska vidljivost

$$d = \sqrt{(R_{eff} + h)^2 - R_{eff}^2} \approx \sqrt{2 R_{eff} h}$$

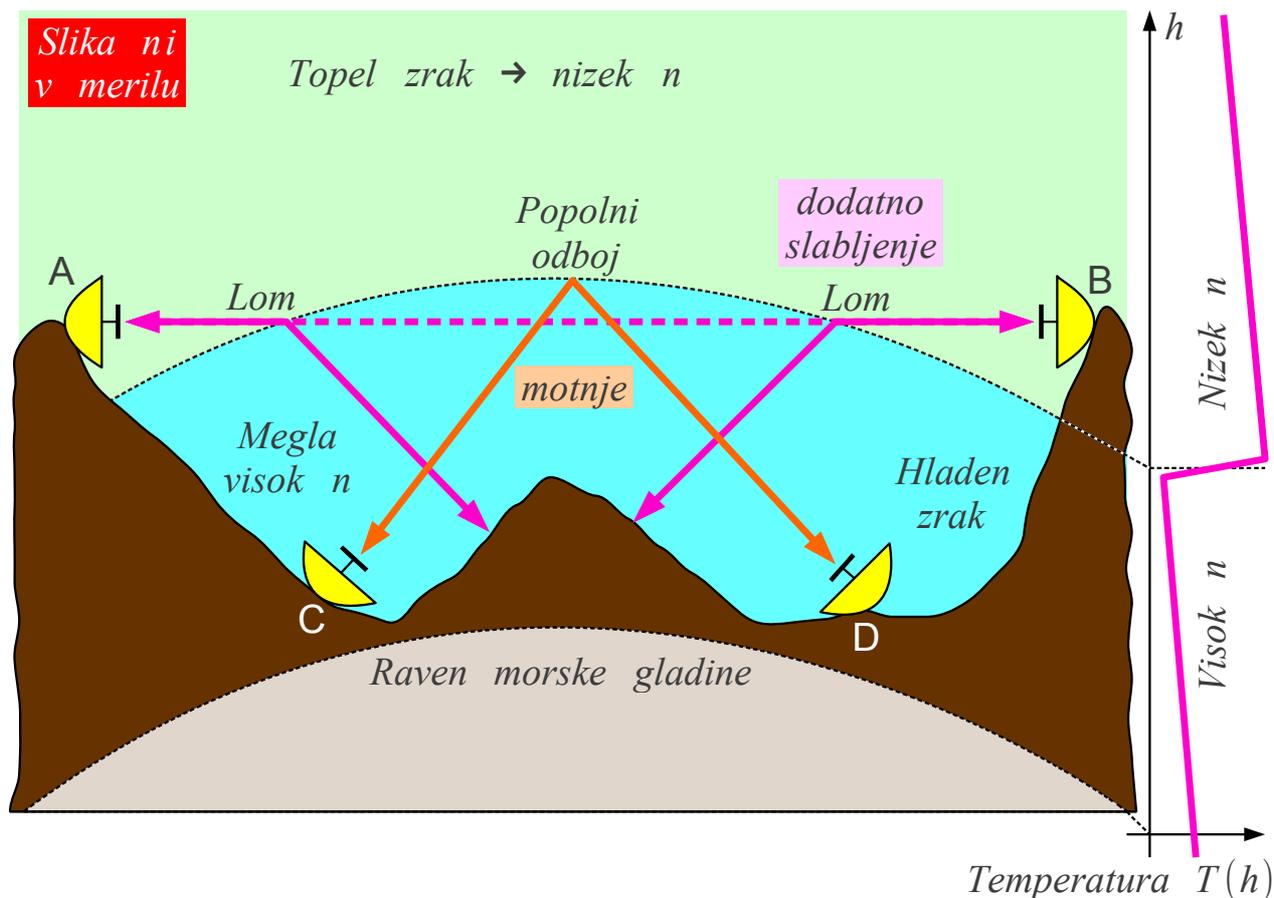
$$\text{Zgled } h=100\text{m} \rightarrow$$

$$d \approx \left\{ \begin{array}{l} 41.4\text{km radio} \\ 38.2\text{km vidna svetloba} \end{array} \right\}$$

Efektivni polmer upada z nadmorsko višino proti resničnemu polmeru Zemlje $R_{eff} \rightarrow R_Z$. Pri višini stola oziroma vzpetine $h=100\text{m} \ll H_s, H_p$ smemo spremembe krivinskega polmera žarkov in efektivnega polmera Zemlje z nadmorsko višino zanemariti. Gledano iz višine $h=100\text{m}$ se nahaja geometrijsko obzorje na oddaljenosti $d_G=35.7\text{km}$, vidno obzorje na razdalji $d_O=38.2\text{km}$ in radijsko obzorje na razdalji $d_R=41.4\text{km}$.

Pojavi v zemeljskem ozračju niso preprosti. Poleg velikih sprememb vsebnosti vodne pare sploh ni nujno, da je ozračje dobro premešano. V primeru temperaturne inverzije hladen zrak v dolinah prekriva toplejši zrak v višinah. Potek lomnega količnika z nadmorsko višino tedaj ne sledi barometerski enačbi. Običajni $K \approx 4/3$ lahko postane v določenih vremenskih razmerah tudi manjši od enote $K < 1$.

Lom valovanja na meji temperaturne inverzije lahko dodatno poveča slabljenje radijske zveze med točkama A in B na sliki. Popolni odboj na meji toplotne inverzije lahko vzpostavi radijsko vidljivost med točkama C in D na sliki, kar lahko pomeni nepredvidene motnje:



Temperaturna inverzija

Temperaturna inverzija ni omejena na meglo v ozkih gorskih dolinah, pač pa se lahko razteza v vodoravni smeri na stotine ali celo tisoče kilometrov čez morje. Temperaturna inverzija lahko prekine skrbno načrtovano mikrovalovno zvezo z visoko zalogo dometa ali pa silno poveča domet radarja na krovu vojaške ladje. Kljub skrbnemu načrtovanju radijske zveze izpada ne moremo povsem preprečiti. Presih sprejema je snov naslednjega poglavja.

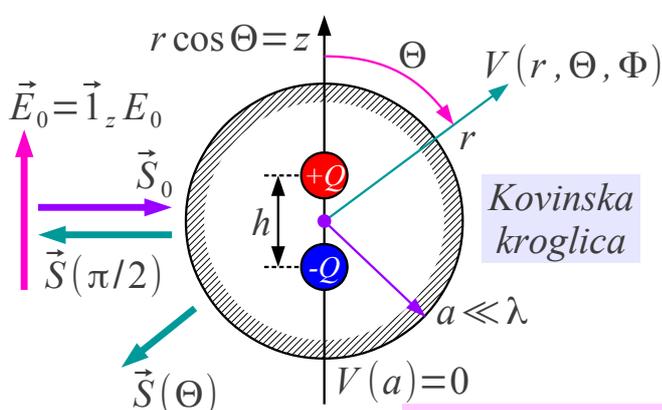
Poleg plinov so v ozračju prisotne tudi tekočine, večinoma kot dežne kapljice in trdne snovi, večinoma kot snežinke. Vodne pare ne vidimo. Vidni oblaki so sestavljeni iz dežnih kapljic oziroma snežink. Ker so dežne kapljice in snežinke dosti večje $a \gg \lambda$ od valovne dolžine vidne svetlobe, njihova odmevna površina ni odvisna od barve niti od polarizacije svetlobe. Za odmevno površino velja približek za veliko prevodno kroglo $\sigma \approx \pi a^2$. Oblake iz dežnih kapljic oziroma snežink zato vidimo bele barve.

Dežne kapljice oziroma snežinke so običajno dosti manjše $a \ll \lambda$ od valovne dolžine radijskih valov. Odboj elektromagnetnega valovanja na delcih, ki so dosti manjši od valovne dolžine, imenujemo Rayleighjevo sipanje (angleško: Rayleigh scattering). Rayleighjevo sipanje je obratno sorazmerno četrti potenci valovne dolžine. Odboj od delca v prečni smeri na širjenje

vpadnega valovanja je vedno premo polariziran.

Rayleighjevo sipanje izpeljemo iz odmevne površine majhne kovinske ali dielektrične kroglice. Ko je kroglica $a \ll \lambda$ dosti manjša od valovne dolžine, smemo računati električno polje \vec{E} v njeni neposredni bližini preko enačb elektrostatike. V elektrostatiki $k = \omega/c_0 \rightarrow 0$ se valovna enačba za skalarni potencial poenostavi v $\Delta V \approx 0$.

Na površini kovinske kroglice mora biti potencial konstanten oziroma enak nič $V(r=a)=0$. Daleč proč od kroglice mora biti potencial nemoten $V(r \rightarrow \infty) = -E_0 z$. Elektrostatično nalogo reši točkasti električni dipol Qh v središču kroglice. Zveznost toka in elektrine zahteva, da isti točkasti električni dipol seva kot tokovni element Ih v dinamiki:



Prazen prostor $\Delta V + k^2 V = 0$

$a \ll \lambda \rightarrow$ Statika $\Delta V \approx 0$

Pogoja $V(a)=0$ in $V(\infty) = -E_0 z$

$$V(r, \Theta, \Phi) = E_0 \left(-r + \frac{a^3}{r^2} \right) \cos \Theta$$

Statika $V_{dipol}(r, \Theta, \Phi) = \frac{Qh \cos \Theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Zveznost $I = j\omega Q$

Sevanje točkastega dipola $\vec{E} \approx \vec{i}_\Theta \frac{jkZ_0}{4\pi} Ih \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta$

$$Qh = 4\pi\epsilon_0 a^3 E_0 \rightarrow Ih = 4\pi\epsilon_0 j\omega a^3 E_0 \rightarrow \vec{E} \approx -\vec{i}_\Theta k^2 a^3 E_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta$$

Gostota sevane moči $\vec{S}(\Theta) = \vec{i}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0} = \vec{i}_r k^4 a^6 \frac{|E_0|^2 \sin^2 \Theta}{2Z_0 r^2} = \vec{i}_r k^4 a^6 |\vec{S}_0| \frac{\sin^2 \Theta}{r^2}$

$$\vec{S}(\Theta) = \vec{i}_r \frac{|\vec{S}_0| \sigma}{4\pi r^2} \quad \& \quad \sin \Theta = 1 \rightarrow \sigma = 4\pi r^2 \frac{|\vec{S}(\pi/2)|}{|\vec{S}_0|} = 4\pi k^4 a^6 = 64\pi^5 \frac{a^6}{\lambda^4}$$

Odmevna površina majhne krogle

Dielektrična kroglica $\sigma = 64\pi^5 \frac{a^6}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$

Iz gostote sevane moči tokovnega elementa izračunamo odmevno površino σ majhne kovinske kroglice. Odmev v smeri nazaj proti izvoru valovanja (monostatični radar) vedno ustreza maksimumu sevanja tokovnega elementa $\sin \Theta = 1$ ne glede na polarizacijo vpadnega vala. Odmev je sorazmeren kvadratu prostornine kroglice oziroma šesti potenci njenega polmera a^6 ter obratno sorazmeren četrti potenci valovne dolžine λ^{-4} .

Odmev od dielektrične kroglice prav tako opiše točkasti električni dipol. Rešitev elektrostatične naloge pri $a \ll \lambda$ zahteva dva ločena nastavka za potencial V_Z zunaj in V_N znotraj kroglice. Štiri konstante rešitev dveh diferencialnih enačb drugega reda določajo nemoten potencial daleč proč od kroglice $V(r \rightarrow \infty) = -E_0 z$, dva prestopna pogoja za tangencialno komponento električnega polja $\vec{E}_t(r=a)$ in normalno komponento električnega pretoka $D_n(r=a)$ ter odsotnost singularnosti v središču dielektrične kroglice $r=0$.

Jakost tokovnega elementa Ih pridobi faktor $K = (\epsilon_r - 1) / (\epsilon_r + 2)$, kar v končnem rezultatu za odmevno površino majhne kroglice pomeni:

$$\sigma_{dielektrik} = \sigma_{kovina} |K|^2 = \sigma_{kovina} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$$

Odmev majhne $a \ll \lambda$ kovinske ali dielektrične kroglice v poljubni smeri je sorazmeren kvadratu $\sin^2 \Theta$ smernega diagrama tokovnega elementa. Tokovni element je vedno zasukan v smer vpadnega električnega polja. Smerni diagram tokovnega elementa moramo upoštevati v primeru bistatičnega radarja oziroma opazovanja odmeva od majhne kroglice v poljubno smer. Ker je tokovni element vedno obrnjen v smeri vpadnega električnega polja, smerni diagram tokovnega elementa spreminja polarizacijo odmeva v poljubno smer.

Rayleighjevo sipanje je odmev od številnih majhnih $a \ll \lambda$ delcev. Ker odmevi od posameznih delcev med sabo niso sinhronizirani, pač pa imajo naključno fazo, se v povprečju seštevajo moči odmevov oziroma odmevne površine.

Molekule zraka so dosti manjši delci od valovne dolžine vidne svetlobe. Vijolično svetlobo ozračje vpija. Od ostalih barv se na molekulah zraka najbolj siplje modra svetloba. Popolnoma jasno nebo brez oblakov je zato modre barve.

Sipanje nepolarizirane sončne svetlobe proti bočnemu opazovalcu je popolnoma polarizirano zaradi smernih diagramov posameznih tokovnih elementov v molekulah ozračja. Fotografiji znajo opisani naravni pojav spretno izkoristiti. Pred objektivom fotoaparata skrbno nastavijo polarizator, da oblaki in drugi predmeti izstopajo na temnem ozadju modrine neba.

Kapljice dežja so skoraj okrogle oblike premera v velikostnem razredu

$2a \approx 1\text{mm}$. Rayleighjevo sipanje mikrovalov $\lambda \approx 3\text{cm}$ na dežnih kapljicah omogoča premagovanje ukrivljenosti Zemlje in naravnih ovir v radijskih zvezah. Žal polarizacije Rayleighjevega sipanja na kapljicah dežja ne razumejo radioamaterji.

V frekvenčnem pasu $f \approx 10\text{GHz}$ radioamaterji večinoma uporabljajo vodoravno premo polarizacijo. Slednja se na kapljicah dežja siplje naprej in nazaj ter navzdol in navzgor od smeri vpadnega valovanja. Bočno sipanje levo in desno je v vodoravni ravnini zelo majhno, saj ustreza ničli $\sin \Theta \approx 0$ smernega diagrama vodoravnega tokovnega elementa!

Dosti let pred radioamaterji so Rayleighjevo sipanje radijskih valov na dežnih kapljicah izkoristili vremenoslovci. J. S. Marshall in W. M. Palmer sta leta 1948 našla povezavo med jakostjo padavin in radarskim odmevom od deževnega oblaka. Z naraščanjem jakosti padavin se povečuje velikost kapljic dežja. Z velikostjo kapljic narašča hitrost padanja kapljic. V skupnem računu je odmevna površina $\sigma = \alpha R^{8/5}$ sorazmerna potenci $8/5$ jakosti padavin:

Dežna kapljica $\sigma = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 (2a)^6$

$\left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 = |K|^2 \equiv \text{delektrični faktor}$

$\left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \approx \begin{cases} 0.93 & (\text{voda } \epsilon_r \approx 80) \\ 0.21 & (\text{led } \epsilon_r \approx 3.5) \\ 1 & (\text{kovina } \epsilon_r \rightarrow \infty) \end{cases}$

Naključna faza $\rightarrow \sigma = \sum_i \sigma_i$

$Z = \frac{1}{\Delta V} \sum_i (2a_i)^6 \equiv \text{faktor odboja}$

$\eta = \frac{d\sigma}{dV} = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 Z \leftarrow Z [\text{m}^3]$

Dež $\sigma = V \eta = V \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 Z$

Odmevna površina padavin

J. S. Marshall & W. M. Palmer 1948

$R \left[\frac{\text{mm}}{\text{h}} \right] \equiv \text{jakost padavin}$

$Z \left[\frac{\text{mm}^6}{\text{m}^3} \right] = 200 R^{1.6} \quad R = \left(\frac{Z}{200} \right)^{0.625}$

$Z_{\text{dBZ}} = 10 \log_{10} \frac{Z}{Z_0} \quad Z_0 = \frac{1\text{mm}^6}{1\text{m}^3} = 10^{-18} \text{m}^3$

Padavine	R[mm/h]	Z[dBZ]	Z[m ³]	Barva
Toča	205mm/h	60dBZ	10 ⁻¹² m ³	
	100mm/h	55dBZ	3·10 ⁻¹³ m ³	
Naliv	49mm/h	50dBZ	10 ⁻¹³ m ³	
	24mm/h	45dBZ	3·10 ⁻¹⁴ m ³	
Dež	12mm/h	40dBZ	10 ⁻¹⁴ m ³	
	5.6mm/h	35dBZ	3·10 ⁻¹⁵ m ³	
	2.7mm/h	30dBZ	10 ⁻¹⁵ m ³	
Rosenje	1.3mm/h	25dBZ	3·10 ⁻¹⁶ m ³	
	0.6mm/h	20dBZ	10 ⁻¹⁶ m ³	

Zaradi visoke relativne dielektričnosti tekoče vode $\epsilon_r \approx 80$ se odboj

od kapljice dežja $|K|^2 \approx 0.93$ kaj dosti ne razlikuje od odboja od enako velike kovinske kroglice. Relativna dielektričnost ledu je okoli $\epsilon_r \approx 3.5$, kar daje nižji dielektrični faktor $|K|^2 \approx 0.21$. Snežinke so precej večje od kapljice dežja iste mase. Odmev od snežink je zato podoben odmevu od dežja. Največji radarski odmev dajejo snežinke, ki se ravno začenjajo taliti.

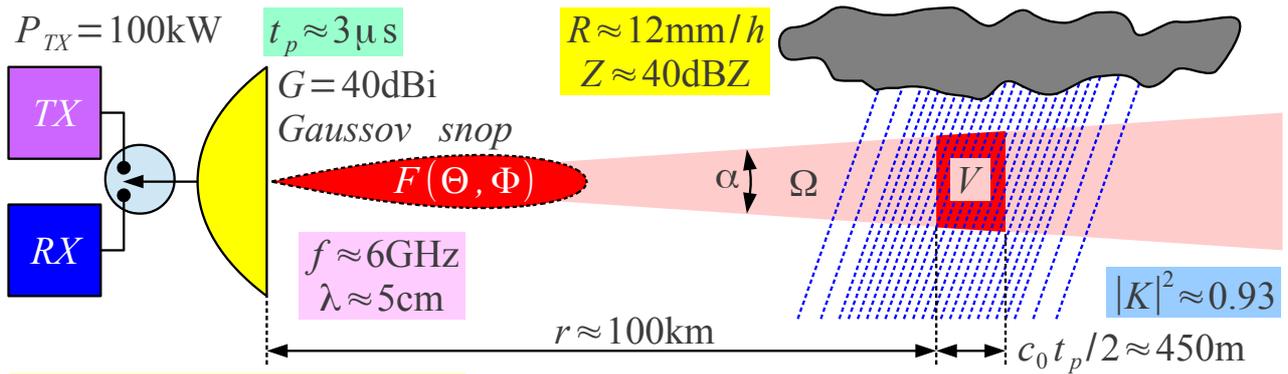
Odmev od padavin opisuje faktor odboja Z . Faktor odboja $Z = 1 \text{ mm}^6 / 1 \text{ m}^3$ pomeni eno kapljico dežja premera $2a = 1 \text{ mm}$ v enem kubičnem metru zraka. Pozor, konstanta 200 v enačbi Marshall-Palmer ima merske enote $[(\text{mm}^6 / \text{m}^3) / (\text{mm}/\text{h})^{1.6}]$! Faktor odboja Z vremenoslovci pogosto navajajo v logaritmskih merskih enotah [dBZ] glede na dogovorjeno referenco milimetrskje kapljice v kubičnem metru $Z_0 = 1 \text{ mm}^6 / 1 \text{ m}^3 = 10^{-18} \text{ m}^3$.

Zaradi naključne faze prispevkov je odmevna površina deževnega oblaka preprosto vsota odmevnih površin posameznih kapljic. Gostoto odmevne površine v enoti prostornine oblaka $\eta = d\sigma / dV$ izračunamo za izbrano valovno dolžino iz faktorja odboja Z , ki ga moramo vnesti v enačbo za odmevno površino v merskih enotah MKSA [m^3].

Jakost padavin R lahko izračunamo iz faktorja odboja Z , ki ga izmerimo z vremenskim radarjem. Velikostni razred faktorja odboja Z se giblje v mejah od 20dBZ (šibko rosenje) vse do 60dBZ (hud naliv s točo). Na radarskih slikah padavin je faktor odboja Z pogosto prikazan z barvno lestvico. Pozor, v uporabi so različne barvne lestvice!

Vremenski radar je monostatični pulzni radar, ki običajno dela v pasu valovnih dolžin okoli $\lambda \approx 5 \text{ cm}$. Rayleighjevo sipanje hitro upada pri večjih valovnih dolžinah. Pri krajših valovnih dolžinah je domet radarja omejen s slabljenjem znotraj oblaka padavin, več o tem kasneje.

Opazovana prostornina $V \approx \Omega r^2 c_o t_p / 2$ deževnega oblaka je sorazmerna prostorskemu kotu sevanja radarske antene Ω , kvadratu oddaljenosti r^2 in trajanju radarskega impulza t_p . Ker odmevna površina cilja $\sigma = V \eta = \alpha r^2$ narašča s kvadratom razdalje, moč sprejetega odmeva v skupnem računu upada samo s kvadratom razdalje $P_{RX} = \alpha' r^{-2}$. Enačba vremenskega radarja se tu bistveno razlikuje od enačbe letalskega radarja $P_{RX} = \alpha'' r^{-4}$:



$$\vec{S}_0 = \vec{1}_r \frac{P_{TX} G}{4\pi r^2} \frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} \quad dV = \frac{c_0 t_p}{2} r^2 d\Omega \quad \eta = \frac{d\sigma}{dV} = \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K|^2 Z \quad 40\text{dBZ} = 10^{-14} \text{ m}^3$$

$$dP_{RX} = \frac{G \lambda^2}{4\pi} \frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} |d\vec{S}| \quad d\vec{S} = \frac{-\vec{S}_0}{4\pi r^2} \eta dV \quad \text{Stožčast snop} \quad F(\Theta) = \begin{cases} 1 & (\Theta < \alpha/2) \\ 0 & (\Theta > \alpha/2) \end{cases}$$

$$P_{RX} = \frac{P_{TX} G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 r^2} \eta \frac{c_0 t_p}{2} I \quad I = \iint_{4\pi} \left(\frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} \right)^2 d\Omega \quad I = \Omega \approx \frac{4\pi}{G}$$

$$P_{RX} \approx \frac{P_{TX} G \lambda^2}{64 \pi^2 r^2} \eta c_0 t_p = \frac{P_{TX} G \pi^3 c_0 t_p |K|^2}{64 r^2 \lambda^2} Z \approx 1.62 \cdot 10^{-10} \text{ W} \quad \text{Gaussov snop} \quad |F(\Theta)|^2 = e^{-(\Theta/\Theta_{-3\text{dB}})^2 \ln 2}$$

Vremenski radar

$$P_{RX} \approx 162 \text{ pW} \approx -67.9 \text{ dBm}$$

$$I \approx \frac{\pi \Theta_{-3\text{dB}}^2}{2 \ln 2} \approx \frac{2\pi}{G}$$

Snop antene vremenskega radarja ni brezhiben stožec s ploskim temenom in neskončno strmimi boki. Smerni diagram resnične antene $F(\Theta, \Phi)$ zvezno upada od osi največjega sevanja pri $\Theta_{MAX}=0$. Slednje ima dve posledici: prostornina V ni enakomerno osvetljena niti sprejem odmevov iz različnih delov prostornine ni enako močen.

Enačbe vremenskega radarja zato ne moremo zapisati samo s smernostjo D oziroma dobitkom G uporabljene antene, pač pa moramo o njenem smernem diagramu $F(\Theta, \Phi)$ vedeti še kaj več! Kot zgled izračunamo sprejeto moč odmeva za anteno monostatičnega radarja z rotacijsko-simetričnim glavnim snopom sevanja Gaussove oblike

$|F(\Theta, \Phi)|^2 = e^{-(\Theta/\Theta_{-3\text{dB}})^2 \ln 2}$. Integral I je nekoliko drugačen od podobnega integrala za izračun smernosti antene:

$$I = \oint\oint_{4\pi} \left(\frac{|F(\Theta, \Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2} \right)^2 d\Omega$$

Gaussov snop $|F(\Theta, \Phi)|^2 = e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2}$

Rotacijsko-simetričen snop $\alpha_E = \alpha_H = 2\Theta_{-3dB}$

$$I = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \right)^2 \sin \Theta d\Theta d\Phi$$

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}=0)|^2}{\oint\oint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

Kraussov približek
 $D \approx \frac{\pi}{\Theta_{-3dB}^2}$

$$I = 2\pi \int_0^\pi e^{-2(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \sin \Theta d\Theta$$

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \sin \Theta d\Theta d\Phi}$$

$$I \approx 2\pi \int_0^\infty e^{-2(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \Theta d\Theta$$

$\Theta_{-3dB} \ll 1$
 $\sin \Theta \approx \Theta$

$$D \approx \frac{2}{\int_0^\infty e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2} \Theta d\Theta}$$

$u = (\Theta/\Theta_{-3dB})^2$

Brezizgubna antena $G \approx D$

$$I \approx \pi \Theta_{-3dB}^2 \int_0^\infty e^{-2u \ln 2} du = \frac{\pi \Theta_{-3dB}^2}{2 \ln 2}$$

$$G \approx \frac{4}{\Theta_{-3dB}^2 \int_0^\infty e^{-u \ln 2} du} = \frac{4 \ln 2}{\Theta_{-3dB}^2} \approx \frac{2.77}{\Theta_{-3dB}^2}$$

Gaussov snop

$$I \approx \frac{\pi \Theta_{-3dB}^2}{2 \ln 2} \approx \frac{2\pi}{G}$$

$$\Theta_{-3dB}^2 \approx \frac{4 \ln 2}{G} \approx \frac{2.77}{G}$$

Radarske antene imajo običajno visok sevalni izkoristek $G \approx D$. Če vrednost integrala I izrazimo s smernostjo D oziroma dobitkom G , daje glavni snop Gaussove oblike polovično moč P_{RX} rezultat v primerjavi z brezhibnim stožcem s ploskim temenom! Še bolj pomembna je ugotovitev, da v enačbi vremenskega radarja sprejeta moč odmeva narašča komaj premo-sorazmerno dobitku antene G , čeprav jo radar uporablja dvakrat, za oddajo in za sprejem.

Obratno, v monostatičnem letalskem radarju sprejeta moč odmeva narašča sorazmerno kvadratu dobitka antene G^2 . Končno, pri radijskem višinomerju opazimo celo oba pojava. Radijski višinomer sicer uporablja ločeni, a med sabo enaki anteni z enakima dobitkoma G . Sprejeta moč odmeva narašča pri zrcalnem odboju od gladkih tal s kvadratom dobitka antene G^2 , pri razpršenem odboju od zelo hrapavih in razgibanih tal pa samo premo-sorazmerno dobitku antene G .

Radarska enačba je odvisna od velikosti cilja in vrste odboja. Velikost cilja primerjamo s presekom smernega diagrama antene oziroma s površino prve Fresnelove cone. Če strnemo vse ostale podatke v sorazmernostno konstanto α , dobimo za dve enaki anteni oziroma isto anteno z dobitkom

G za sprejem in oddajo naslednje odvisnosti moči sprejema P_{RX} :

Radarska enačba	Velik cilj (tla, oblak)	Majhen cilj (letalo, trirobnik)
Zrcalni odboj	$P_{RX} = \alpha G^2 r^{-2}$	$P_{RX} = \alpha G^2 r^{-4}$
Razpršeni odboj	$P_{RX} = \alpha G r^{-2}$	

Opisani zgled vremenskega radarja zmerne povprečne moči $\langle P_{TX} \rangle \approx 0.1\% P_{TX} \approx 100W$ z anteno $A_{eff} \approx 2m^2$ sprejme odbito moč $P_{RX} \approx -67.9dBm$ od dežja s faktorjem odboja $Z = 40dBZ = 10^{-14} m^3$ na oddaljenosti $r \approx 100km$. Dober sprejemnik ima toplotni šum nižji od $P_N < -110dBm$, kar daje odlično razmerje signal/šum preko $S/N > 40dB$. V svojem uporabnem dometu, ki ga omejuje ukrivljenost zemeljske oble, takšen radar vidi vse padavine tudi pod $Z_{MIN} < 0dBZ$.

Majhne kapljice dežja premera pod $2a < 1mm$ so skoraj brezhibne kroglice, zato odmev v smeri nazaj proti monostatičnemu radarju ni odvisen od polarizacije. Velike dežne kaplje premera nad $2a > 1mm$ so eliptične oblike. V nasprotju s prepričanjem likovnih umetnikov, ki velike dežne kaplje vedno rišejo kot podolgovate solze, imajo resnične padajoče kaplje v zraku povsem drugačno obliko.

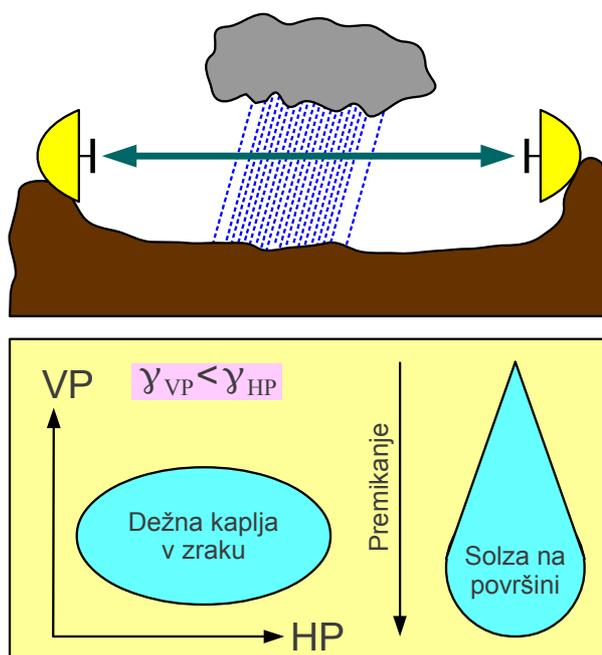
Zaradi zračnega upora so velike kaplje sploščene v smeri padanja v zraku. Sploščena kaplja daje večji odmev za vodoravno polarizacijo in manjši odmev za pokončno polarizacijo. Vremenski radar, ki lahko meri odmev na obeh polarizacijah, zna razlikovati med veliko množico majhnih okroglih kapljic in redkejšimi velikimi kapljami, čeprav oboje dajejo v povprečju enako močen odmev.

Hkrati z odmevom pomeni Rayleighjevo sipanje valovanja na majhnih delcih $a \ll \lambda$ tudi izgubo moči vpadnega vala. Rayleighjevo sipanje je lahko poglobitni izvor izgub v jedru svetlobnega vlakna iz izredno čistega stekla. V primeru padavin je izguba moči mikrovalov $f \approx 3GHz$ zaradi Rayleighjevega sipanja za več velikostnih razredov nižja od dielektričnih izgub v kapljicah čiste vode. Rayleighjevo sipanje postane primerljivo z dielektričnimi izgubami šele v področju milimetrskih valov nad $f > 30GHz$.

Destilirana voda je dober dielektrik za nizke frekvence $f \ll 1GHz$ z visoko relativno dielektričnostjo približno $\epsilon_r \approx 80$. Čista voda je zelo slab dielektrik z velikimi izgubami za radijske frekvence nad $f > 1GHz$. V frekvenčnem področju $30GHz \leq f \leq 150GHz$ je gostota prevodniškega

toka v vodi $\vec{J} > \partial \vec{D} / \partial t$ celo večja od gostote premikalnega toka:

Dielektrične lastnosti vode		
f	$\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$	$n = \sqrt{\epsilon_r}$
300GHz	5.81-j4.85	2.59-j0.94
150GHz	6.75-j9.57	3.04-j1.57
100GHz	8.26-j14.07	3.50-j2.01
60GHz	12.69-j22.00	4.36-j2.52
30GHz	26.40-j34.22	5.90-j2.90
18.5GHz	42.54-j35.62	7.00-j2.54
16GHz	50.00-j37.50	7.50-j2.50
11GHz	61.16-j32.12	8.07-j1.99
6GHz	73.72-j20.84	8.67-j1.20
4GHz	76.08-j16.05	8.77-j0.92
3GHz	78.30-j11.14	8.87-j0.63
2GHz	79.32-j7.53	8.92-j0.42
1.43GHz	80.92-j4.95	9.00-j0.28



Priporočilo ITU-R P.838-3

$$\gamma [\text{dB/km}] \approx k(f) (R [\text{mm/h}])^{\alpha(f)}$$

Enačbe/tabele za $k(f)$ & $\alpha(f)$ posebej za HP oziroma za VP

Slabljenje padavin

$$\gamma = -a_{\text{dB}}/l$$

Dielektrik z izgubami opisujeta kompleksna relativna dielektričnost $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ in kompleksni lomni količnik $n = \sqrt{\epsilon_r}$. Velikosti relativne dielektričnosti $|\epsilon_r|$ in lomnega količnika $|n|$ vode zelo hitro upadata na frekvencah nad $f > 10\text{GHz}$. V nasprotju z Rayleighjevim sipanjem so dielektrične izgube neodvisne od velikosti kapljic dežja, pač pa samo od skupne količine tekoče vode v enoti prostornine deževnega oblaka.

Dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi lahko računamo po preprostem računskem obrazcu iz priporočila ITU-R P838-3. Slednje poenostavlja opis slabljenja $\gamma [\text{dB/km}]$ s potenčno funkcijo jakosti padavin $R [\text{mm/h}]$:

$$\gamma [\text{dB/km}] \approx k(\lambda) (R [\text{mm/h}])^{\alpha(\lambda)}$$

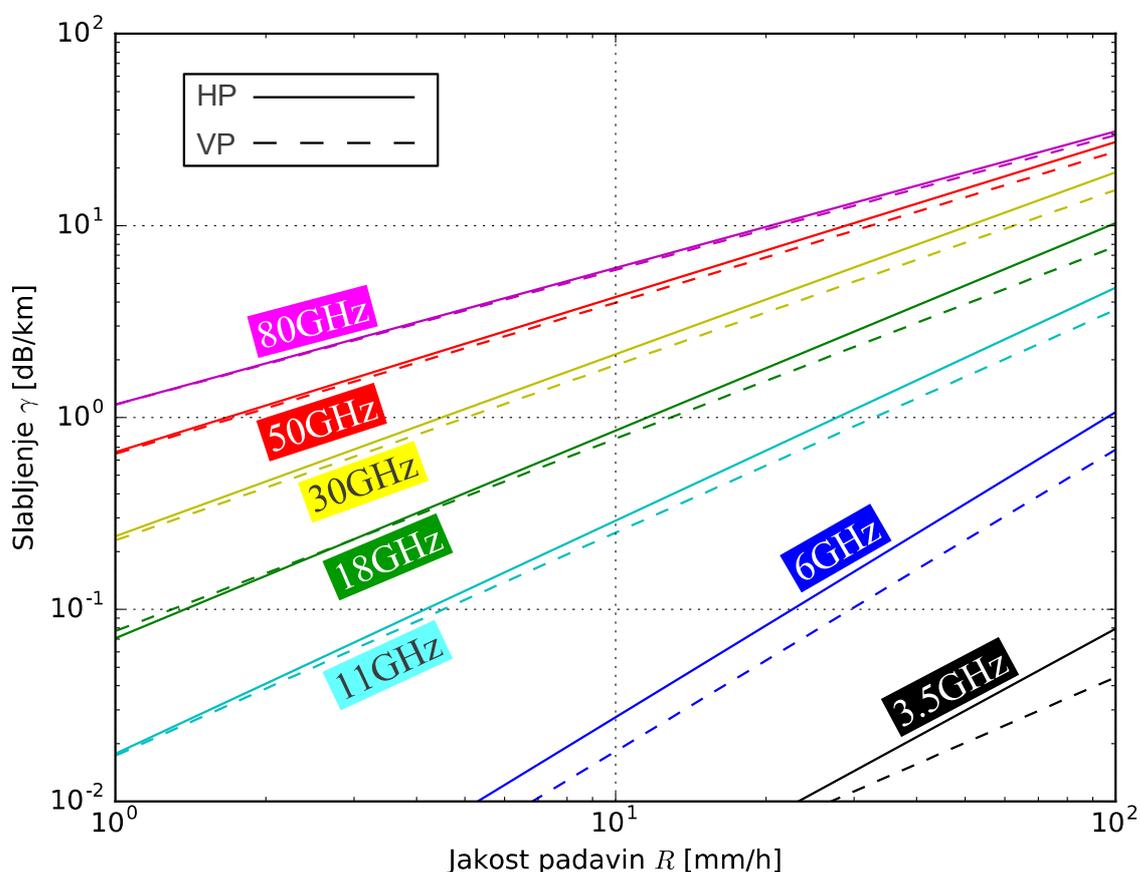
Priporočilo ITU-R P838-3 vsebuje obrazce in tabele za sorazmernostno konstanto $k(\lambda)$ in eksponent $\alpha(\lambda)$ v frekvenčnem področju $1\text{GHz} \leq f \leq 1000\text{GHz}$. Sorazmernostna konstanta in eksponent sta navedena posebej za vodoravno polarizacijo HP in pokončno polarizacijo VP,

saj velike sploščene kaplje bolj slabijo vodoravno polarizacijo. Tabela prikazuje izvleček ITU-R P838-3 za nekaj zanimivih frekvenčnih pasov:

f (GHz)	k_{HP}	α_{HP}	k_{VP}	α_{VP}
3.5	0.0001155	1.4189	0.0002346	1.1387
6	0.0007056	1.5900	0.0004878	1.5728
11	0.01772	1.2140	0.01731	1.1617
18	0.07078	1.0818	0.07708	1.0025
30	0.2403	0.9485	0.2291	0.9129
50	0.6600	0.8084	0.6472	0.7871
80	1.1704	0.7115	1.1668	0.7021

V logaritemskih skalah za jakost padavin R in slabljenje na enoto dolžine γ so približki ITU-R P838-3 premice:

Slabljenje padavin pri $f=3.5,6,11,18,30,50,80$ GHz po ITU-R 838-3



Iz grafa pri $f = 18\text{GHz}$ so razvidne omejitve približka ITU-R P838-3. Pri nizkih jakostih padavin R je slabljenje za pokončno polarizacijo VP (črtkana zelena premica) višje od slabljenja za vodoravno polarizacijo HP (neprekinjena zelena premica), kar je fizikalno neupravičeno.

Dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi običajno ni zanemarljivo pri frekvencah nad $f \geq 10\text{GHz}$. Vremenski radar v nosu potniškega letala vidi samo prednjo plast nevarnega nevihtnega oblaka pri opazovanju z valovno dolžino $\lambda \approx 3\text{cm}$. Usmerjene radijske zveze na frekvencah nad $f \geq 10\text{GHz}$ načrtujemo za krajše razdalje.

Kapljice dežja ne vnašajo samo dodatnega slabljenja, pač pa tudi dodatni fazni zasuk. Ker sta oba slabljenja in fazni zasuk večja za vodoravno polarizacijo kot za pokončno polarizacijo, se v radijskih zvezah nad $f \geq 10\text{GHz}$ uporabljata izključno pokončna in vodoravna prema polarizacija. Razširjanje valov skozi deževni oblak edino v tem primeru ne spreminja polarizacije.

Podatke o dodatnem slabljenju padavin je treba vzeti z razumevanjem celotne naloge. Glede na omejeni domet $r < 100\text{m}$ avtomobilskega radarja na $f \approx 77\text{GHz}$ izgleda slabljenje padavin skoraj zanemarljivo. Delovanje avtomobilskega radarja verjetno dosti bolj motijo kapljice dežja, ki se naberejo na površini antene. Poledenela antena zagotovo ne deluje več.

Podobno razmišljanje velja tudi za mikrovalovno usmerjeno zvezo. Izpad zveze med obilnimi padavinami traja kvečjemu nekaj ur. Izpad zveze zaradi snega in ledu na antenah lahko traja dneve ali tedne.

Poleg padavin obstajajo v troposferi še drugi pojavi, ki vplivajo na razširjanje radijskih valov. Sipanje radijskih valov v nehomogenostih troposfere omogoča izredno dolge zveze preko obzorja radijske vidljivosti. Mikrovalovna zveza preko sipanja v troposferi z dometom $r \approx 1000\text{km}$ je sicer izvedljiva, a zahteva ogromne antene in visoke moči oddajnikov za skromno zmogljivost zveze. Kar je danes nesprejemljivo, takšna radijska zveza slabo izkorišča radiofrekvenčni prostor, saj poleg slabe spektralne učinkovitosti C/B zahteva tudi odsotnost motilcev v istem frekvenčnem pasu.

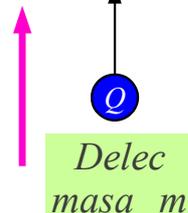
V stratosferi in mezosferi je zračni tlak tako nizek, da je učinek nevtralnih molekul plinov na radijsko valovanje in svetlobo skoraj zanemarljiv. Pomemben učinek na radijske valove ima termosfera, bolj natančno naelektreni delci v ionosferi. Ozračje je v termosferi izredno redko.

Maksimumu koncentracije nabitih delcev ustreza nadmorska višina

tirnice $h \approx 350\text{km}$ mednarodne vesoljske postaje ISS. Plazma naelektrenih delcev je sicer izredno redka, ampak tudi izredno korozivna. Vesoljska plovila za dolgotrajno uporabo, kot je to ISS, morajo biti izdelana iz snovi, ki so odporne na korozijo!

Električno polje radijskih valov pospešuje ali zavira naelektrene delce $Q\vec{E} = \vec{F} = m\vec{a}$ v ionosferi. Oblak gostote $N[\text{m}^{-3}]$ premikajočih naelektrenih delcev ustvarja konvektivni električni tok $\vec{J} = NQ\vec{v}$ v prostoru. Konvektivni električni tok \vec{J} poljubno naelektrenih delcev ima takšno fazo, da se odšteva do premikalnega toka $\partial\vec{D}/\partial t$:

$$\vec{F} = Q\vec{E} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = j\omega m\vec{v} \rightarrow \vec{v} = \frac{Q}{j\omega m}\vec{E}$$



$$\vec{J}_{\text{konvektivni}} = NQ\vec{v} \quad N[\text{m}^{-3}] \equiv \text{gostota delcev v prostoru}$$

$$\vec{J}_{\text{konvektivni}} = \sum_i \frac{N_i Q_i^2}{j\omega m_i} \vec{E} \quad \left(\begin{array}{l} \text{različni} \\ \text{delci } i \end{array} \right)$$

Elektron
 $Q_e \approx -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
 $m_e \approx 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

$$\text{Ionosfera: } \vec{J}_{\text{konvektivni}} = \frac{N_e Q_e^2}{j\omega m_e} \vec{E} + \frac{N_p Q_p^2}{j\omega m_p} \vec{E} + \dots \left(\begin{array}{l} \text{težji} \\ \text{delci} \end{array} \right)$$

Proton
 $Q_p \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
 $m_p \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Ampère:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon_0\vec{E} \approx \frac{N_e Q_e^2}{j\omega m_e} \vec{E} + j\omega\epsilon_0\vec{E} = j\omega\epsilon_0 \left(1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e} \right) \vec{E} = j\omega\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$\epsilon_r = 1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = 1 - \left(\frac{f_p}{f} \right)^2$$

$f < f_p \rightarrow$ prevodnik

$f_p \equiv$ frekvenca plazme

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{N_e Q_e^2}{\epsilon_0 m_e}} \approx \sqrt{80.6 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} N_e} \approx \left\{ \begin{array}{l} 11 \text{ MHz dan} \\ 5 \text{ MHz noč} \end{array} \right\}$$

$f > f_p \rightarrow$ dielektrik

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f} \right)^2} < 1$$

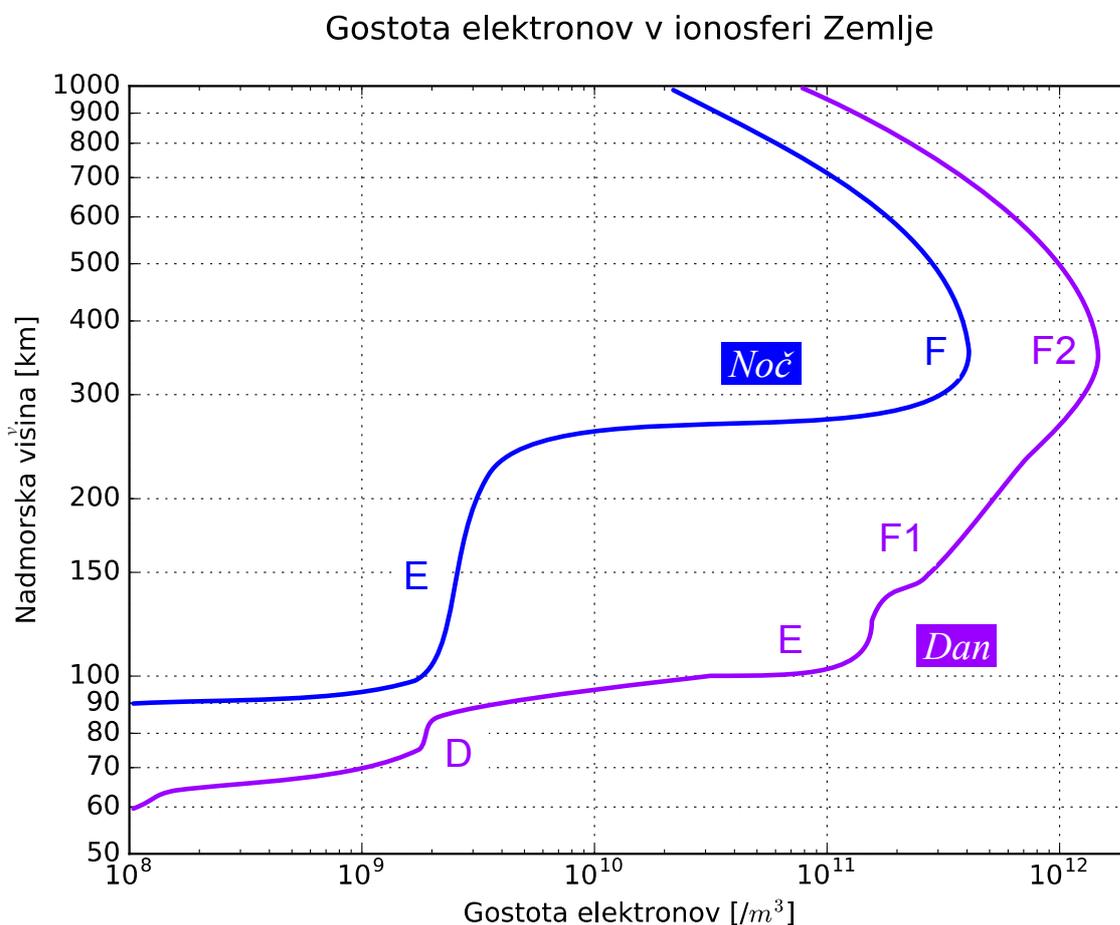
Dielektričnost in lomni količnik ionosfere

Ker so elektroni za več kot tri velikostne razrede lažje od vseh ostalih naelektrenih delcev, je prispevek ostalih delcev k električnim lastnostim ionosfere zanemarljiv. Glede na točnost meritev električne lastnosti ionosfere popolnoma opiše gostota elektronov v enoti prostornine $N_e[\text{m}^{-3}]$.

Prisotnost elektronov znižuje navidezno relativno dielektričnost $\epsilon_r < 1$ in lomni količnik ionosfere $n < 1$ pod enoto!

Ionosfero ustvarja kratkovalovno sevanje Sonca. Fotoni UV in rentgenskih žarkov imajo dovolj energije, da razbijejo nevtralne molekule v

ione različnih električnih nabojev. Sestava in gostota ionosfere se kratkoročno spreminjata med dnevom in nočjo, dolgoročno pa z enajstletnim ciklom aktivnosti Sonca. Potek gostote elektronov kot funkcija nadmorske višine $N_e(h)$ je prikazan podnevi in ponoči za srednje aktivno Sonce:



Potek gostote elektronov $N_e(h)$ ni preprosta funkcija višine. Kratkovalovno sevanje Sonca ustvari podnevi štiri pasove D, E, F1 in F2. Najnižji pas D po zahodu Sonca hitro izgine, saj so tam trki elektronov z nevtralnimi molekulami ozračja dokaj pogosti. Pas E ponoči zelo oslabi. Pasova F1 in F2 se ponoči združita v en sam pas F, ki ima za en velikostni razred nižjo gostoto elektronov N_e od dnevne vrednosti.

Gostota elektronov N_e je nerodna za računanje. V radijski tehniki je smiselno združiti vse nastopajoče fizikalne veličine, gostoto N_e , naboj Q_e in maso elektrona m_e v novo praktično veličino, frekvenco plazme:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Q_e^2 N_e}{\epsilon_0 m_e}} \quad \text{ozioroma} \quad f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Q_e^2 N_e}{\epsilon_0 m_e}} \approx \sqrt{80.6 \frac{m^3}{s^2} N_e}$$

Frekvenca plazme ima v radijski tehniki neposreden pomen. Ko je frekvenca valovanja $f < f_p$ nižja od frekvence plazme, je relativna dielektričnost negativna $\epsilon_r < 0$ in lomni količnik čisto imaginaren. Ionosfera se pri teh frekvencah obnaša kot prevodnik, v njemu se valovanje ne more širiti.

Ko je frekvenca valovanja $f > f_p$ višja od frekvence plazme, je relativna dielektričnost manjša od enote ampak pozitivna $0 < \epsilon_r < 1$. Lomni količnik ionosfere je realen v mejah $0 < n < 1$. Ionosfera se pri teh frekvencah obnaša kot dielektrik, radijsko valovanje se vanj lomi. Lomni količnik se preprosto izračuna s pomočjo frekvence plazme:

$$n = \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2}$$

Lom oziroma popolni odboj radijskih valov na plasteh ionosfere skrbno izbrane frekvence lahko izkoristimo za zelo dolge radijske zveze:

$$n(h) = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p(h)}{f}\right)^2} < 1$$

Popolni odboj

$$n = \sin \Theta \approx \frac{R_Z}{R_Z + h}$$

$$\frac{R_Z}{R_Z + h} = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2}$$

$$\left(\frac{f}{f_p}\right)^2 = \frac{(R_Z + h)^2}{(R_Z + h)^2 - R_Z^2}$$

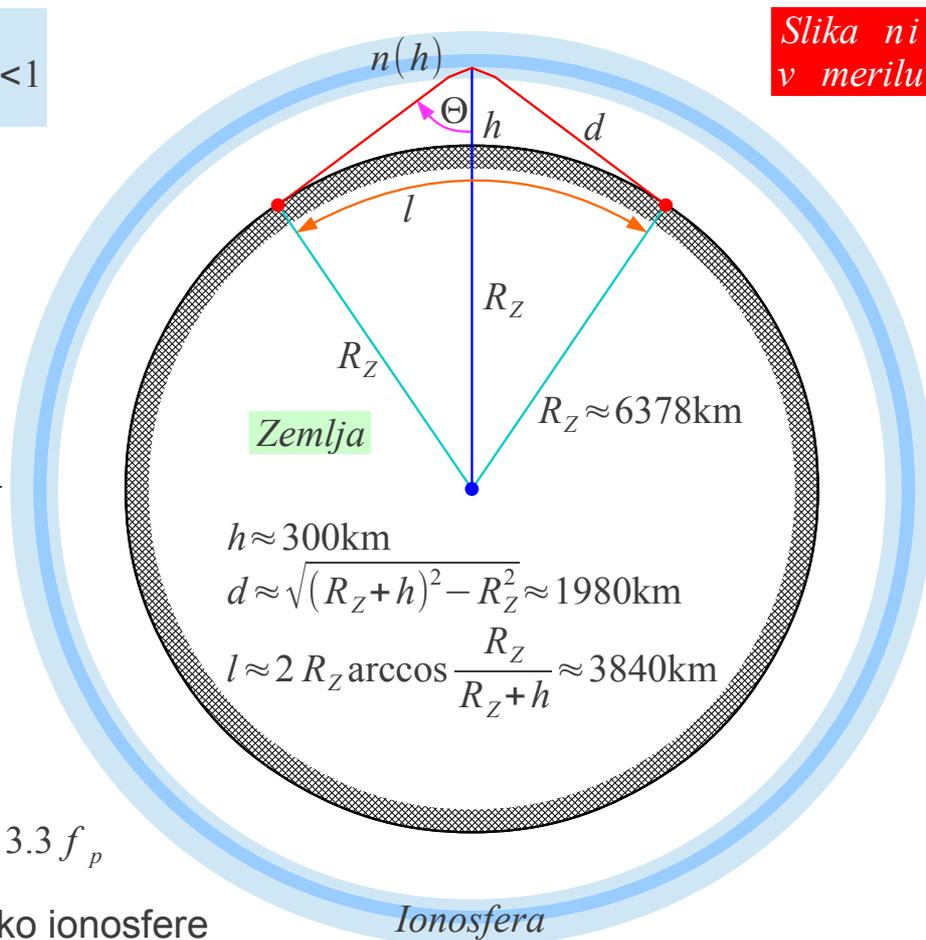
$$h \ll R_Z$$

$$f \approx f_p \sqrt{\frac{R_Z}{2h}}$$

$$h_{MAX} \approx 300 \text{ km}$$

$$MUF \approx f_p \sqrt{\frac{R_Z}{2h_{MAX}}} \approx 3.3 f_p$$

Radijska zveza preko ionosfere



Ionosfera lahko lomi in odbija nazaj proti površini zemlje tudi radijske

valove nekoliko višjih frekvenc $f > f_p$ od frekvence plazme. Radijska zveza preko ionosfere doseže največji dolet pri frekvenci MUF (angleško: Maximum Usable Frequency), kjer se valovanje komaj še lomi nazaj proti površini Zemlje v najgostejši plasti ionosfere. Nižje frekvence $f < MUF$ se lomijo nazaj proti zemeljski površini že prej, v nižjih in redkejših plasteh ionosfere.

MUF izračunamo s pomočjo lomnega zakona. Pri višini najgostejše ionosferske plasti $h \approx 300\text{km}$ znaša $MUF \approx 3.3 f_p$ oziroma podnevi okoli $MUF \approx 36\text{MHz}$ in dvakrat do trikrat manj ponoči. V enem samem skoku preko ionosfere lahko radijska zveza doseže dolet več kot $l > 3800\text{km}$ merjeno po površini Zemlje. Po skoku preko ionosfere se radijsko valovanje odbije od površine Zemlje in lahko ponovi še več skokov preko ionosfere. Preko ionosfere lahko radijska zveza doseže katerokoli točko na Zemlji pod pogojem, da je nad celotno potjo prisotna primerna ionosfera.

Ionosfera poleg lomljenja in odbijanja tudi slabi radijske valove. Največji izvor slabljenja so trki elektronov z nevtralnimi delci. Elektron ob trku preda svojo kinetično energijo nevtralnemu delcu in na ta način ogreva ozračje. Trki z nevtralnimi delci so zelo pogosti v nižjih plasteh ozračja, predvsem v sloju D ionosfere.

Slabljenje zaradi trkov z nevtralnimi delci hitro narašča z upadanjem frekvence valovanja f . Pod določeno frekvenco LUF (angleško: Lowest Usable Frequency) postane slabljenje tako veliko, da ga radijska zveza ne more več premagati. Zaradi zapletene sestave ionosfere je slabljenje težko določiti.

LUF ni neka stroga meja kot MUF , pač pa je odvisna tudi od uporabljenih oddajnikov, anten in sprejemnikov. Podnevi preseže $LUF > 5\text{MHz}$. Ponoči se spusti pod $LUF < 100\text{kHz}$, saj takrat izgine najnižja plast ionosfere D in plast E močno oslabi. Srednjevalovni radijski sprejemnik, ki je podnevi sprejemal samo lokalno radijsko postajo na $f \approx 1\text{MHz}$, ponoči oživi z glasovi celega sveta.

Za radijsko zvezo preko ionosfere je najugodnejši polmrak, ko sta nižja sloja D in E v senci Zemlje, sloj F pa osvetljen od Sonca (angleško: gray line). Povsem jasno se da takšne najugodnejše pogoje doseči samo za radijske zveze do določenih ciljev ob skrbno izbrani uri dneva in letnem času.

Izbruh delcev sončnega vetra ustvari močno ionizirana področja na obeh tečajih. Poleg polarne svetlobe (angleško: aurora) in motenj Zemljinega

magnetnega polja slednja porušijo običajne radijske zveze preko ionosfere nekaj dni po izbruhu na Soncu. Zelo visok $MUF > 200\text{MHz}$ se občasno pojavi tudi na zmernih zemljepisnih širinah.

Omejena pasovna širina radijskih zvez preko ionosfere ter številne nepredvidljivosti in muhe ionosfere danes tržno niso privlačni. Kljub več kot stoletnemu razvoju radijske tehnike v smeri višjih frekvenc in večjih zmogljivosti, čarobna noč radijske zveze preko ionosfere še danes ohranja svojo moč. S potrpežljivim čakanjem na pravo uro ob pravem letnem času in ob pravi aktivnosti Sonca se da doseči prav vsak kotiček zemeljske oble z malim oddajnikom $P_{TX} < 10\text{W}$ in neusmerjeno anteno $G \approx 1$.

Ionosfera se stalno spreminja glede na vpadni kot sončne svetlobe. Ena od posledic zveznega spreminjanja ionosfere je Dopplerjev pomik frekvence v radijski zvezi v velikostnem razredu $\Delta f \approx 3\text{Hz}$. Če frekvenca ni v bližini skrajne meje MUF , se radijsko valovanje lahko razširja od oddajnika do sprejemnika po več različnih poteh preko različnega števila skokov preko ionosfere. Več o večpotju v radijskih zvezah v naslednjem poglavju.

Hitrost radijskih valov v ionosferi ni enaka hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Fazna hitrost radijskih valov v ionosferi $v_f = c_0/n > c_0$ je vedno večja od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Fazna hitrost je močno odvisna od frekvence in postane neskončno velika $v_f \rightarrow \infty$, ko se frekvenca radijskih valov približa frekvenci plazme $f \rightarrow f_p$. Fazna hitrost se približa hitrosti svetlobe v praznem prostoru $v_f \rightarrow c_0$ pri zelo visokih frekvencah $f \gg f_p$.

Valovna dolžina v ionosferi $\lambda = \lambda_0/n > \lambda_0$ je vedno večja od valovne dolžine v praznem prostoru. Valovna dolžina je močno odvisna od frekvence in postane neskončno velika $\lambda \rightarrow \infty$, ko se frekvenca radijskih valov približa frekvenci plazme $f \rightarrow f_p$. Valovna dolžina v ionosferi se približa valovni dolžini v praznem prostoru $\lambda \rightarrow \lambda_0$ pri zelo visokih frekvencah $f \gg f_p$.

Skupinska hitrost radijskih valov v ionosferi $v_g = nc_0 < c_0$ je vedno manjša od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Skupinska hitrost je močno odvisna od frekvence in gre proti nič $v_g \rightarrow 0$, ko se frekvenca radijskih valov približa frekvenci plazme $f \rightarrow f_p$. Skupinska hitrost v ionosferi se približa hitrosti svetlobe v praznem prostoru $v_g \rightarrow c_0$ pri zelo visokih frekvencah $f \gg f_p$. Informacija in energija potujeta skozi ionosfero s skupinsko hitrostjo, torej je vsem zakonom fizike zadoščeno:

Hitrosti valovanja v ionosferi

$$\beta = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2} = \frac{1}{c_0} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$$

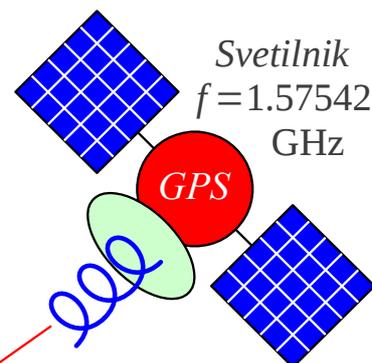
$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{c_0} \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}$$

Fazna hitrost $v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2}} > c_0$

$$f_p^2 = \frac{N_e(s) Q_e^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m_e}$$

Skupinska hitrost $v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = c_0 \sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2} < c_0$

$$f \gg f_p \rightarrow \begin{aligned} v_f &\approx c_0 + \Delta v \\ v_g &\approx c_0 - \Delta v \end{aligned} \quad \Delta v = \frac{c_0}{2} (f_p/f)^2$$



$$TEC [m^{-2}] = \int_s N_e(s) ds$$

Ionosfera $n < 1$

$f_p \approx 11 \text{ MHz}$

Slika ni v merilu



$$t = \int_s \frac{ds}{v(s)} = \int_s \frac{ds}{c_0 \pm \Delta v} \approx \frac{s}{c_0} \mp \int_s \frac{\Delta v}{c_0^2} ds = \frac{s}{c_0} \mp \int_s \frac{(f_p/f)^2}{2c_0} ds$$

$$\Delta r = c_0 \Delta t \approx \int_s \frac{\mp N_e(s) Q_e^2}{8\pi^2 \epsilon_0 m_e f^2} ds = \frac{\mp Q_e^2 TEC}{8\pi^2 \epsilon_0 m_e f^2} \approx \mp 40.3 \frac{m^3}{s^2} \frac{TEC}{f^2}$$

$$TEC \approx 10^{18} m^{-2} \rightarrow \Delta r \approx \mp 16.2 m$$

Pri natančnih meritvah v satelitski navigaciji učinek ionosfere ni zanemarljiv niti na zelo visokih frekvencah $f = 1.57542 \text{ GHz} \gg f_p$. Fazna hitrost $v_f \approx c_0 + \Delta v$ je le malenkost višja od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Odstopanje faze hitrosti vnaša pogrešek pri meritvi Dopplerjevega pomika na nosilcu v satelitski navigaciji.

Skupinska hitrost $v_g \approx c_0 - \Delta v$ je malenkost nižja od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Odstopanje skupinske hitrosti vnaša pogrešek pri meritvi zakasnitve modulacije v satelitski navigaciji. Učinek ionosfere na zakasnitev modulacije je sicer enako velik, a ima obraten predznak od učinka na zakasnitev faze nosilca. V skupnem učinku ionosfere se valovanje nosilca plazi pod ovojnico modulacije, kar izredno otežuje sinhronizacijo modulacije in nosilca v natančnih geodetskih sprejemnikih.

Preprosti navigacijski sprejemniki v vozilih merijo samo zakasnitev modulacije. Ionosfera vnaša dodatno zakasnitev modulacije. Pri izračunu dodatne zakasnitve je treba integrirati gostoto elektronov vzdolž celotne poti radijskih valov od svetilnika do sprejemnika. Pripadajoča veličina se imenuje stolpična gostota elektronov $TEC [m^{-2}]$ (angleško: Total Electron Content v satelitski navigaciji oziroma electron column density v radioastronomiji).

Stolpična gostota elektronov je odvisna od stanja ionosfere in položaja svetilnika na nebu. Stolpična gostota elektronov do svetilnika v zenitu doseže $TEC \approx 5 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-2}$ podnevi in en velikostni razred manj ponoči. Stolpična gostota elektronov do svetilnika tik nad obzorjem je dosti večja zaradi daljše poti radijskih valov skozi ionosfero enake sestave. Podaljšanje poti zaradi loma v ionosferi dodaja manjši učinek.

Povprečna stolpična gostota $TEC \approx 10^{18} \text{ m}^{-2}$ pri meritvi zakasnitve modulacije daje za $\Delta r \approx 16.2 \text{ m}$ preveliko razdaljo do svetilnika. Iz izmerjenih razdalj do več svetilnikov uporabnik izračuna lastni položaj z reševanjem sistema enačb. Pogrešek se pri tem poveča za geometrijski faktor $GDOP \approx 3$ (angleško: Geometrical Dilution Of Precision). Skupni pogrešek ionosfere pri določanju položaja je v velikostnem razredu $\Delta r_{skupni} = GDOP \Delta r \approx 50 \text{ m}$.

Ionosfera se v satelitski navigaciji obnaša kot ogromna razpršilna leča nad sprejemnikom. Pogrešek Δr_{skupni} je v tem primeru večinoma v nadmorski višini uporabnika. Satelitski navigacijski sprejemnik daje podnevi za $\Delta h \approx 50 \text{ m}$ višjo nadmorsko višino kot ponoči, če se pogreška ionosfere ne popravlja.

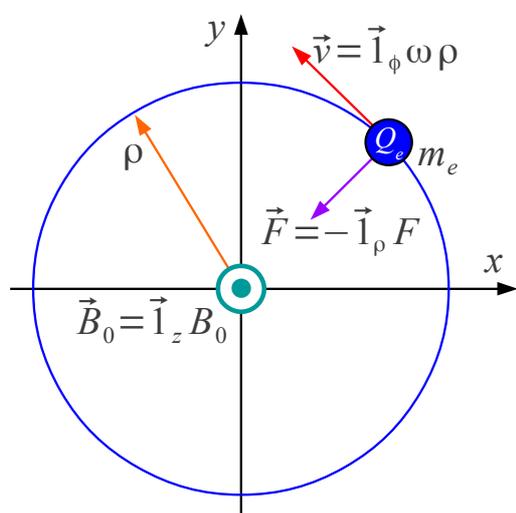
Zaradi ionosfere je satelitska navigacija za en velikostni razred manj natančna od tlačnega višinomerja oziroma kar za dva velikostna razreda manj natančna od radijskega višinomerja na krovu letala. Ker vozilo na cesti pogosto ne vidi celotnega neba, ionosfera vnaša znaten pogrešek satelitske navigacije tudi v vodoravni ravnini.

Ker natančno poznamo odvisnost pogreška ionosfere od frekvence, boljši sprejemniki sami izmerijo učinek ionosfere iz razlike meritev istega svetilnika na dveh različnih frekvencah. Prvotni sateliti GPS so oddajali isto modulacijo sinhrono na dveh nosilnih frekvencah $f_{L1} = 1.57542 \text{ GHz}$ in $f_{L2} = 1.2276 \text{ GHz}$, sodobnejši sateliti celo na več nosilnih frekvencah.

Ionosfera se nahaja v enosmernem magnetnem polju Zemlje. Poleg električnega polja radijskega valovanja učinkuje na premikajoče naelektrene delce tudi magnetno polje Zemlje skladno z izrazom za Lorentzovo silo $\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Magnetno polje Zemlje je za mnogo velikostnih razredov večje od magnetnega polja radijskega valovanja, zato lahko učinek slednjega zanemarimo.

Rešitev enačbe gibanja naelektrenega delca v enosmernem magnetnem polju je krožnica oziroma vijačnica okoli smeri magnetnega polja.

Frekvenco kroženja določajo samo tri veličine: naboj delca Q , masa delca m in gostota magnetnega pretoka \vec{B}_0 . Smer magnetnega pretoka \vec{B}_0 in predznak naboja delca določata smer vektorja krožne frekvence $\vec{\omega}_g$. Pojav imenujemo žiromagnetna rezonanca:



$$\text{Kroženje } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{I}_\rho \omega \rho \frac{d\phi}{dt} = -\vec{I}_\rho \omega^2 \rho$$

$$\vec{F} = m_e \vec{a} = -\vec{I}_\rho m_e \omega^2 \rho$$

$$\begin{array}{l} \text{Elektron} \\ Q_e \approx -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \\ m_e \approx 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{array}$$

$$\text{Lorentzova sila } \vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} = Q_e \vec{v} \times \vec{B}_0 = \vec{I}_\rho Q_e \omega \rho B_0$$

$$\vec{\omega}_g = \frac{-Q_e \vec{B}_0}{m_e}$$

$$\text{Zemlja } H_0 \approx 40 \text{ A/m}$$

$$f_g = \frac{|Q_e| \mu_0 H_0}{2\pi m_e} \approx 1.4 \text{ MHz}$$

Žiromagnetna rezonanca v ionosferi

V magnetnem polju Zemlje $|\vec{H}_0| \approx 40 \text{ A/m}$ oziroma $|\vec{B}_0| \approx 50 \mu \text{ T}$ (povprečna vrednost) imajo prosti elektroni žiromagnetno rezonanco okoli $f_g \approx 1.4 \text{ MHz}$. Protoni in drugi težji delci imajo žiromagnetno rezonanco pod $f_g < 1 \text{ kHz}$. Ionosfera je za radijske valove tako nizkih frekvenc dober prevodnik, zato je pojav žiromagnetne rezonance težjih delcev nepomemben.

V frekvenčnem pasu okoli žiromagnetne rezonance je slabljenje ionosfere dosti večje. V preteklosti se je frekvenčni pas $f \approx 1.5 \text{ MHz}$ z valovno dolžino približno $\lambda \approx 200 \text{ m}$ uporabljal za radiodifuzne srednjevalovne oddajnike kratkega dosega, na kar danes spominjajo imena "VAL 202" (izhaja iz $\lambda \approx 202 \text{ m}$) in podobna.

V prisotnosti enosmernega magnetnega polja postane ionosfera dvolomna. Zaradi razmeroma dolge poti $s \approx 300 \text{ km}$ radijskih valov iz oddajnika v vesolju skozi ionosfero do sprejemnika na Zemlji opazimo dvolomnost tudi pri dosti višjih frekvencah $f \gg f_g$ od žiromagnetne rezonance. Najpreprostejši pojav krožne dvolomnosti v ionosferi je Faradayevo sukanje polarizacije.

Enačba za Lorentzovo silo ima preprosto rešitev, če predpostavimo krožno polarizirano valovanje v smeri enosmernega magnetnega polja \vec{B}_0 .

Pri tem smernik $\vec{1}_K$ lahko pomeni levo $\vec{1}_L$ krožno polarizacijo (LHCP) ali desno $\vec{1}_D$ krožno polarizacijo (RHCP):

Lorentzova sila $\vec{F} = m_e \vec{a} = j \omega m_e \vec{v} = Q_e (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0)$ Faradayevo sukanje

Preprosta rešitev $\vec{1}_K = \frac{\vec{1}_V \pm j \vec{1}_H}{\sqrt{2}}$

$$\vec{1}_K \times \vec{1}_z = \frac{-\vec{1}_H \pm j \vec{1}_V}{\sqrt{2}} = j \frac{j \vec{1}_H \pm \vec{1}_V}{\sqrt{2}} = \pm j \vec{1}_K$$

$$\vec{v} = \vec{1}_K v_0 e^{-j\beta z} \quad \vec{E} = \vec{1}_K E_0 e^{-j\beta z}$$

$$j \omega m_e \vec{v} = Q_e (\vec{E} \pm j B_0 \vec{v}) \rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{E}}{\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0}$$

$$\vec{J} = N_e Q_e \vec{v} = \frac{N_e Q_e \vec{E}}{\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0}$$

Enosmerni $\vec{B}_0 = \vec{1}_z B_0$

$$\omega_p^2 = \frac{N_e Q_e^2}{\epsilon_0 m_e}$$

$$\omega_g = \frac{-Q_e B_0}{m_e}$$

$$\epsilon_r = 1 + \frac{N_e Q_e}{j \omega \epsilon_0 \left(\frac{j \omega m_e}{Q_e} \mp j B_0 \right)} = 1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2 \epsilon_0 m_e \left(1 \mp \frac{Q_e B_0}{\omega m_e} \right)} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}}$$

$\omega \gg \omega_p, \omega_g$

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}}}$$

$$n \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{1}{1 \pm \frac{\omega_g}{\omega}} \quad \Delta n = n_L - n_D \approx \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_g}{\omega}$$

$$\Delta \phi = \int_s \Delta n(s) k_0 ds \approx \frac{\omega}{c_0} \int_s \left(\frac{\omega_p(s)}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_g}{\omega} ds = \frac{\omega_g}{c_0} \int_s \frac{N_e(s) Q_e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} ds = \frac{Q_e^2 f_g TEC}{2 \pi c_0 \epsilon_0 m_e f^2}$$

$$TEC \approx 10^{18} \text{ m}^{-2} \quad f_g \approx 1.4 \text{ MHz} \quad f = 1 \text{ GHz} \rightarrow \Delta \phi \approx 2.36 \text{ rd}$$

Krožno polarizirano valovanje pri razširjanju skozi ionosfero v smeri enosmerne magnetnega polja \vec{B}_0 ne spreminja polarizacije. Pač pa leva krožna polarizacija (LHCP) občuti večji lomni količnik $n_L > n_D$ od desne krožne polarizacije (RHCP). Če poljubno polarizirano valovanje razstavimo na levo in desno krožno polarizacijo, razmerje krožnih komponent $Q = E_L / E_D$ menja fazo pri razširjanju skozi ionosfero v smeri enosmerne magnetnega polja \vec{B}_0 .

Pri frekvenci $f = 1 \text{ GHz}$ in stolpični gostoti elektronov $TEC \approx 10^{18} \text{ m}^{-2}$ doseže fazni zasuk med levo in desno krožno polarizacijo $\Delta \phi = 2.36 \text{ rd}$. Smer preme polarizacije $|Q| = 1$ se pri tem zasuka (Faraday) za $\Delta \phi / 2 = 1.18 \text{ rd} = 67.7^\circ$. Faradayev zasuk smeri preme polarizacije v radijski zvezi s plovilom v vesolju ni zanemarljiv!

Na razmeroma nizkih frekvencah $f < MUF$, ki omogočajo radijsko zvezo preko loma oziroma odboja v ionosferi, je dvolomnost ionosfere tako

velika, da je polarizacija sprejetega valovanja povsem naključna. Polarizacija oddajne oziroma sprejemne antene je skoraj nepomembna. Dvolomnost ionosfere zaradi magnetnega polja Zemlje je samo eden od številnih izvorov presiha radijske zveze preko stalno spreminjajoče in nepredvidljive ionosfere.

Radijska zveza s plovilom v vesolju mora upoštevati lom v ionosferi ter oba pojava dvolomnosti: premo dvolomnost slabljenja in zakasnitve padavin v nizkih plasteh ozračja ter krožno dvolomnost Faradayevega sukanja v ionosferi. Učinki padavin naraščajo s frekvenco, Faradayevo sukanje pa upada s kvadratom frekvence.

Lomu, odboju in slabljenju ionosfere se izognemo z uporabo dovolj visokih frekvenc $f > 100\text{MHz} > MUF$ v zvezi s plovilom v vesolju. Slednja uporabljajo levo in desno krožno polarizacijo na frekvencah pod $f < 3\text{GHz}$, da se izognejo Faradayevemu sukanju smeri preme polarizacije.

Telekomunikacijski sateliti uporabljajo na frekvencah nad $f > 10\text{GHz}$ premo polarizacijo v smereh, ki ustrezata pokončni oziroma vodoravni polarizaciji na mestu zemeljske postaje, da se izognejo premi dvolomnosti padavin. V frekvenčnem področju $3\text{GHz} < f < 10\text{GHz}$ telekomunikacijski sateliti uporabljajo obe možnosti: RHCP/LHCP ali pa VP/HP. Z uporabo dveh med sabo pravokotnih polarizacij se spektralno učinkovitost C/B podvoji!

* * * * *