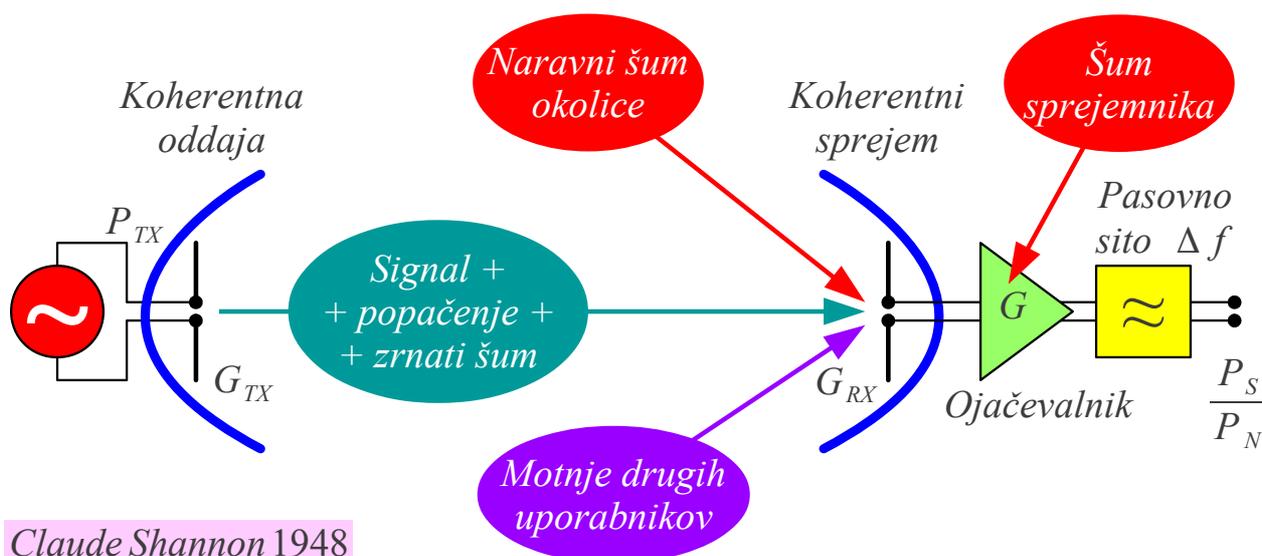


## 13. Toplotni šum

Domet brezvrvične zveze največkrat opišemo kot razmerje  $P_{TX}/P_{RX}$  med močjo oddajnika in močjo signala, ki doseže sprejemnik. Ob upoštevanju dobitkov obeh anten  $G_{TX}$  in  $G_{RX}$  lahko določimo največjo dosegljivo razdaljo  $r$  med oddajnikom in sprejemnikom v praznem prostoru oziroma drugačnih pogojih razširjanja radijskih valov. Iz moči signala  $P_S = P_{RX}$ , ki jo zahteva na svojem vходу sprejemnik, lahko izračunamo potrebno moč oddajnika  $P_{TX}$ .

Moč signala  $P_S$  na vходу sprejemnika določata moč šuma  $P_N$  in zahtevano razmerje signal/šum  $S/N = P_S/P_N$ . Claude Shannon je leta 1948 dokazal, da analogno razmerje signal/šum neposredno določa tudi zmogljivost številске zveze:



Claude Shannon 1948

$$C = \Delta f \log_2 \left( 1 + \frac{P_S}{P_N} \right) = \Delta f \log_2 \left( 1 + \frac{P_S}{P_{\text{popačenja}} + P_{\text{zrnati}} + P_{\text{okolice}} + P_{\text{sprejemnika}} + P_{\text{motenj}}} \right)$$

$\Delta f$  [Hz] =  $B \equiv$  pasovna širina

$P_S$  [W]  $\equiv$  moč signala

$C$  [bit/s]  $\equiv$  zmogljivost radijske zveze

$P_N$  [W] =  $\Delta f \cdot N_0 \equiv$  moč šuma

Zmogljivost radijske zveze

$N_0$  [W/Hz = J]  $\equiv$  spektralna gostota šuma

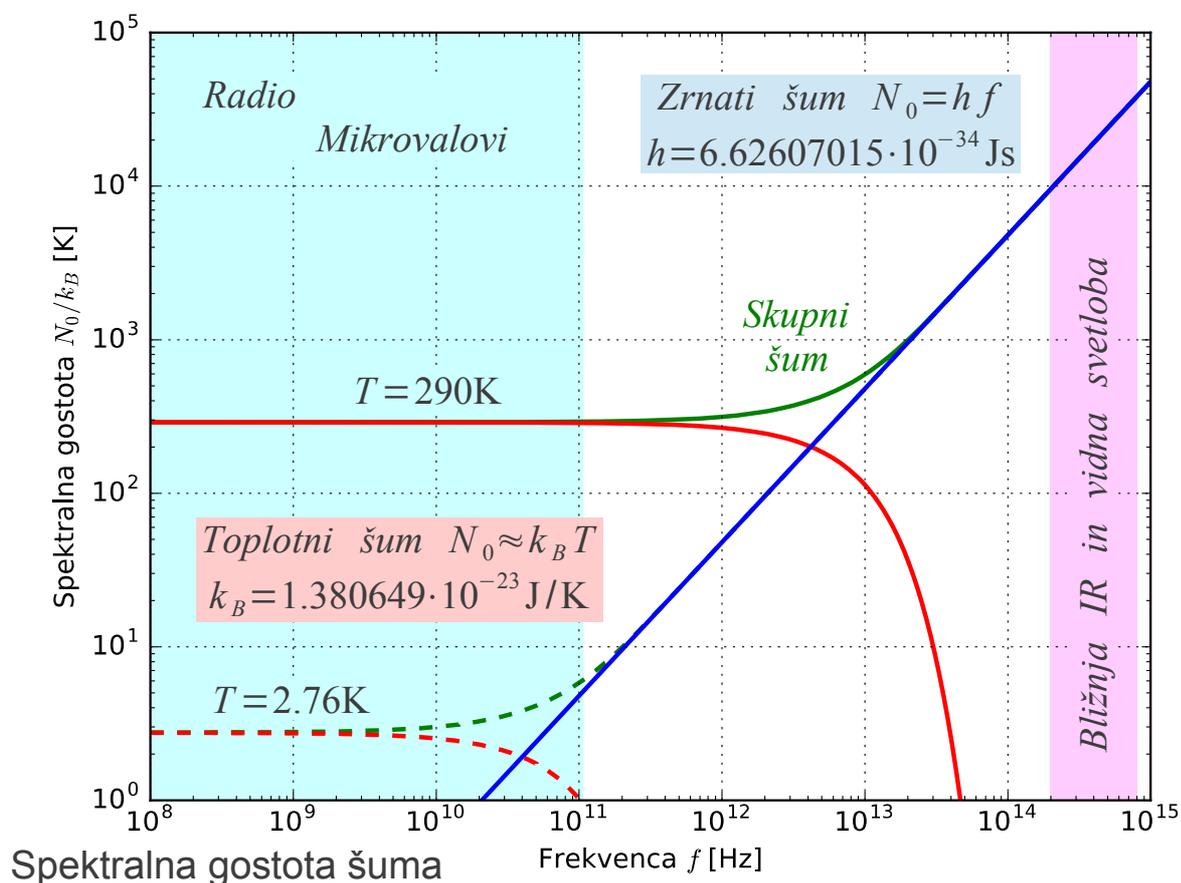
V brezvrvični zvezi z elektromagnetnim valovanjem je skupna moč šuma  $P_N$  vsota moči različnih pojavov: popačenja signala, moči zrnatega

(kvantnega) šuma signala, naravnega šuma okolice sprejemnika, motenj drugih uporabnikov in šuma, ki ga dodaja sam sprejemnik. Popačenje lahko nastane v samem oddajniku oziroma zaradi večpotja pri razširjanju radijskih valov. Elektromagnetno valovanje ni zvezna fizikalna veličina, pač pa je sestavljeno iz določenega števila fotonov, kar povzroča zrnati šum. Energija fotonov in moč zrnatega šuma naraščata premo-sorazmerno s frekvenco.

Učinkovita izraba radio-frekvenčnega prostora zahteva, da se isti radio-frekvenčni kanal na določeni varni oddaljenosti dodeljuje še dodatnim drugim oddajnikom. Motnje med različnimi uporabniki istega kanala tedaj niso zanemarljive. Končno omejujeta občutljivost sprejemnika naravni šum okolice in šum samega sprejemnika, ki sta največkrat toplotnega izvora.

Moč šuma in motenj je običajno enakomerno porazdeljena po frekvenčnem spektru. Šum in motnje je zato smiselno opisati s spektralno gostoto moči  $N_0$  [W/Hz]. Spektralna gostota moči zrnatega šuma  $N_0 = hf = W_f$  je zmnožek Planckove konstante in frekvence, kar je hkrati enako energiji enega fotona. Spektralna gostota moči toplotnega šuma je pri nizkih frekvencah (Rayleigh-Jeansov približek)  $N_0 \approx k_B T$  zmnožek Boltzmannove konstante in absolutne temperature:

$P_N = \Delta f N_0$     $\Delta f \equiv$  pasovna širina    $N_0 \equiv$  spektralna gostota šuma



Za lažjo primerjavo sta oba, zrnati in toplotni šum izrisana kot razmerje  $N_0/k_b[\text{K}]$ . V področju radijskih valov  $f \leq 100\text{GHz} = 10^{11}\text{ Hz}$  pri sobni temperaturi  $T \approx 290\text{K} \approx 17^\circ\text{C}$  popolnoma prevladuje toplotni šum nad zrnatim šumom. Celo v najhladnejših delih vesolja s temperaturo  $T \approx 2.76\text{K}$  (ostanek prapoka pred  $\sim 13.8$  milijardami let) je zrnati šum opazen šele nad  $f > 10\text{GHz} = 10^{10}\text{ Hz}$ .

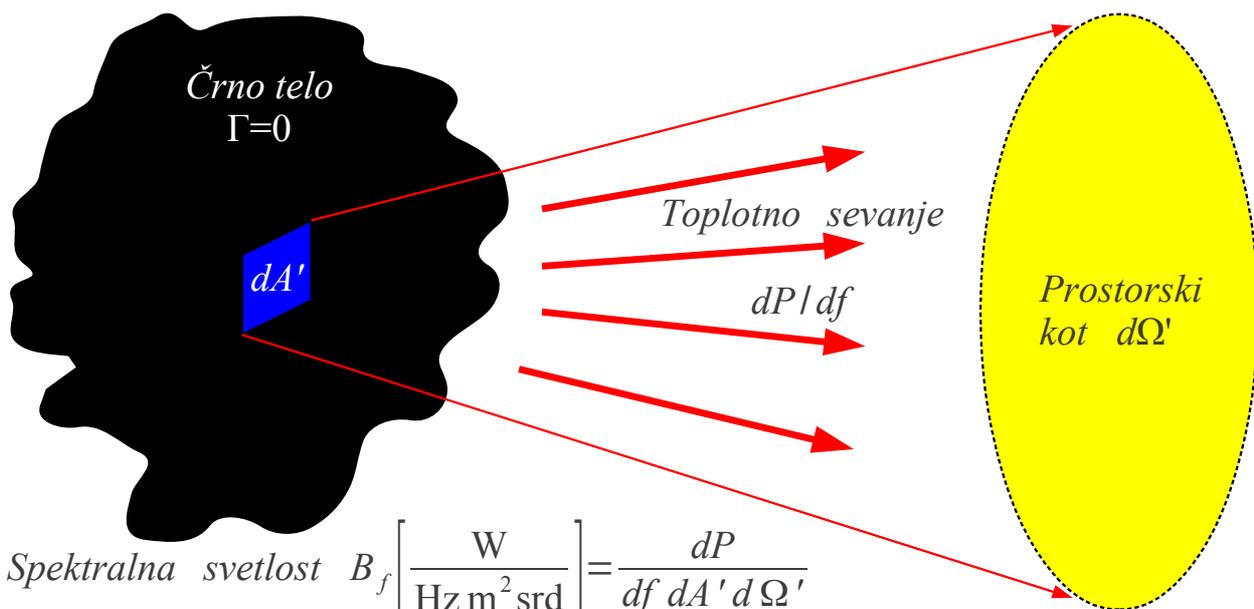
V področju bližnje IR in vidne svetlobe  $f \approx 400\text{THz} = 4 \cdot 10^{14}\text{ Hz}$  toplotni šum popolnoma izgine, spektralna gostota zrnatega šuma pa naraste za dva velikostna razreda nad nizkofrekvenčni toplotni šum pri  $T \approx 290\text{K}$ . Vsota toplotnega šuma brez približkov in zrnatega šuma je zvezna funkcija frekvence, ki začne monotono naraščati v področju med radijskimi valovi in svetlobo, pri sobni temperaturi nad  $f > 1\text{THz} = 10^{12}\text{ Hz}$ .

Vse nastopajoče konstante so temeljne konstante v fiziki, ki določajo osnovne merske enote. Z izbiro Planckove konstante

$h = 6.62607015 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$  je določena merska enota za maso kilogram  $[\text{kg}]$ . Z izbiro Boltzmannove konstante  $k_B = 1.380649 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$  je določena merska enota za absolutno temperaturo Kelvin  $[\text{K}]$ . Končno je z izbiro hitrosti svetlobe v praznem prostoru  $c_0 = 299792458\text{ m/s}$  določena merska enota za dolžino meter  $[\text{m}]$ .

Toplotno sevanje kot funkcijo frekvence in temperature je natančno opisal Max Planck leta 1900. Toplotno sevanje črnega telesa  $\Gamma = 0$  je največje. Telesa drugačnih barv  $|\Gamma| > 0$  sevajo manj od črnega telesa, natančneje sorazmerno z  $1 - |\Gamma|^2$  glede na črno telo. Hkrati se v telesu, ki ne vpija vsega vpadnega valovanja  $|\Gamma| > 0$ , vsaj delno zrcali sevanje drugih virov. Planckov zakon je lahko zapisan v obliki spektralne svetlosti na dva različna načina:  $B_f(f, T)$  v frekvenčnem prostoru oziroma  $B_\lambda(\lambda, T)$  v prostoru valovnih dolžin.

Spektralna svetlost  $B_f(f, T)$  opisuje moč toplotnega sevanja  $dP$  v frekvenčnem pasu širine  $df$ , ki jo seva ploskvica črnega telesa  $dA'$  v prostorski kot  $d\Omega'$ . Pri radijskih frekvencah je energija fotona  $hf \ll k_B T$  dosti manjša od toplotne energije. Splošni Planckov zakon je smiselno poenostaviti v Rayleigh-Jeansov približek (1905), kjer Planckova konstanta  $h$  ne nastopa več:



Spektralna svetlost  $B_f \left[ \frac{\text{W}}{\text{Hz m}^2 \text{srđ}} \right] = \frac{dP}{df dA' d\Omega'}$

Planckov zakon  $B_f(f, T) = \frac{2 h f^3}{c_0^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h f}{k_B T}} - 1}$

Prazen prostor  $\epsilon_0, \mu_0$   
 $c_0 = 299792458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

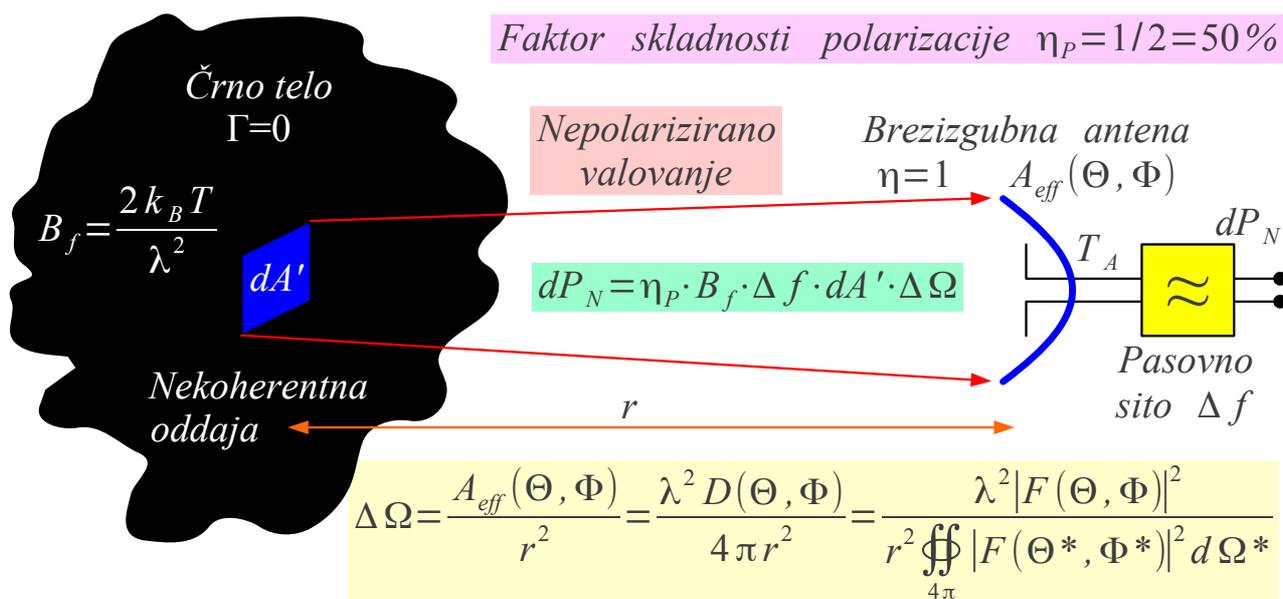
$h f \ll k_B T \rightarrow$  Rayleigh-Jeansov približek  $B_f(f, T) \approx \frac{2 k_B T f^2}{c_0^2} = \frac{2 k_B T}{\lambda^2}$

### Toplotno sevanje črnega telesa

S pomočjo Rayleigh-Jeansovega približka je smiselno računati delež moči sevanja črnega telesa, ki ga sprejme radijska antena. Pri računanju ne smemo pozabiti, da nismo odkrili nič novega! Fiziki so morali pred mnogimi leti izpeljati isti račun v obratni smeri, da so iz rezultatov številnih različnih meritev najprej prišli do različnih približkov in končno določili vse konstante Planckovega zakona.

Brezizgubna radijska antena  $\eta = 1$  sama po sebi nič ne seva, pač pa sevanje drugih virov pretvarja v električni signal na priključku oziroma obratno, električni signal generatorja pretvarja v sevanje v prostoru. Frekvenčna pasovna širina antene je običajno omejena, v radijskem sprejemniku jo še dodatno omejimo z ozkim pasovno-prepustnim sitom širine  $\Delta f \ll f$  glede na osrednjo frekvenco antene oziroma sita.

Toplotno sevanje črnega telesa je nepolarizirano valovanje. Kakršnakoli koherentna sprejemna antena daje faktor skladnosti polarizacije  $\eta_p = 1/2$ . Antena torej sprejme natančno polovico sevane moči črnega telesa, ki zadene njeno efektivno površino  $A_{eff}(\Theta, \Phi)$ . Preostala polovica sevanja črnega telesa ima pravokotno polarizacijo glede na sprejemno anteno:



$$P_N = \iint_{A'} \frac{1}{2} \cdot B_f \cdot \Delta f \cdot dA' \cdot \Delta \Omega$$

$$dA' = r^2 d\Omega$$

$$P_N = \Delta f k_B \frac{\iint_{4\pi} T(\Theta, \Phi) |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}{\iint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

$$P_N = \Delta f N_0 = \Delta f k_B T_A$$

$$T_A = \frac{\iint_{4\pi} T(\Theta, \Phi) |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}{\iint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}$$

Sprejeta moč toplotnega šuma

Prostorski kot  $\Delta \Omega = A_{eff}(\Theta, \Phi) / r^2$  določa efektivna površina sprejemne antene.  $A_{eff}(\Theta, \Phi)$  kot funkcijo smeri izračunamo iz močnostnega smernega diagrama antene  $|F(\Theta, \Phi)|^2$ . Integracijo po ploskvi črnega telesa  $dA' = r^2 d\Omega$  prevedemo v integracijo po prostorskem kotu gledano iz sprejemne antene. Končno dopustimo, da je temperatura črnega telesa  $T(\Theta, \Phi)$  funkcija smeri, saj antena vidi v različnih smereh različno tople predmete.

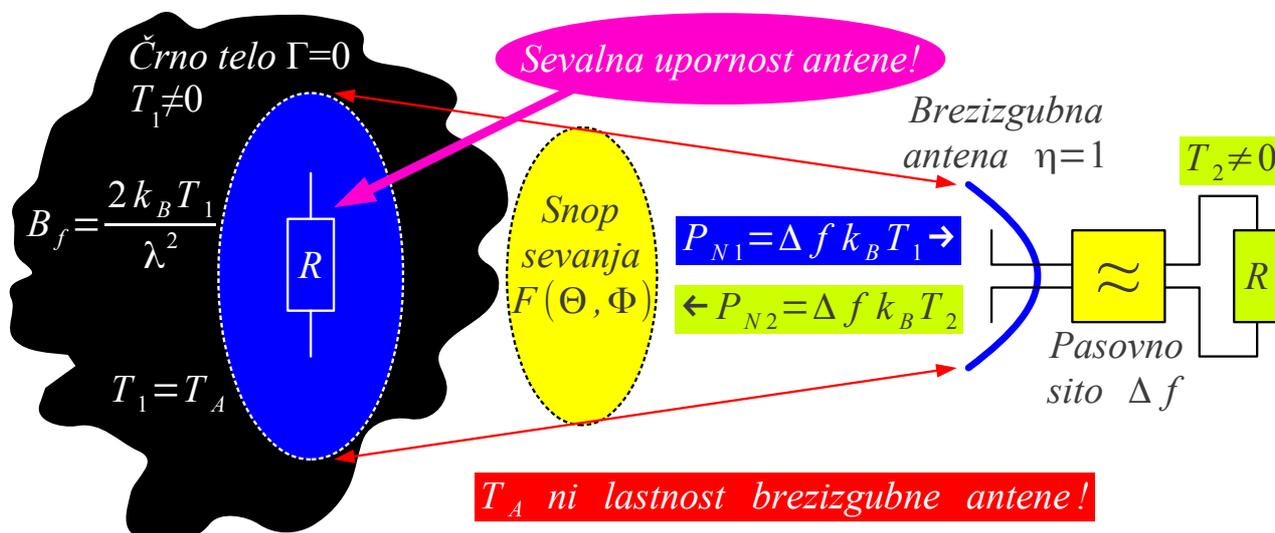
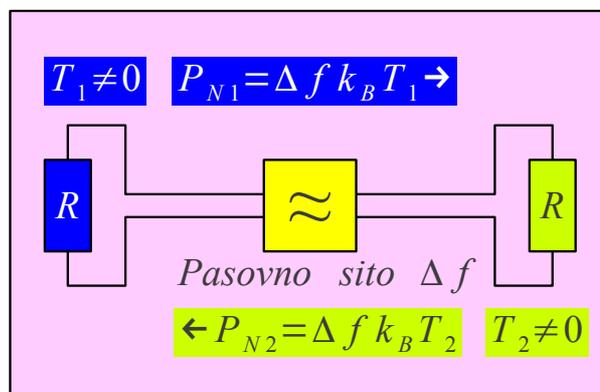
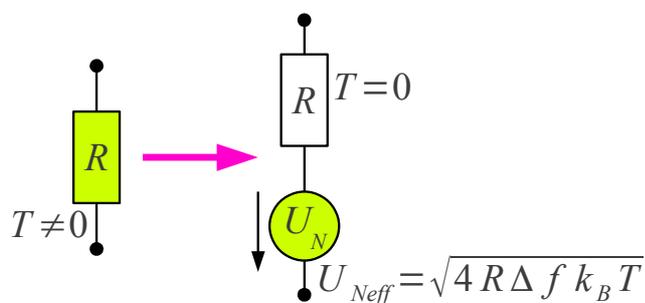
Sprejeta moč šuma  $P_N$  je sorazmerna pasovni širini  $\Delta f$ , Boltzmannovi konstanti  $k_B$  in povprečju temperature črnega telesa  $T(\Theta, \Phi)$ , uteženim z močnostnim smernim diagramom antene  $|F(\Theta, \Phi)|^2$ . Uteženo povprečje temperatur črnega telesa  $T(\Theta, \Phi)$ , ki ga vidi sprejemna antena, imenujemo šumna temperatura antene  $T_A$ .

Enačba  $P_N = \Delta f k_B T$  hkrati pove, kolikšno električno moč  $P_N$  proizvaja poljuben upor  $R$  na od nič različni temperaturi  $T \neq 0$  v pasovni širini  $\Delta f$ , imenovano Johnson-Nyquistov šum v elektroniki. Poljuben upor na temperaturi  $T \neq 0$  lahko torej nadomestimo z zaporedno vezavo

hladnega upora  $R$  in napetostnega izvora naključnega signala šuma efektivne vrednosti  $U_{Neff} = \sqrt{4 R \Delta f k_B T}$ . Opisani vir daje največjo moč prilagojenemu bremenu  $\Gamma=0$ , torej še enemu enakemu uporu  $R$ .

Če dva enaka upora  $R$  povežemo preko pasovno-prepustnega sita  $\Delta f$ , pošilja upor na temperaturi  $T_1 \neq 0$  moč  $P_{N1} = \Delta f k_B T_1$  drugemu uporu. Slednji na temperaturi  $T_2 \neq 0$  vrača prvemu moč  $P_{N2} = \Delta f k_B T_2$ . Ker izvora naključnega signala šuma nista sinhronizirana med sabo, je skupni pretok moči skozi pasovno-prepustno sito  $\Delta f$  kar razlika moči  $P_{N1} - P_{N2}$ . Slednja je usmerjena tako, da stremi k izenačenju  $T_1 = T_2$  temperatur obeh uporov:

Toplotno ravnovesje

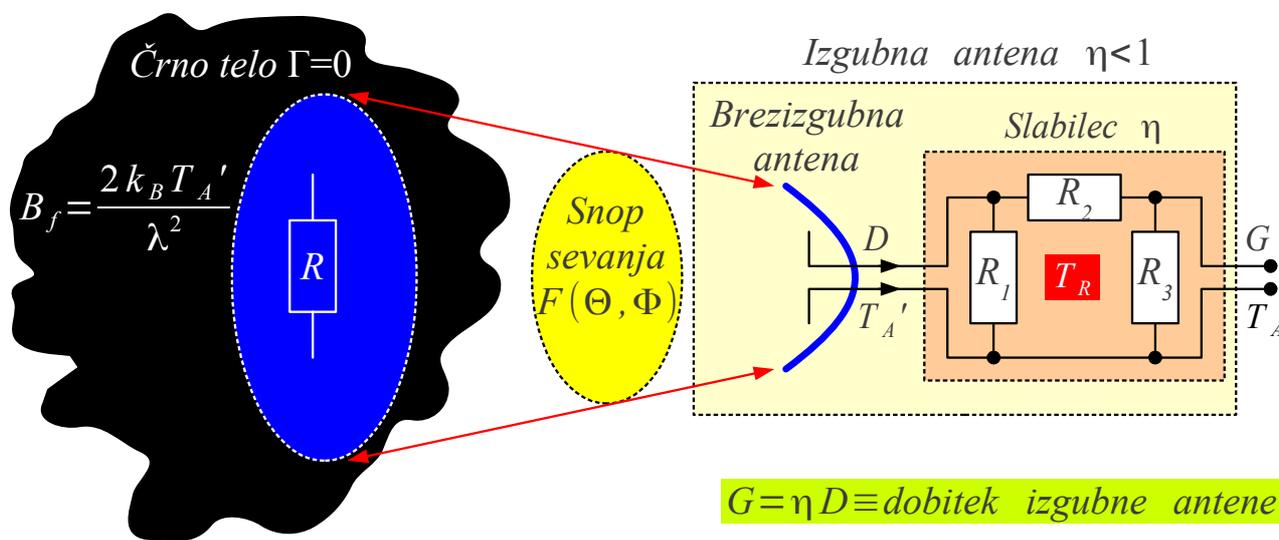


Brezizgubna radijska antena  $\eta=1$  in pasovno-prepustno sito  $\Delta f$  sta samo posrednika med črnim telesom na temperaturi  $T_1 = T_A \neq 0$  in bremenom  $R$  na temperaturi  $T_2 \neq 0$ , na katerega je priključena antena. Pretok moči je največji, ko antena vidi črno telo ( $\Gamma=0$  za valovanje v praznem prostoru) in je hkrati breme  $R=R_S$  prilagojeno sevalni upornosti antene ( $\Gamma=0$  za valovanje na električnem prenosnem vodu). Razlika moči

$P_{N1} - P_{N2}$  med črnim telesom in uporom je usmerjena tako, da stremi k izenačenju  $T_1 = T_2$  temperatur črnega telesa in upora.

Opisana razlaga hkrati pojasnjuje fizikalni pomen sevalne upornosti antene  $R_S$ . Upornost  $R_S$  se ne nahaja v sami anteni, pač pa v črnem telesu  $\Gamma = 0$ , ki ga antena vidi v svojem smernem diagramu  $F(\Theta, \Phi)$ . Črno telo je tudi izredno oddaljeno temno nebo, kjer je treba res dolgo čakati več milijard let, da se valovanje kjerkoli odbije in vrne nazaj v anteno. Obratno, če brezizgubno anteno  $\eta = 1$  zapremo v končno veliko kovinsko ohišje z brezhibno zrcalnimi stenami  $|\Gamma| = 1$ , se vsa izsevana moč vrne nazaj v anteno in gre sevalna upornost antene  $R_S \rightarrow 0$  proti nič!

Šumna temperatura antene  $T_A$  torej ni lastnost brezizgubne antene  $\eta = 1$ , pač pa lastnost predmetov v vidnem polju smernega diagrama antene  $F(\Theta, \Phi)$ . Dobro načrtovana antena ima sevalni izkoristek  $\eta \approx 1$  blizu enote. Resnično anteno s sevalnim izkoristkom manjšim od enote  $\eta < 1$  sicer natančno opisuje zaporedna vezava brezizgubne antene in prilagojenega slabilca  $\eta$  iz uporov  $R_1$ ,  $R_2$  in  $R_3$ :



$$T_A = \eta T_A' + (1 - \eta) T_R \equiv \text{šumna temperatura izgubne antene}$$

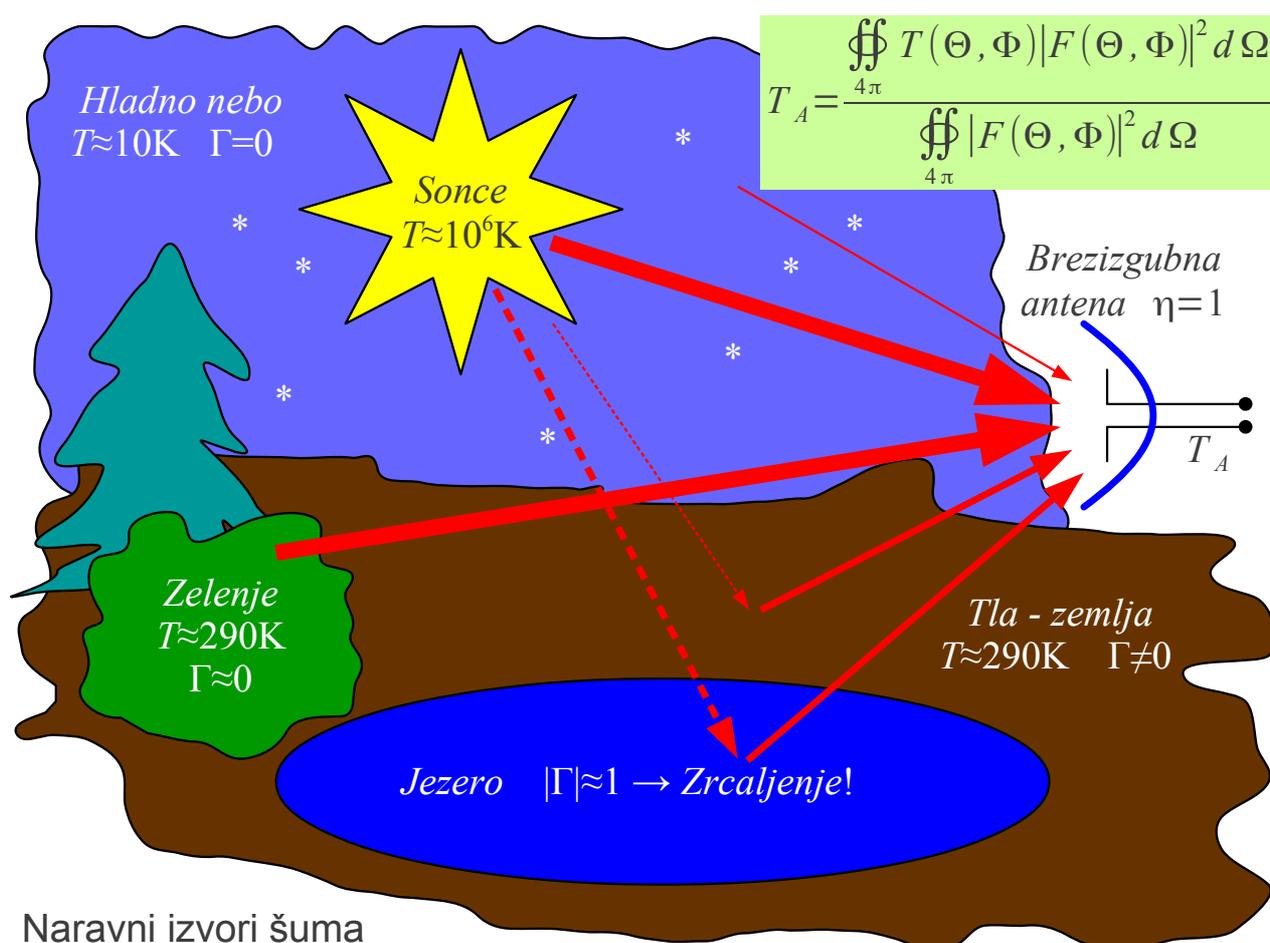
$$T_R \approx 290\text{K} \equiv \text{temperatura slabilca}$$

$$T_A = \eta \left[ \frac{\iint_{4\pi} T(\Theta, \Phi) |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega}{\iint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega} \right] + (1 - \eta) T_R$$

Dobitek in šumna temperatura izgubne antene

Sevalni izkoristek  $\eta < 1$  odžira dobitok  $G = \eta D$  izgubne antene in odžira šum, ki ga sevajo predmeti v vidnem polju antene. Izgube v konstrukciji antene, ki jih ponazarjajo upori  $R_1$ ,  $R_2$  in  $R_3$ , hkrati dodajajo šum lastnega toplotnega sevanja, saj je temperatura konstrukcije antene  $T_R \neq 0$  različna od nič! Temperatura konstrukcije antene  $T_R \approx 290\text{K}$  je običajno blizu temperature predmetov oziroma ozračja v neposredni okolici antene.

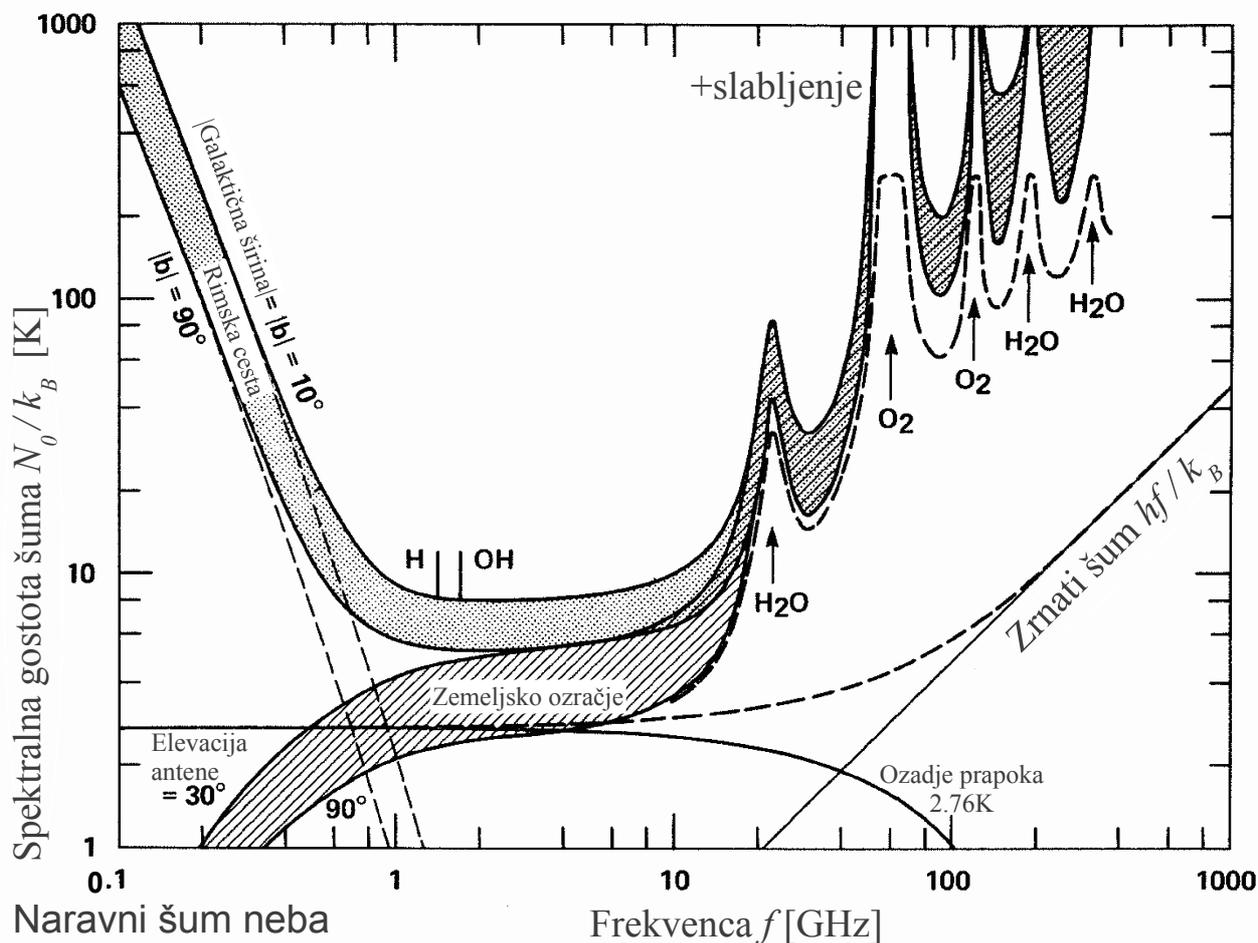
Antena v praktični radijski zvezi sprejema šum iz različnih virov:



V radijskem spektru zelenje običajno seva kot črno telo  $\Gamma = 0$  s temperaturo okoli  $T \approx 290\text{K}$ . Čeprav so tla na podobni temperaturi, tla niso dobro črno telo  $\Gamma \neq 0$ . Vodna gladina je za radijske valove skoraj brezhibno zrcalo  $|\Gamma| = 1$ , zato antena v gladini jezera vidi druge vire sevanja. Mokrota po dežju sicer povečuje odbojnost tal in zelenja.

Šumna temperatura neba se v radijskem spektru zelo spreminja, ker nebesni viri ne sevajo toplotno in zanje Planckov zakon ne velja. V področju mikrovalov  $f \approx 1\text{GHz}..10\text{GHz}$  je nebo zelo hladno okoli  $T \approx 10\text{K}$  z izjemo redkih spektralnih črt nebesnih virov: atomarni vodik pri

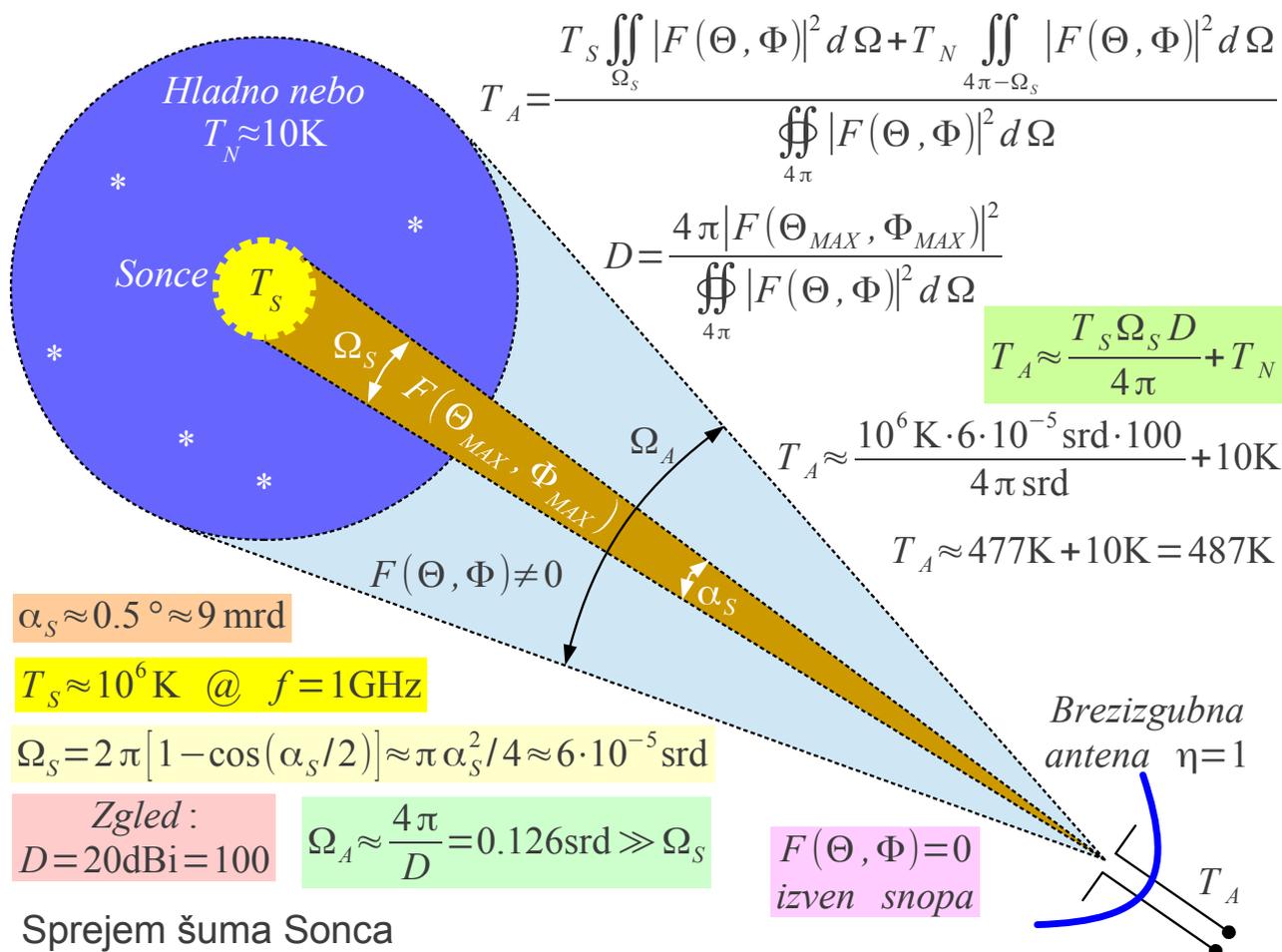
$f \approx 1.42\text{GHz}$  oziroma molekula OH pri  $f \approx 1.67\text{GHz}$ . Sevanje nebesnih virov izredno naraste preko zemeljskega toplotnega šuma na nizkih frekvencah pod  $f \leq 100\text{MHz}$ :



Na frekvencah nad  $f \geq 10\text{GHz}$  opazimo rezonance molekul plinov, ki sestavljajo ozračje: vodna para pri  $f \approx 22\text{GHz}$  in  $f \approx 183\text{GHz}$ , kisik pri  $f \approx 60\text{GHz}$  in  $f \approx 120\text{GHz}$  in tako naprej. Nad  $f \geq 100\text{GHz}$  postane zemeljsko ozračje skoraj popolnoma neprozorno in seva kot črno telo s temperaturo blizu  $T \approx 290\text{K}$ . Če poleg temperature plinov upoštevamo še dodatno slabljenje ozračja, naraste navidezna temperatura šuma tako visoko, da so frekvence nad  $f \geq 100\text{GHz}$  neuporabne za radijske zveze z vesoljskimi plovili.

Najmočnejši nebesni vir sevanja je Sonce. Niti Sonce ne seva kot črno telo. Izraženo s temperaturo sevanja Sonce seva v spektru vidne svetlobe s temperaturo  $T \approx 6000\text{K}$ . V radijskem spektru je temperatura sevanja Sonca dosti višja, je odvisna od frekvence in se spreminja iz dneva v dan z aktivnostjo Sonca v enajst-letnem ciklu sončnih peg. Srednje aktivno Sonce dosega  $T_s \approx 10^6\text{K}$  pri frekvenci  $f = 1\text{GHz}$  oziroma valovni dolžini  $\lambda = 30\text{cm}$ .

Radijsko sevanje Sonca lahko znatno poveča šumno temperaturo antene, ki je obrnjena v nebo. Šum Sonca lahko prekine sprejem telekomunikacijskega satelita, ko je Sonce natančno v ozadju satelita gledano iz zemeljske sprejemne postaje. V primeru manjše antene je zorni kot Sonca znatno manjši od širine snopa radijske sprejemne antene, zato povečanje šumne temperature antene ni tako veliko:

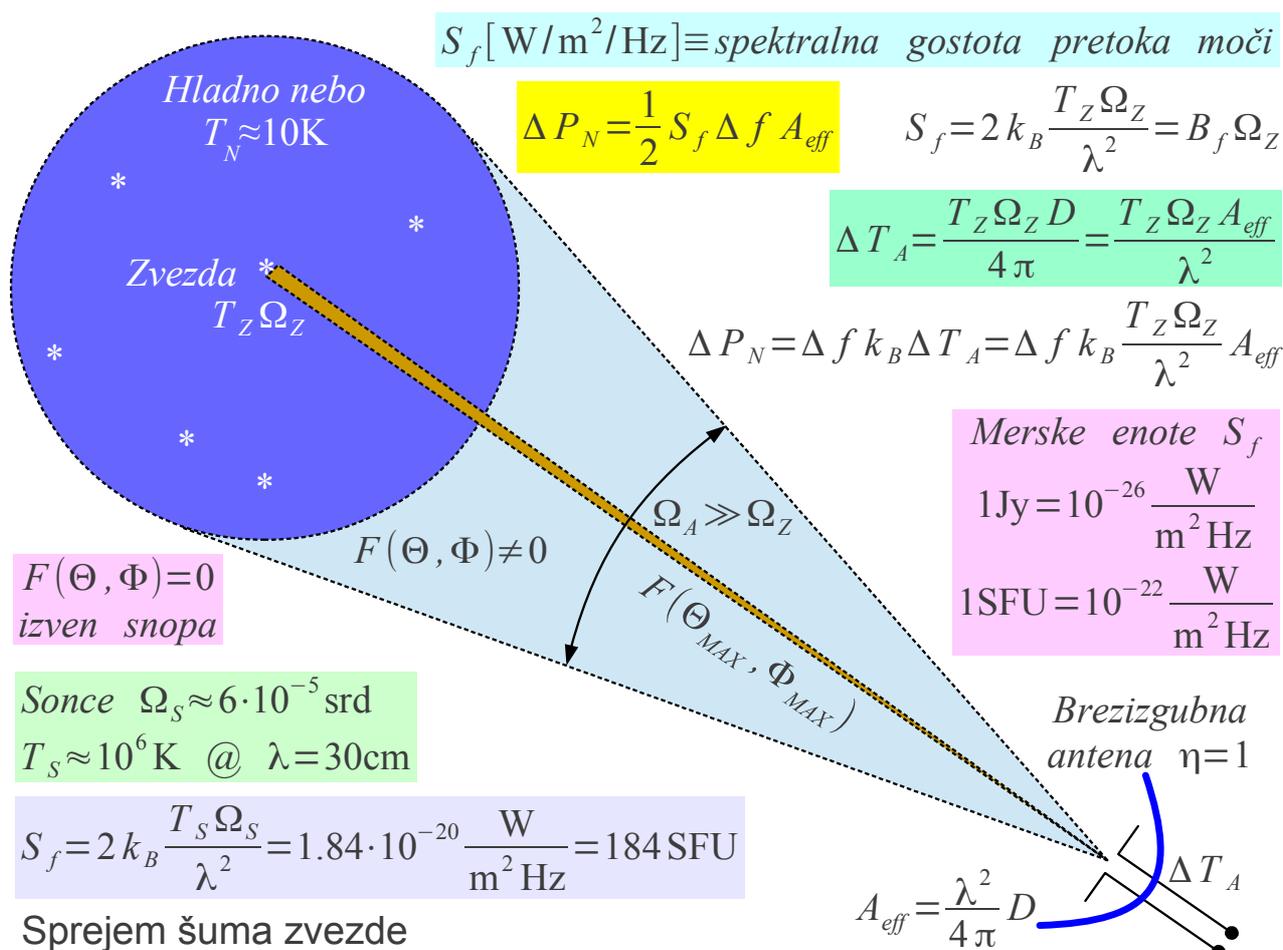


Sonce vidimo iz Zemlje pod zornim kotom približno  $\alpha_S \approx 0.5^\circ$ , kar pretvorimo v prostorski kot  $\Omega_S \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ srd}$ . Slednji je dosti manjši od prostorskega kota  $\Omega_A \approx 0.126\text{srd}$  sevanja antene s smernostjo  $D = 20\text{dBi}$ . Za opisano anteno je Sonce točkast vir sevanja s hladnim nebom  $T_N \approx 10\text{K}$  v ozadju, kar poenostavi izračun šumne temperature antene. V opisanem zgledu Sonce doprinese  $\Delta T \approx 477\text{K}$  k šumni temperaturi antene, kar opazi vsak sodoben radijski sprejemnik s polprevodniškimi ojačevalniki.

Sevanje drugih nebesnih teles je prvi opazil Karl Guthe Jansky leta 1933 med določanjem motenj na frekvenci  $f \approx 20.5\text{MHz}$ . Nadomestna temperatura toplotnega sevanja črnega telesa primerno opisuje sevanje vseh

porazdeljenih virov tudi v primeru, ko njihovo sevanje ni toplotnega izvora. Karl Guthe Jansky je opazil sevanje središča naše galaksije Rimske ceste, ki ni toplotnega izvora.

Poleg porazdeljenih virov sevanja so na nebu tudi točkasti viri. Zvezde vidimo pod izredno majhnim prostorskim kotom  $\Omega_Z \rightarrow 0$ , nadomestna temperatura radijskih zvezd pa je izredno visoka  $T_Z \rightarrow \infty$ . Sevanje točkastih virov opisujeta kvečjemu zmnožka  $T_Z \Omega_Z$  oziroma  $B_f \Omega_Z$ :



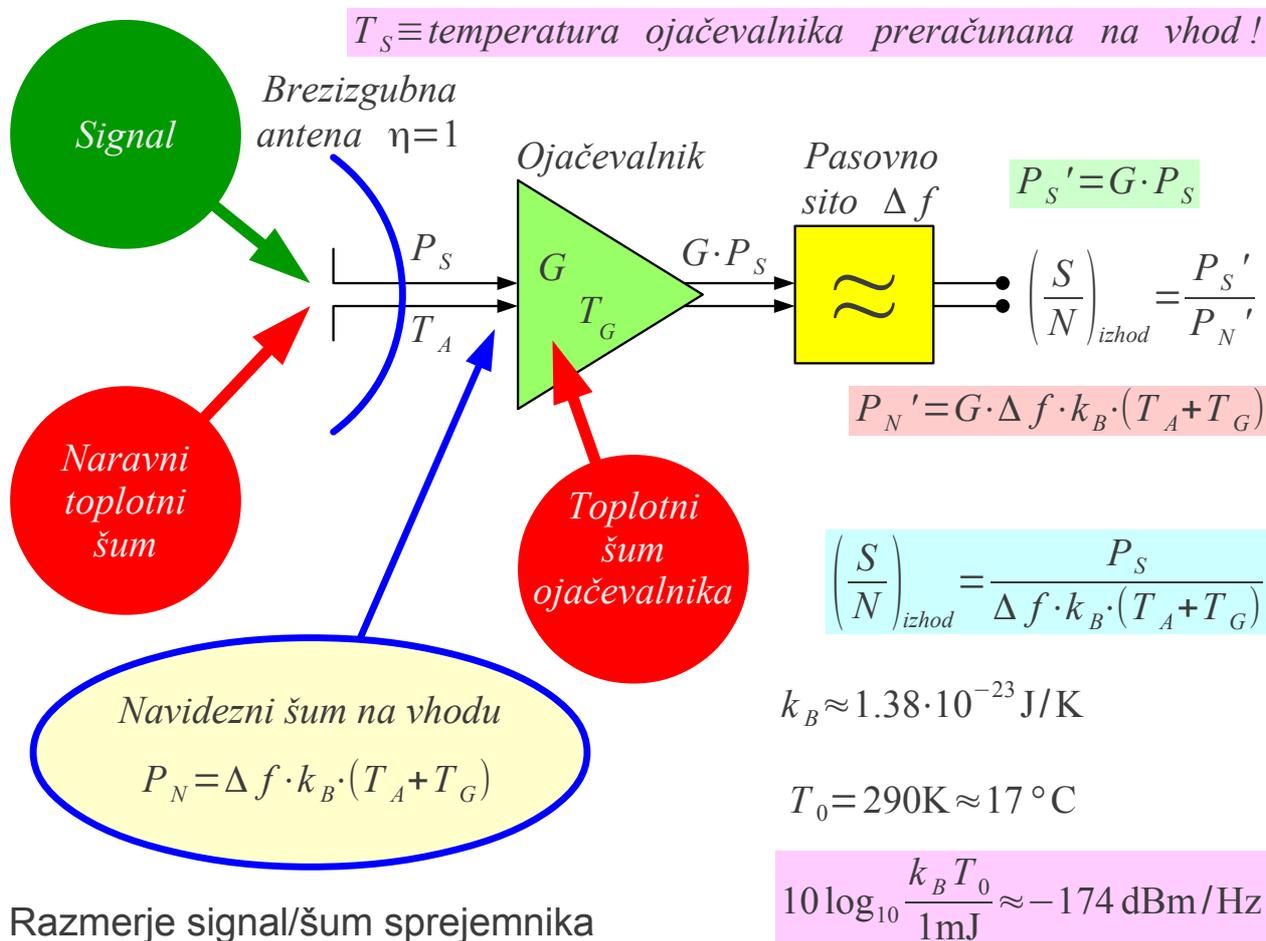
Namesto zmnožkov  $T_Z \Omega_Z$  oziroma  $B_f \Omega_Z$  sevanje točkastih virov pogosto opisujemo s spektralno gostoto pretoka moči  $S_f = 2 k_B T_Z \Omega_Z / \lambda^2$  oziroma  $S_f = B_f \Omega_Z$ . Ker je merska enota sistema MKSA prevelika, v praksi uporabljamo za spektralno gostoto pretoka moči dve manjši merski enoti Jansky [Jy] in Solar Flux Unit [SFU]:

$$1 \text{Jy} = 10^{-26} \frac{W}{m^2 \text{Hz}} \quad \text{oziroma} \quad 1 \text{SFU} = 10^{-22} \frac{W}{m^2 \text{Hz}}$$

Sevanje srednje aktivnega Sonca s temperaturo  $T_S \approx 10^6 \text{K}$  ustreza

$S_f \approx 184 \text{ SFU}$  , ko smernost sprejemne antene dopušča obravnavanje Sonca kot točkasti vir. Sevanje radijskih zvezd je za štiri velikostne razrede šibkejše, kar upravičuje manjšo mersko enoto Jansky [Jy] .

Poleg toplotnega šuma, ki ga zbere sprejemna antena, dodatno kazi razmerje signal/šum radijske zveze toplotni šum, ki ga dodaja sprejemnik. V radijski tehniki je smiselno preračunati vse šume na vhodne sponke sprejemnika kljub temu, da šum ojačevalnika v sprejemniku lahko merimo šele na njegovem izhodu. Moči šuma opišemo s pripadajočimi temperaturami šuma. Ker toplotni šumi prihajajo iz virov, ki med sabo niso sinhronizirani, preprosto seštejemo moči šumov oziroma šumne temperature antene  $T_A$  in sprejemnika  $T_G$  :

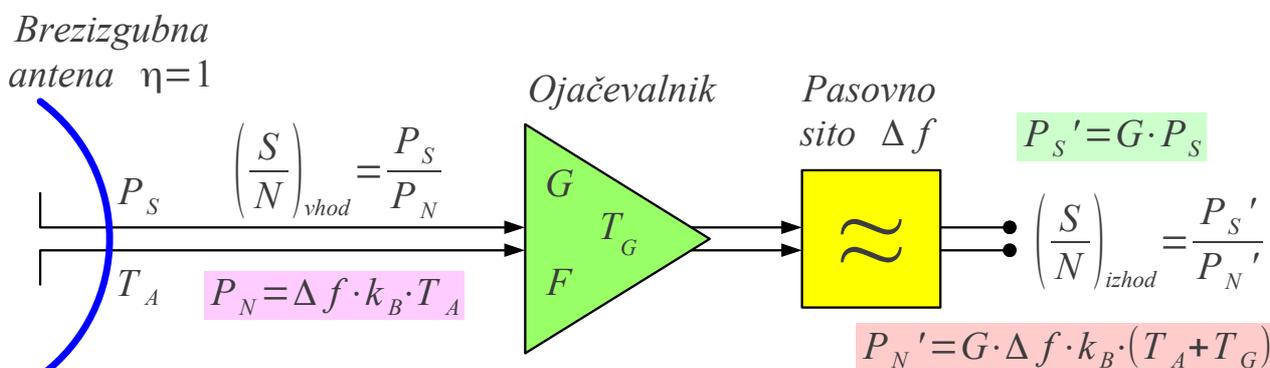


Sodobni polprevodniki omogočajo gradnjo ojačevalnikov, katerih dodani šum preračunan na vhodne sponke dosega za en velikostni razred nižjo temperaturo od fizične temperature gradnikov oziroma  $T_G \approx 30 \text{ K}$  . Druga skrajnost so ojačevalniki z vakuumskimi elektronkami, katerih šum je za en velikostni razred večji od sobne temperature oziroma  $T_G \approx 3000 \text{ K}$  .

Na frekvencah pod  $f \leq 100 \text{ MHz}$  je naravni (galaktični) šum običajno

močnejši od šuma sprejemnika in je slednji zanemarljiv. Na frekvencah nad  $f \geq 100\text{MHz}$  sta šum antene in šum sprejemnika v istem velikostnem razredu, torej je treba upoštevati oba izvora šuma. Velikostni razred moči toplotnega šuma dobro opisuje spektralna gostota šuma upora na sobni temperaturi  $N_0(290\text{K}) \approx -174\text{dBm/Hz}$  v logaritemskih enotah.

Namesto šumne temperature sprejemnika  $T_G$  proizvajalci sprejemnikov pogosto uporabljajo ponesrečeno veličino  $F$  imenovano šumni faktor oziroma šumno število. Neimenovano razmerje  $F$ , pogosto v logaritemskih enotah  $F_{\text{dB}}$ , naj bi opisovalo, kolikokrat sprejemnik poslabša razmerje signal/šum. Opisana definicija šuma ojačevalnika je nesmiselna, ker je rezultat  $F = 1 + T_G/T_A$  odvisen od šumne temperature antene  $T_A$ , kar zagotovo ni lastnost elektronskega ojačevalnika:



**Nesmiselna definicija šumnega števila:** 
$$F = \frac{\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{vhod}}}{\left(\frac{S}{N}\right)_{\text{izhod}}} = \frac{\frac{P_S}{\Delta f k_B T_A}}{\frac{G P_S}{G \Delta f k_B (T_A + T_G)}} = \frac{T_A + T_G}{T_A} = 1 + \frac{T_G}{T_A}$$
 Lastnost ojačevalnika ne more biti funkcija  $T_A$ !

**Smiselna definicija**  $F = 1 + \frac{T_G}{T_0}$  @  $T_0 = 290\text{K} \approx 17^\circ\text{C}$   $\leftrightarrow T_G = T_0(F - 1)$

**Logaritemske enote**  $F_{\text{dB}} = 10 \log_{10} F = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{T_G}{T_0}\right) \leftrightarrow T_G = T_0 \left(10^{\frac{F_{\text{dB}}}{10}} - 1\right)$

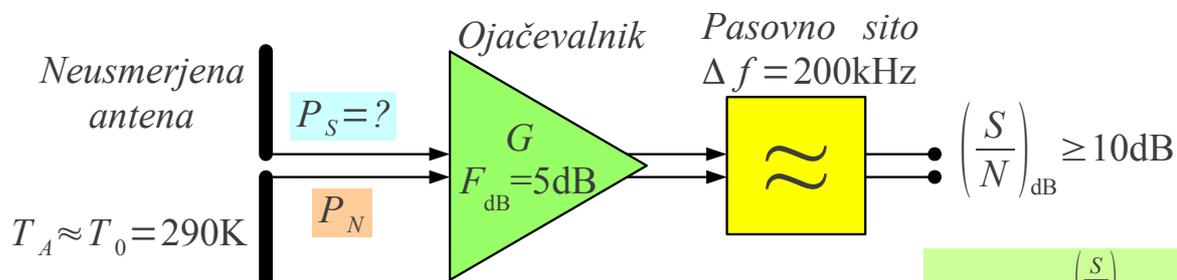
Šumno število ojačevalnika

Nesmiselno definicijo šumnega števila  $F$  je treba razumeti z upoštevanjem zgodovinskih razmer, ko je nastala. Sredi dvajsetega stoletja so inženirji morali upoštevati šum v dveh primerih: v kabelskih zvezah in v mikrovalovnih usmerjenih radijskih zvezah. Izgube v kablju sevajo na temperaturi okolice  $T \approx 290\text{K}$ . Antene mikrovalovnih usmerjenih zvez s svojim smernim diagramom vidijo predvsem ovire na površini Zemlje, kar spet

ni daleč od  $T \approx 290\text{K}$  .

Nesmiselno definicijo šumnega števila  $F$  je kmalu postavil na laž razvoj satelitskih komunikacij in radioastronomije v drugi polovici dvajsetega stoletja, kjer je šumna temperatura v nebo usmerjene antene  $T_A \ll 290\text{K}$  običajno dosti nižja od temperature okolice na Zemlji. Sodobna definicija šumnega števila je  $F = 1 + T_G/T_0$  , kjer je  $T_0 = 290\text{K}$  dogovorjena referenčna temperatura. Glede na slednjo definicijo šumno število  $F$  ne pove nič novega, pač pa je to samo drugačen zapis enakovredne veličine šumne temperature  $T_G$  .

Glede na pogoste napake pri računanju s šumnimi temperaturami in šumnimi števili si je smiselno ogledati dva nazorna zgleda, ki se bistveno razlikujeta med sabo. Prvi zgled je izračun občutljivosti GSM telefona. Slednji je opremljen z neusmerjeno anteno, ki vidi okolico na  $T \approx 290\text{K}$  . Šumno število sprejemnika  $F_{dB} = 5\text{dB}$  preračunamo v šumno temperaturo  $T_G = 627\text{K}$  . Uspešen sprejem zahteva razmerje signal/šum najmanj  $S/N \geq 10$  v pasovni širini GSM telefona  $\Delta f = 200\text{kHz}$  , kar preračunamo v moč signala  $P_S = 2.53 \cdot 10^{-14}\text{W} = -106\text{dBm}$  :



$$T_G = T_0 \cdot \left( 10^{\frac{F_{dB}}{10}} - 1 \right) = 290\text{K} \cdot (3.162 - 1) = 627\text{K}$$

$$\left( \frac{S}{N} \right) = 10^{\frac{(S/N)_{dB}}{10}} \geq 10$$

$$P_N = \Delta f \cdot k_B \cdot (T_A + T_G) = 200\text{kHz} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\text{J/K} \cdot (290\text{K} + 627\text{K}) = 2.53 \cdot 10^{-15}\text{W}$$

$$P_S = P_N \cdot \left( \frac{S}{N} \right) = P_N \cdot 10 = 2.53 \cdot 10^{-14}\text{W}$$

$$P_{S\text{dBm}} = 10 \log_{10} \frac{P_S}{1\text{mW}} = -106\text{dBm}$$

Poenostavljen izračun izključno v primeru  $T_A \approx T_0 = 290\text{K}$

$$P_{S\text{dBm}} \approx (S/N)_{dB} + (\Delta f)_{dB \cdot Hz} + (k_B T_0)_{dBm/Hz} + F_{dB}$$

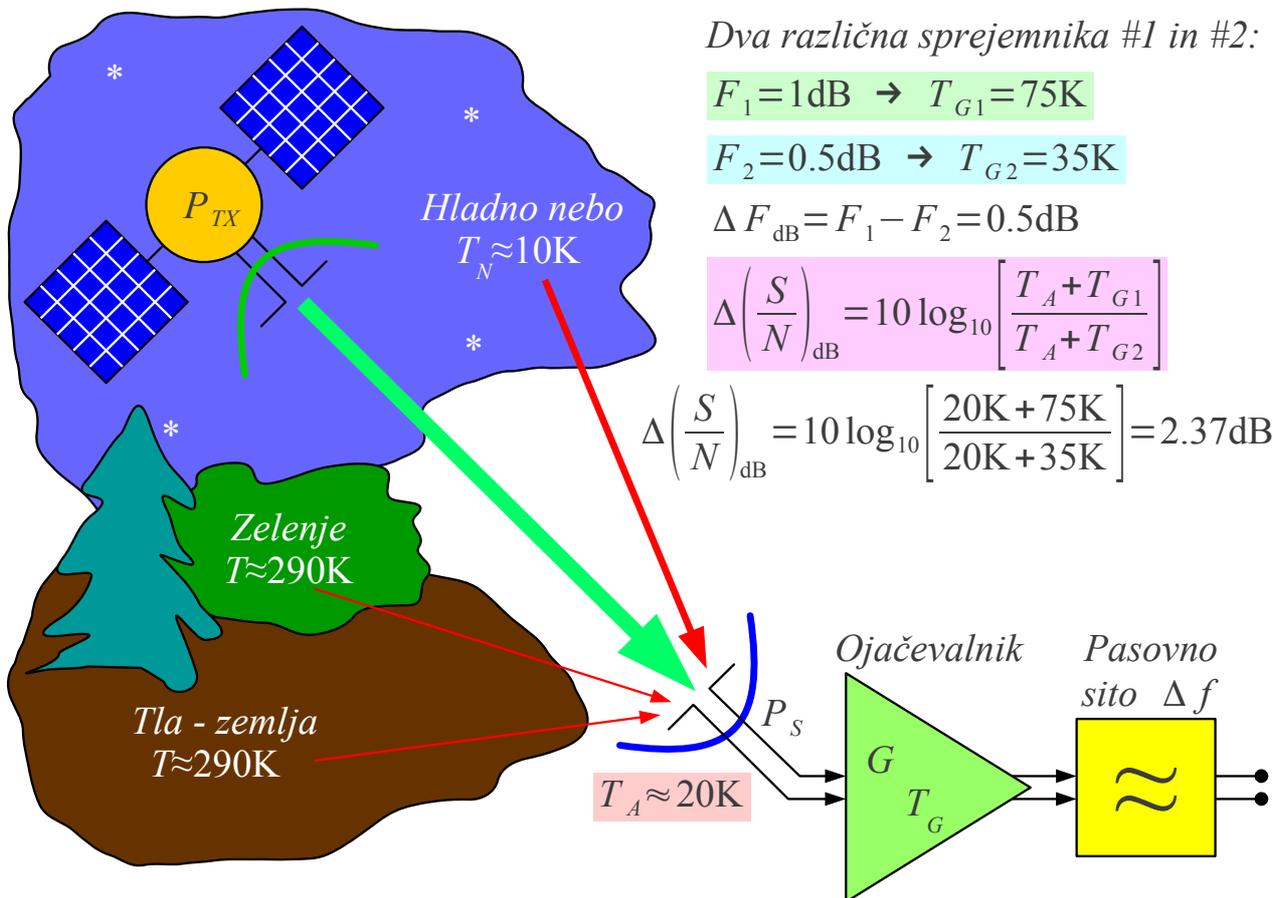
$$(k_B T_0)_{dBm/Hz} = -174\text{dBm/Hz} \quad (\Delta f)_{dB \cdot Hz} = 10 \log_{10} \left( \frac{\Delta f}{1\text{Hz}} \right) = 53\text{dB} \cdot \text{Hz}$$

$$P_{S\text{dBm}} \approx 10\text{dB} + 53\text{dB} \cdot \text{Hz} - 174\text{dBm/Hz} + 5\text{dB} = -106\text{dBm}$$

Občutljivost GSM telefona

Ker je temperatura antene GSM telefona  $T_A \approx T_0 = 290\text{K}$  blizu dogovorjene referenčne temperature, smemo uporabiti bližnjico z decibeli. Razmerje  $(S/N)_{\text{dB}} = 10\text{dB}$  prištetu pasovni širini  $(\Delta f)_{\text{dB}\cdot\text{Hz}} = 53\text{dB}\cdot\text{Hz}$  prištetu spektralni gostoti šuma na referenčni temperaturi  $(k_B T_0)_{\text{dBm/Hz}} = -174\text{dBm/Hz}$  in še šumno število  $F_{\text{dB}} = 5\text{dB}$  dajejo skupaj natančno  $P_S = -106\text{dBm}$  !

Pri izračunu občutljivosti sprejemnika za satelitsko TV takšnih bližnjic ne moremo uporabiti. Zamenjava starega satelitskega sprejemnika s  $F_1 = 1\text{dB}$  z novejšim, ki dosega  $F_2 = 0.5\text{dB}$ , prinese izboljšanje šumnega števila za komaj  $\Delta F_{\text{dB}} = F_1 - F_2 = 0.5\text{dB}$ . Je zamenjava satelitskega sprejemnika z novejšim sploh upravičena?

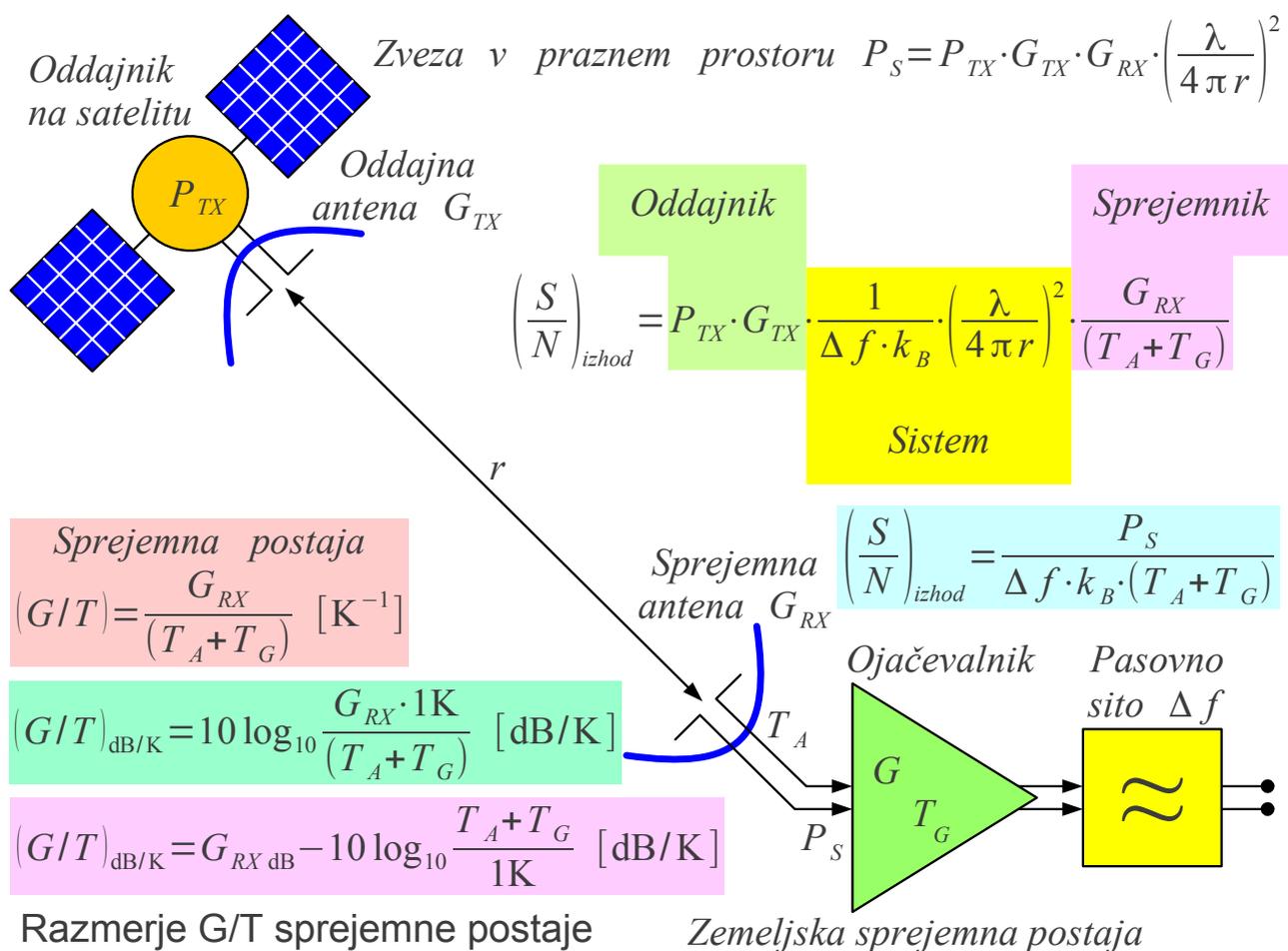


Spremembi F in S/N pri satelitski TV Zemeljska sprejemna postaja

Račun izgleda precej drugače, če šumna števila preračunamo v šumne temperature. Stari sprejemnik dodaja šumno temperaturi  $T_{G1} = 75\text{K}$ , novi sprejemnik pa šumno temperaturo  $T_{G2} = 35\text{K}$ . Šumno temperaturo kakovostne satelitske antene z izmaknjenim žarilcem ocenimo  $T_A \approx 20\text{K}$ . Razmerje skupnih šumnih temperatur  $(T_A + T_{G1}) / (T_A + T_{G2})$  daje

izboljšanje razmerja signal šum za kar  $\Delta(S/N)_{dB} = 2.37dB$  ! V primeru satelitskega sprejema sprememba šumnega števila  $\Delta F_{dB}$  v logaritemskih enotah torej sploh ni merilo za spremembo razmerja signal/šum  $\Delta(S/N)_{dB}$ .

Razmerje signal/šum v satelitski zvezi določajo oprema na krovu satelita: oddajnik  $P_{TX}$  in oddajna antena  $G_{TX}$ , podatki sistema: pasovna širina  $\Delta f$ , valovna dolžina  $\lambda$  in domet  $r$  ter oprema zemeljske sprejemne postaje: antena  $G_{RX}$  s temperaturo  $T_A$  in sprejemnik  $T_G$ :



Povsem jasno za satelitski sprejem ne uporabljamo anten s slabim sevalnim izkoristkom, kot so mikrotrakaste krpice ali spirale z  $\eta \approx 50\%$ , ki odžira dobitok  $G_{RX}$  in še dosti bolj zvišuje šumno temperaturo  $T_A$ . Občutljivost satelitskega sprejemnika sicer natančno opišemo z enim samim parametrom, razmerjem  $G/T = G_{RX}/(T_A + T_G)$ .

Za sprejem šibkih signalov iz vesolja pogosto uporabljamo zbiralna zrcala. Osvetlitev zrcal za zemeljske zveze običajno načrtujemo za največji izkoristek osvetlitve  $\eta_0$ , kar daje največjo smernost  $D$  oziroma največji dobitok  $G$ . Zrcala satelitskih anten namenoma nekoliko podosvetlimo za

največji  $G/T$ , saj je izguba dobitka  $G_{RX}$  manjša od znižanja šumne temperature  $T_A$ .

Kot zgled si oglejmo učinek osvetlitve zrcala z žarilcem z brezhibnim, rotacijsko-simetričnim smernim diagramom oblike Gaussove oblike

$$F(\Theta, \Phi) = e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2/2}, \text{ kjer se širina snopa nastavlja s kotom } \Theta_{-3dB}.$$

Izkoristek osvetlitve zrcala določata izkoristek podosvetlitve in izkoristek sevanja preko roba:

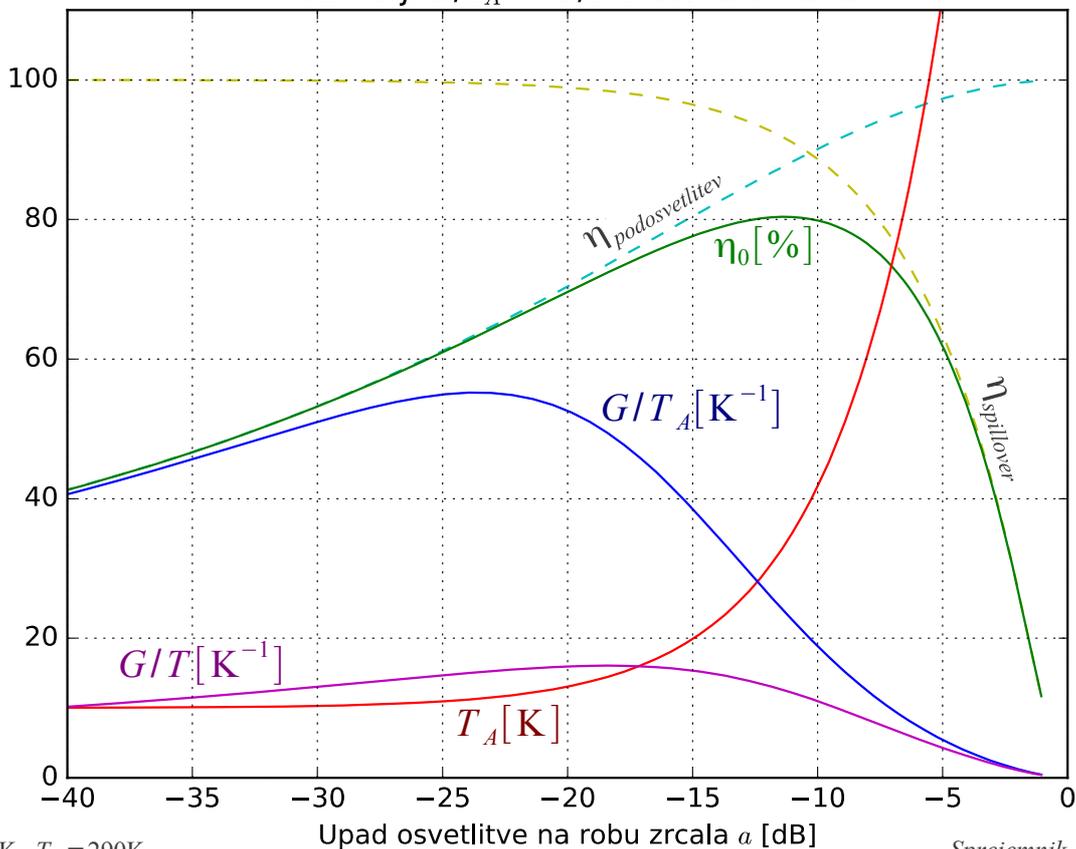
$$\eta_{\text{podosvetlitev}} = \frac{\left| \iint_A E_0 dA \right|^2}{A \iint_A |E_0|^2 dA} \quad \text{in} \quad \eta_{\text{spillover}} = \frac{\iint_{\Omega_{\text{zrcalo}}} |F(\Theta)|^2 d\Omega}{\oint_{4\pi} |F(\Theta)|^2 d\Omega}$$

Največji izkoristek osvetlitve zrcala  $\eta_0 = \eta_{\text{podosvetlitev}} \cdot \eta_{\text{spillover}} \approx 80\%$ , največjo smernost  $D$  oziroma največji dobitek  $G$  daje upad osvetlitve  $E_0$  na robu zrcala za približno  $a \approx -11.4\text{dB}$  glede na središče zrcala. Slednja vrednost je kompromis med podosvetlitvijo zrcala in sevanjem preko roba (spillover):

Zrcalo  $f/d=0.7$   $d=10\lambda$   
Brez sence žarilca!

Žarilec  $F(\Theta, \Phi) = e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2/2}$

Razmerji  $G/T_A$  in  $G/T$  zrcalne antene



Šumna temperatura antene, usmerjene v nebo, bi lahko dosegla temperaturo neba  $T_N \approx 10\text{K}$ . Sevanje žarilca preko roba zrcala sprejema znatno močnejši šum tal v bližnji okolici antene  $T_Z \approx 290\text{K}$ . Dodatni toplotni šum, ki ga žarilec sprejema od tal preko roba zrcala, znatno kazi razmerje  $G/T$  sprejemne postaje. Za zrcalno anteno, usmerjeno v zenit, lahko privzamemo:

$$T_A \approx \eta_{\text{spillover}} \cdot T_N + (1 - \eta_{\text{spillover}}) \cdot T_Z$$

Če sence žarilca ni oziroma smemo njen učinek zanemariti  $\eta_{\text{senca}} = 1$ , antena z zrcalom premera  $d = 10\lambda$  in opisanim žarilcem doseže najvišje razmerje  $G/T_A \approx 55\text{K}^{-1} \approx 17.4\text{dB/K}$ , ko osvetlitev na robu zrcala upade za približno  $a \approx -24\text{dB}$  glede na središče zrcala. Povsem jasno odličen rezultat  $G/T_A$  zahteva brezizguben žarilec in brezšumni sprejemnik, česar v praksi ne znamo narediti.

Sprejemnik s sodobnimi polprevodniki na sobni temperaturi doseže šumno temperaturo  $T_G \approx 30\text{K}$ . Sprejemna postaja z opisanima anteno in sprejemnikom doseže najvišje razmerje  $G/T \approx 16.1\text{K}^{-1} \approx 12.1\text{dB/K}$ , ko osvetlitev na robu zrcala upade za približno  $a \approx -18.4\text{dB}$  glede na središče zrcala. Dodatni šum sprejemnika torej zahteva manj podosvetljeno zrcalo za najboljše razmerje  $G/T$ .

\* \* \* \* \*