

OSNOVNE ZAKONITOSTI

študijsko gradivo št. 2

- Integralni zakoni elektromagnetnega polja
- Teoremi in principi polja ter vezij
- Elektromagnetno polje, valovi in rodovi ter polarizacija

Temeljne zakonitosti elektro- magnetnega polja in radijskih valov

Osnovne zakonitosti za **E**, **B**, **J** in ρ :

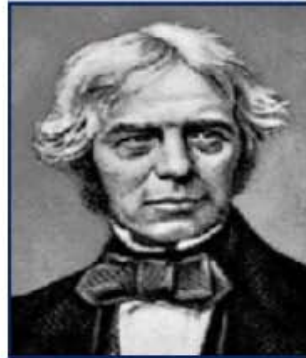
- Definicije polja in gostote moči
- Amperov, Faradayev in Gaussov zakon;
kontinuitetna enačba
- Navidezni (fiktivni tokovi)
- Mejni pogoji
- Superpozicija, recipročnost, ekvivalenca,
dualnost in komplementarnost
- Primeri, ki pojasnjujejo osnovne zakonitosti
- Ravninski, valjni in krogelni valovi
- Valovi TEM, TE in TM
- Polarizacija

Odkrivanje temeljnih zakonov

1.



2.



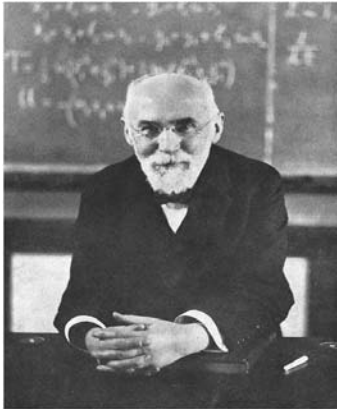
3.



4.



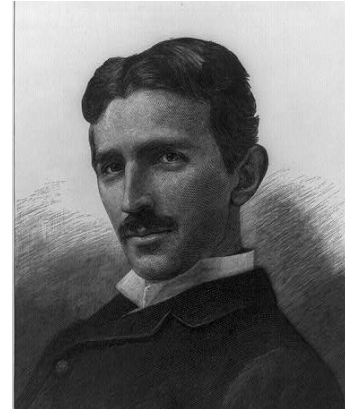
5.



6.



7.



8.



1. Andre-Marie Ampère, 1820, zveza el. – mag.

2. Michael Faraday, 1831, silnice, indukcija

3. James C. Maxwell, 1865, osnovni zakoni, poljski tok

4. Oliver Heaviside, 1884, osnovni zakoni, 4 enačbe

5. Heinrich Hertz, 1887, eksperimenti z radijskimi valovi

6. Hendrik A. Lorentz, 1896, splošni teorem recipročnosti

7. Nikola Tesla, 1900, prenos radijskega signala

8. Jurij Gamow, 1948, zgodnja kozmologija

Osnovni zakoni

- **Ampèrov zakon** (povezuje magnetno polje in električni tok):

Magnetna napetost ($H \cdot d$) na sklenjeni zanki okoli tokovodnika je enaka jakosti toka

- **Faradayev zakon** (povezuje magnetni pretok in inducirano napetost):

Električna (inducirana) napetost ($E \cdot d$) na sklenjeni zanki okoli stebra magnetne gostote je enaka časovni spremembi pretoka

- **Gaussov zakon** (povezuje pretok električne gostote in zajeto količino elektrine):

Električni pretok ($D \cdot A$) skozi sklenjeno ploskev A je enak zajeti količini elektrine Q

- **Maxwellov poljski tok** $j\omega D$ (kontinuiteta električnega in poljskega oz. kapacitivnega toka).

Osnovni zakoni

- Ampèrov zakon:
$$\sum_i \vec{H} \cdot \vec{\ell}_i = \sum_i (\vec{J}_i + j\omega \vec{D}_i) \cdot \Delta \vec{A}_i$$
 po sklenjeni zanki
- Faradayev zakon:
$$\sum_i \vec{E}_i \cdot \vec{\ell}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$
 po sklenjeni zanki
- Gaussov zakon:
$$\sum_i \vec{D}_i \cdot \Delta \vec{A}_i = Q$$
 po sklenjeni ploskvi
- Kontinuitetna enačba toka:
$$\sum_i \vec{J}_i \cdot \Delta \vec{A}_i = -j\omega Q$$
 po sklenjeni ploskvi

Osnovni zakoni, nad.

- Ampèrov zakon:
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \int_A (\vec{J} + j\omega\vec{D}) \cdot d\vec{A}$$
- Faradayev zakon:
$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\phi}{dt} = -j\omega \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$
- Gaussov zakon:
$$\int_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho dV = Q$$
- Kontinuitetna enačba toka:
$$\int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = -j\omega \int_V \rho dV = -j\omega Q$$

Področja in približki

- Elektrostatika in magnetostatika $\omega = 0$
- Elektromagnetizem (elektrodinamika) $\omega \gg 0$
- Kvantna elektrodinamika $h\nu > kT$
- Približki:
 - nizkofrekvenčni približek $\omega \rightarrow 0$
 - visokofrekvenčni (asimptotični) približek $\omega \rightarrow \infty$

Polja in vezja

Iz zakonov in teoremov elmg. polja sledijo zakoni in teoremi za vezja:

- Kirchhoffov vozliščni zakon
- Kirchhoffov zankni zakon
- Teorem superpozicije (linearnost)
- Teorem recipročnosti (linearna in recipročna snov)
- Theveninov in Nortonov teorem
- Teorem kompenzacije
- Teorem ekvivalence
- Princip dualnosti
- Princip komplementarnosti
- Princip modeliranja (elmg. podobnost)

Superpozicija

Velja za linearna vezja (R, L, C niso odvisni od napetosti in toka).

Signali:

- Prvi par signalnih generatorjev U_{g1} in I_{g1} naj povzročata v vezju tok I_1 in napetost U_1
- Drugi par signalnih generatorjev U_{g2} in I_{g2} naj povzročata v vezju tok I_2 in napetost U_2 .
- Prvi in drugi par hkrati povzročata v vezju tokove, napetosti in moči:

$$I = I_1 + I_2$$
$$U = U_1 + U_2 \quad P > P_1 + P_2$$

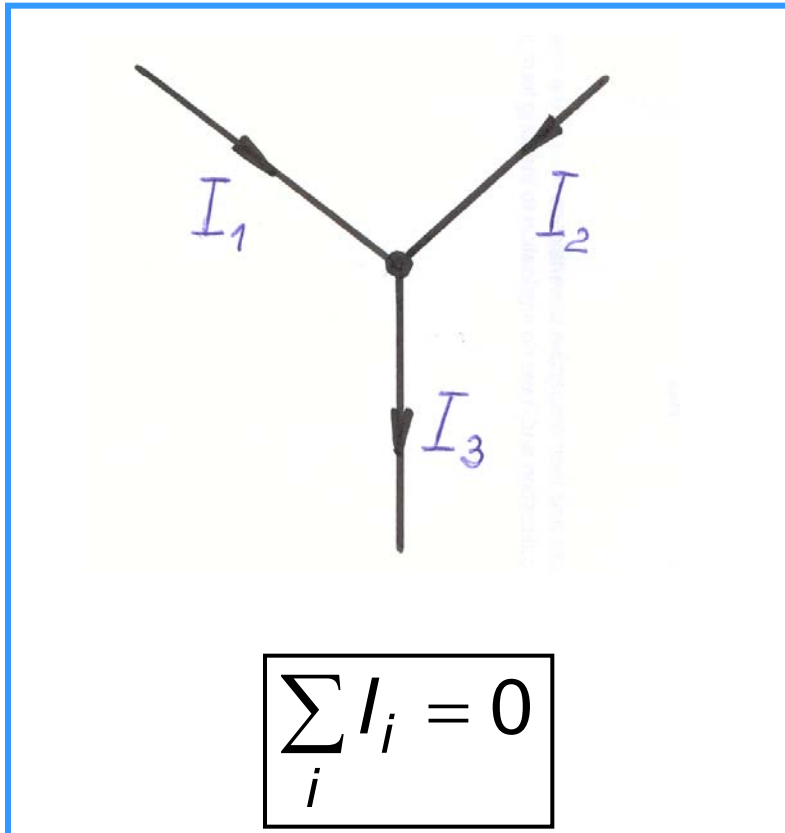
Šum:

- Prvi par šumnih generatorjev U_{n1} in I_{n1} naj povzročata v vezju šumni tok I_1 in napetost U_1
- Drugi par nekoreliranih šumnih generatorjev U_{n2} in I_{n2} naj povzročata v vezju šumni tok I_2 in napetost U_2
- Prvi in drugi par hkrati povzročata v vezju tokove, napetosti in moči:

$$I = I_1 + I_2 \quad \text{Aditivnost po moči}$$
$$U = U_1 + U_2 \quad P = P_1 + P_2 \quad 9$$

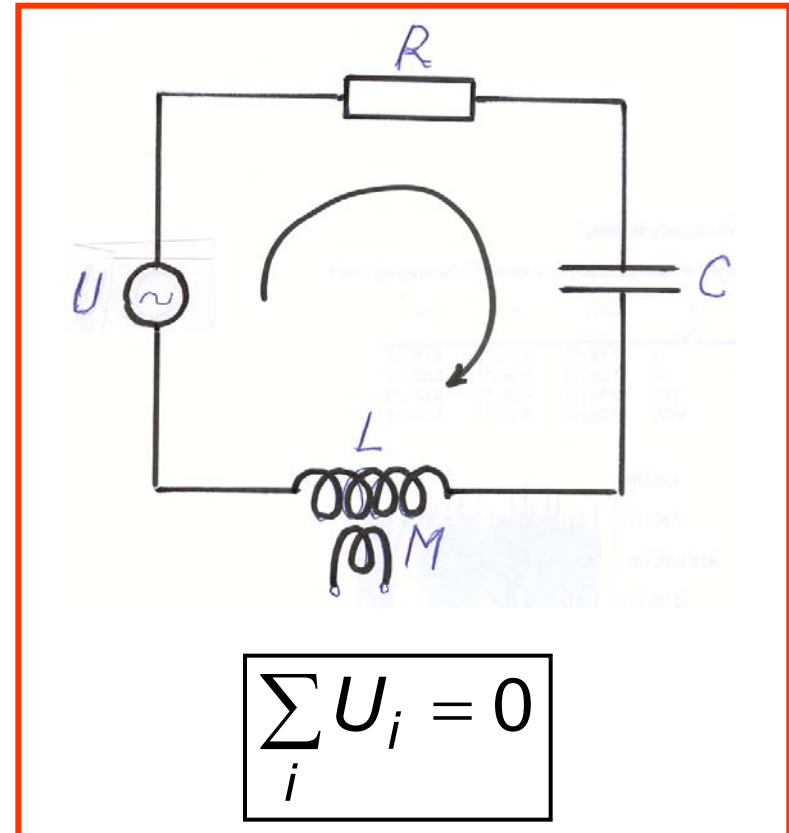
Kirchhoffovi zakoni

- Vozliščni zakon



Vsota vseh tokov v vozlišču je nič (vsota dotekajočih tokov je enaka vsoti vseh odtekajočih tokov).

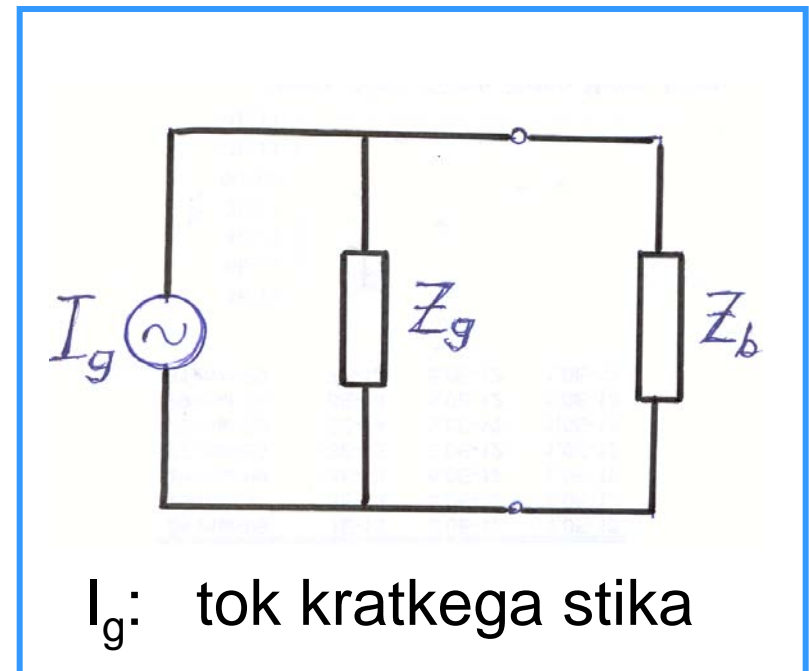
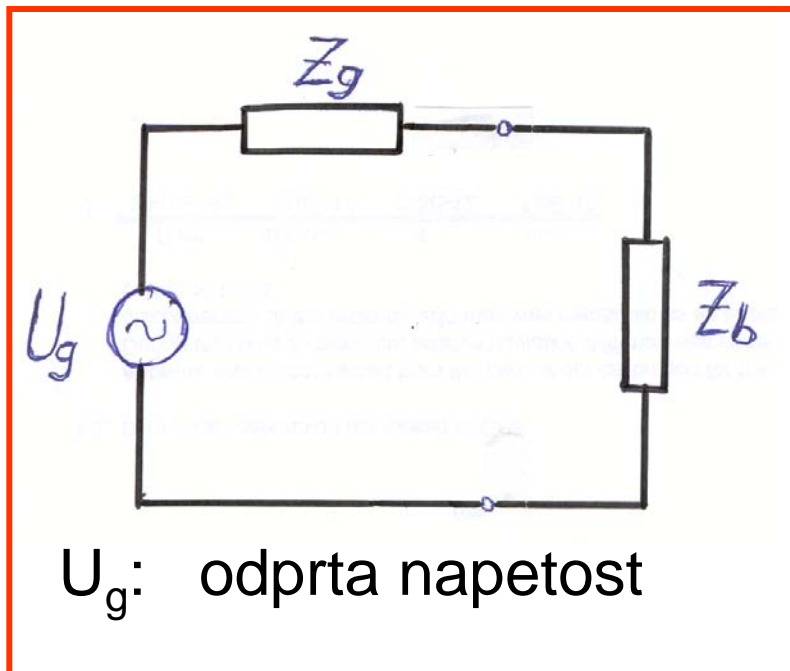
- Zančni zakon



Vsota vseh napetostih v zanki je nič.

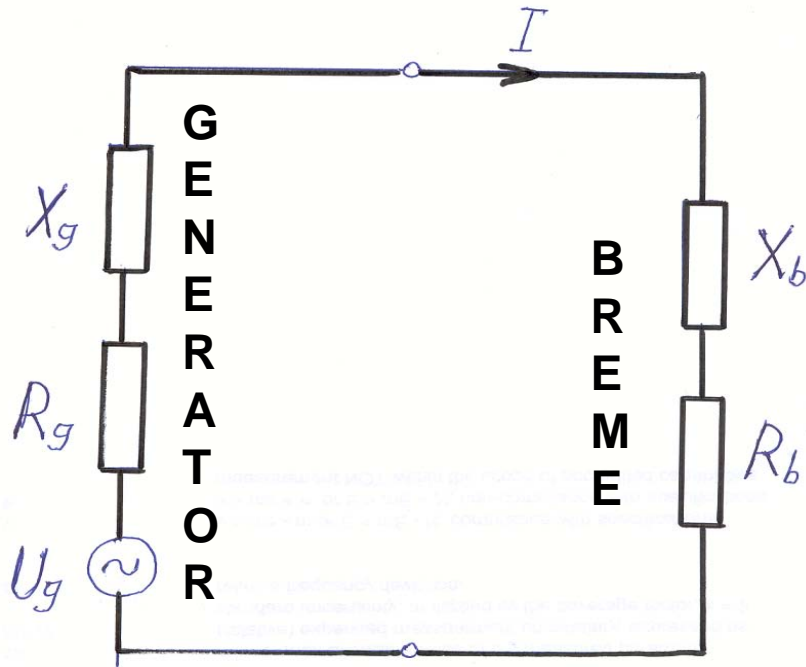
Nadomestna vezava

- Thevenin
- Napetostni generator
- Norton
- Tokovni generator



$$U_g = I_g Z_g$$

Največji prenos moči



Pogoj za maksimalni prenos moči iz generatorja (oddajnika) v breme (anteno):

$$R_b = R_g ; \quad X_b = - X_g,$$

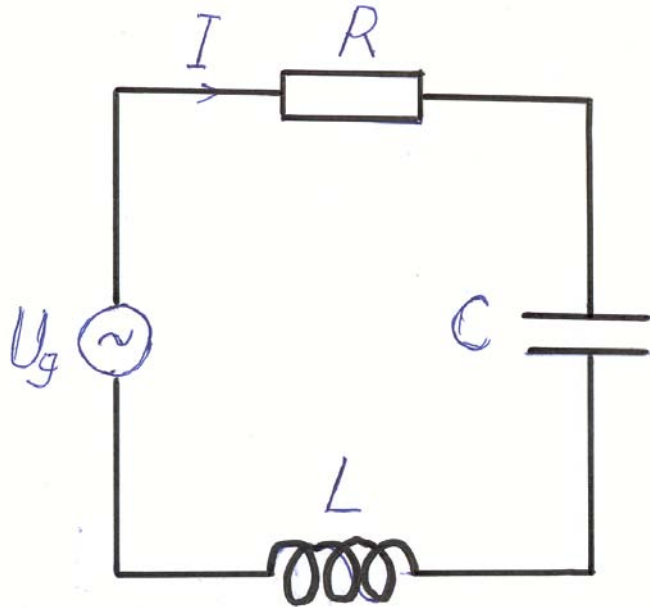
konjugirano kompleksna prilagoditev

Maksimalna prenašana moč je:

$$P_{\max} = \frac{|U_g|^2}{4R_g}$$

Dualna vezja

Tokovna resonanca



Zaporedna vezava

$$U \rightarrow I$$

$$I \rightarrow U$$

$$Z \rightarrow 1/Z$$

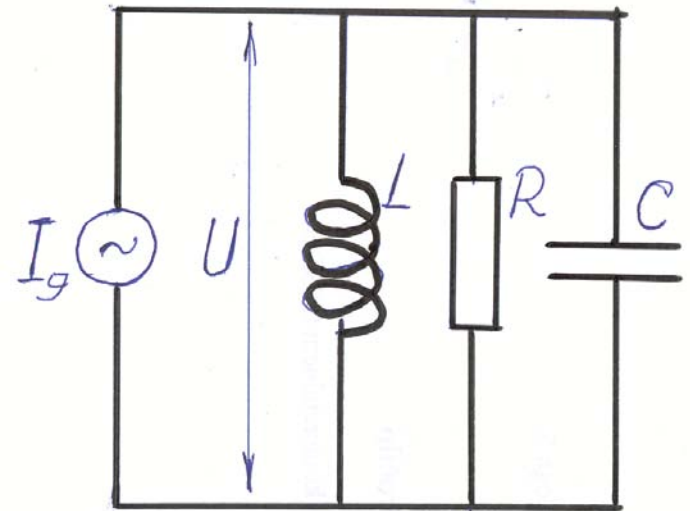
$$U_g \rightarrow I_g$$

$$R \rightarrow G$$

$$L \rightarrow C$$

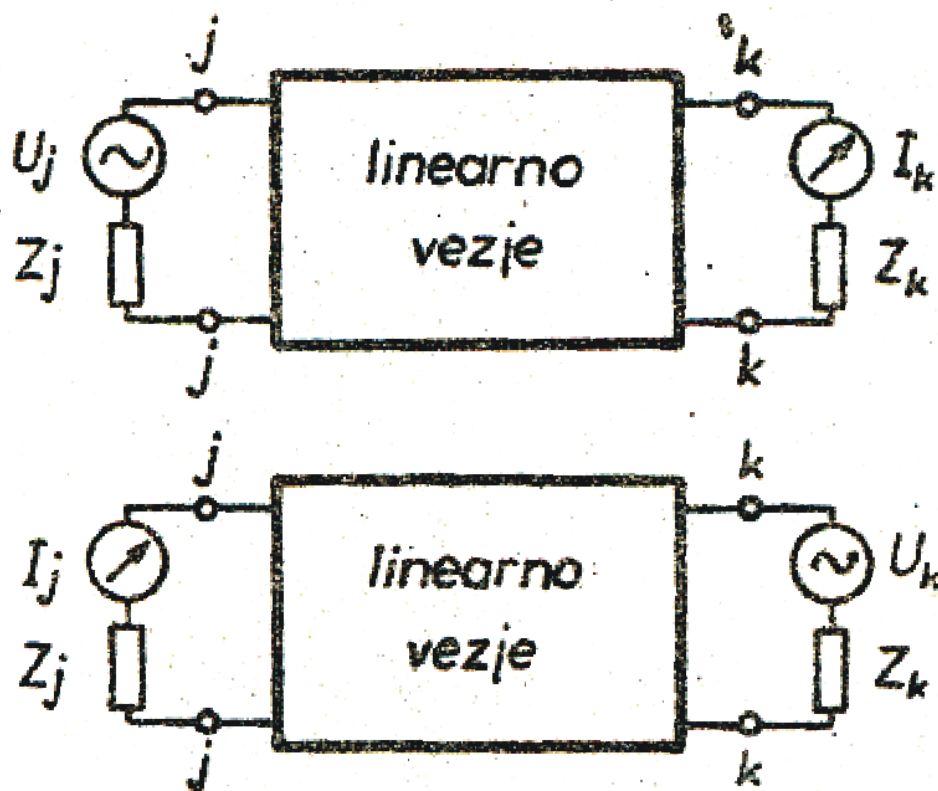
$$C \rightarrow L$$

Napetostna resonanca



Vzporedna vezava

Recipročnost

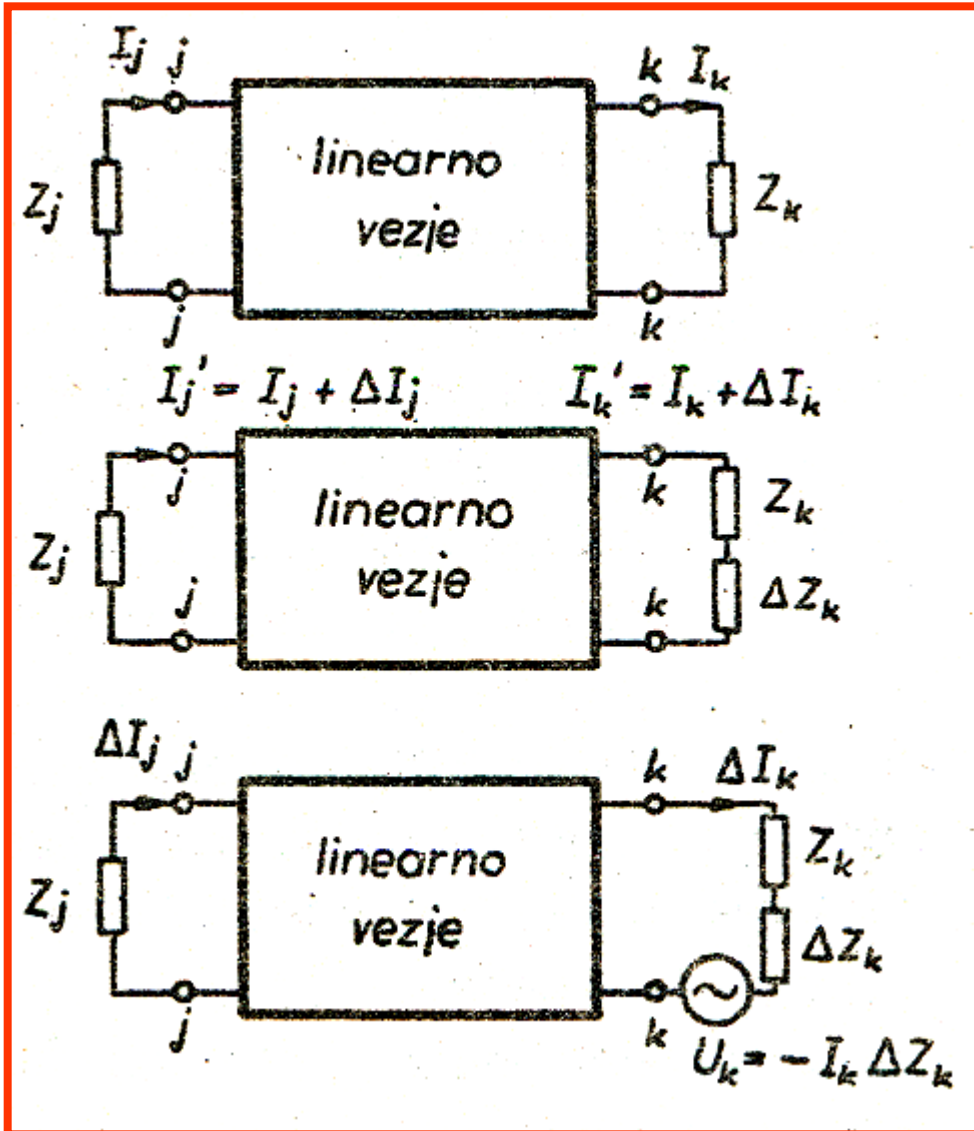


$$\frac{U_j}{I_k} = \frac{U_k}{I_j}$$

Če povzročča generator napetosti U_j v j -ti veji tok I_k v k -ti veji linearnega vezja, potem povzročča generator napetosti U_k v k -ti veji tok I_j v j -ti veji linearnega vezja po gornji relaciji.

Vezje mora biti brez nerekipročnih elementov

Kompenzacija

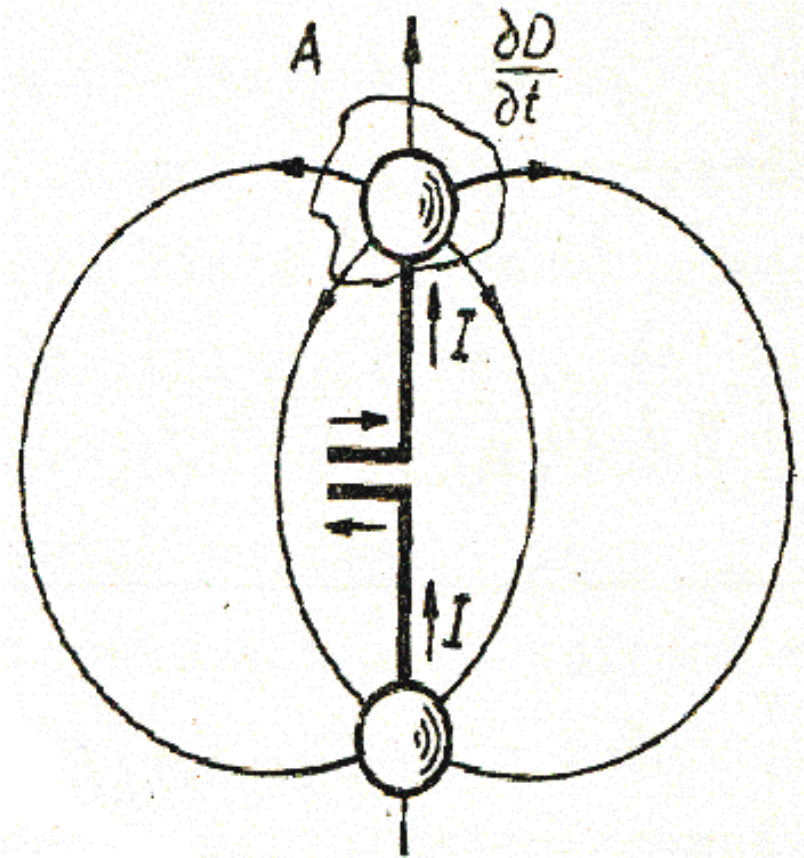


- Če se impedanca v k -ti veji linearnega vezja spremeni za ΔZ_k , se tokovi v vezju spremenijo. Spremembo toka v poljubni j -ti veji vezja povzroča navidezni generator napetosti v k -ti veji:

$$U_k = -I_k \Delta Z_k$$

Primer tokovnega elementa

- Tok I elementarne dolžine Δl , momenta $I\Delta l$
- Elementarni električni dipol
- Gradnik tokovne porazdelitve vsiljenega toka (anten) in induciranelega toka



Energija in moč

- Gostota energije električnega polja: $w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2$ trenutna vrednost
- Gostota energije magnetnega polja: $w_m = \frac{1}{2} \mu H^2$ trenutna vrednost
- Gostota moči (Poyntingov vektor): $\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}$ srednja vrednost
- Pretok moči: $P = \int_A \vec{S} \cdot d\vec{A}$ srednja vrednost

Sevano polje

- Gostoti energije el. in mg. polja sta enaki $\varepsilon E^2/2 = \mu H^2/2$ sledi $E/H = (\mu/\varepsilon)^{1/2} = Z = (Z_0 = 377 \text{ ohmov})$, podobno resonanci L-C vezju.
- Gostota moči je delovna, E in H sta v fazi
 $S = EH/2$
- Pretok moči P skozi kroglo je neodvisen od r, gostota moči upada s kvadratom razdalje r^2 , polje upada s prvo potenco razdalje $1/r$
- Vir sevanja (antena) predstavlja sevalno upornost R_s , preko katere dovaja generator sevano moč
 $P_g = I^2 R_s = P$
- Antena ima tudi reaktivno komponento X_s , ki prestavlja dovajano reaktivno moč, le-ta pa se zadržuje v neposredni bližini antene.

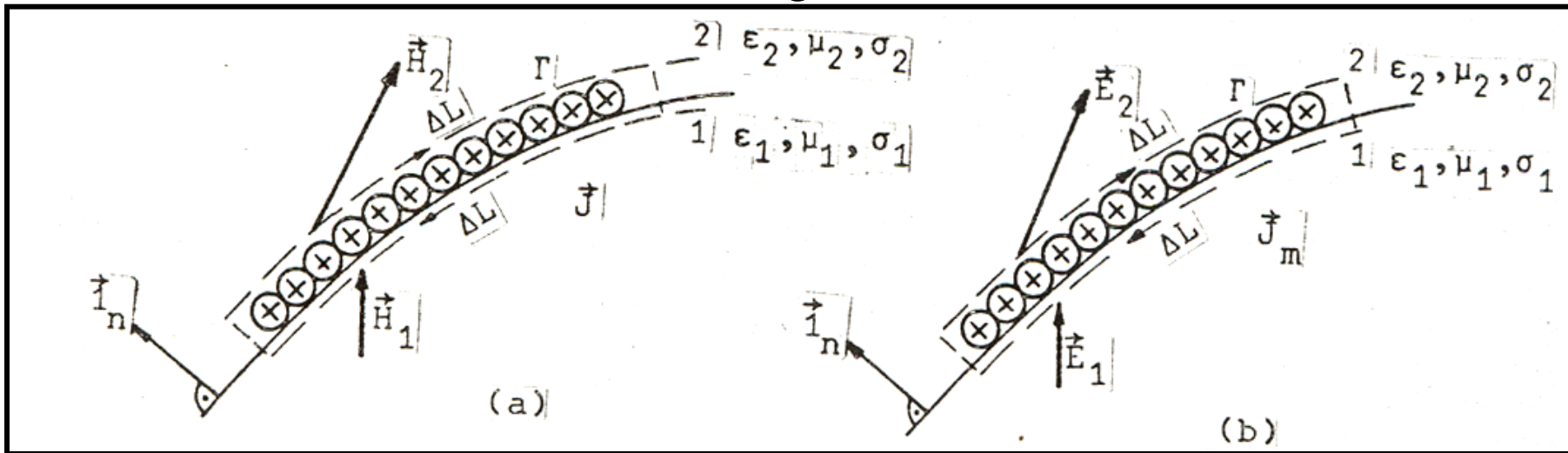
Mejni pogoji

- So posebna oblika osnovnih zakonov za električno in magnetno polje na meji dveh snovi. Za mejo kovina-zrak jih izražamo takole:
- Tangencialna komponenta \mathbf{E} je nič
- Normalna komponenta \mathbf{E} je enaka σ/ε_0 , kjer je σ površinska gostota elektrine v As/m^2
- Normalna komponenta \mathbf{H} je nič
- Tangencialna komponenta \mathbf{H} je enaka linearni gostoti toka \mathbf{J} v A/m in je nanj pravokotna

Mejni pogoji

Če so mejni pogoji izpolnjeni, je rešitev problema pravilna.

Numerične metode v elektromagnetiki.



Tangencialne
komponente

$$H_{2t} - H_{1t} = J,$$

$$E_{2t} - E_{1t} = -J_m,$$

$$\hat{\mathbf{i}}_n \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J},$$

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \times \hat{\mathbf{i}}_n = \vec{J}_m,$$

Normalne
komponente

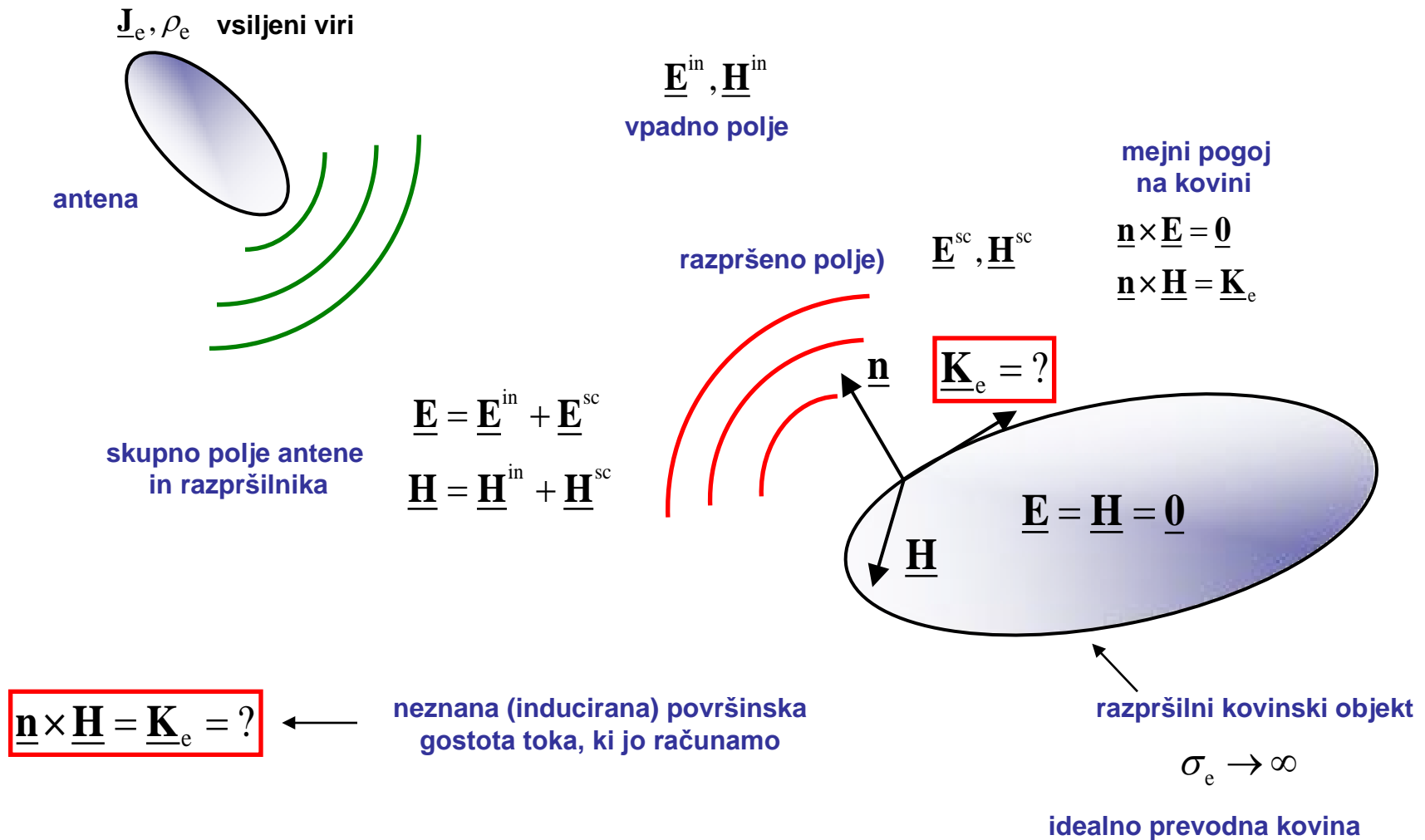
$$\epsilon_2 E_{2n} - \epsilon_1 E_{1n} = \sigma,$$

$$\mu_2 H_{2n} - \mu_1 H_{1n} = \sigma_m,$$

$$\hat{\mathbf{i}}_n (\epsilon_2 \vec{E}_2 - \epsilon_1 \vec{E}_1) = \sigma,$$

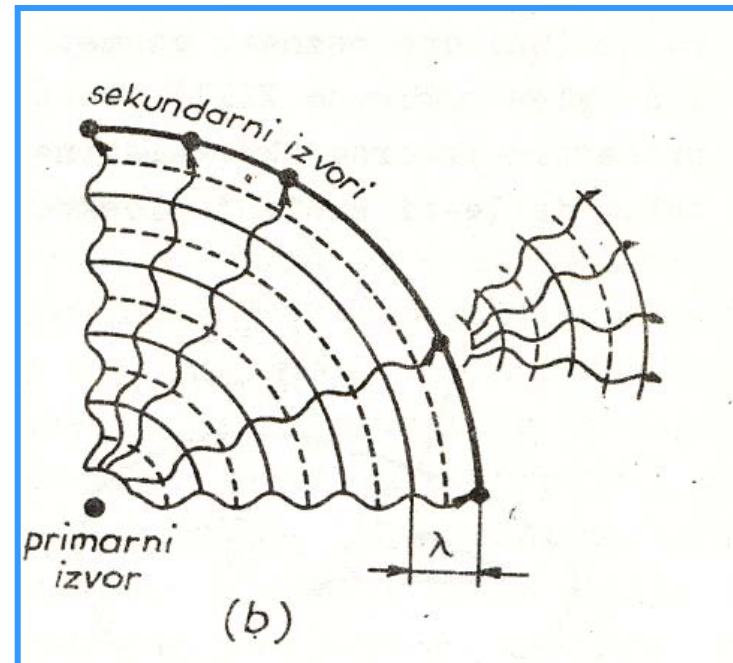
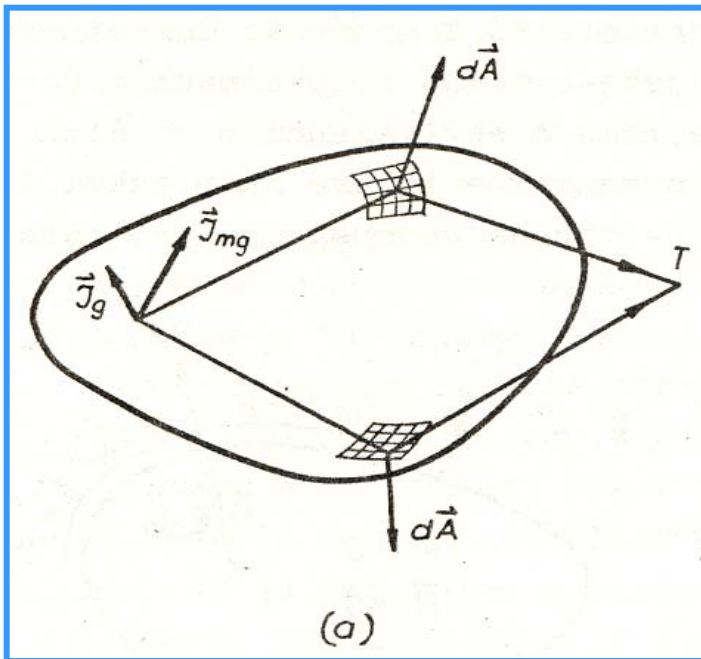
$$\hat{\mathbf{i}}_n (\mu_2 \vec{H}_2 - \mu_1 \vec{H}_1) = \sigma_m,$$

Splošni elektromagnetni problem



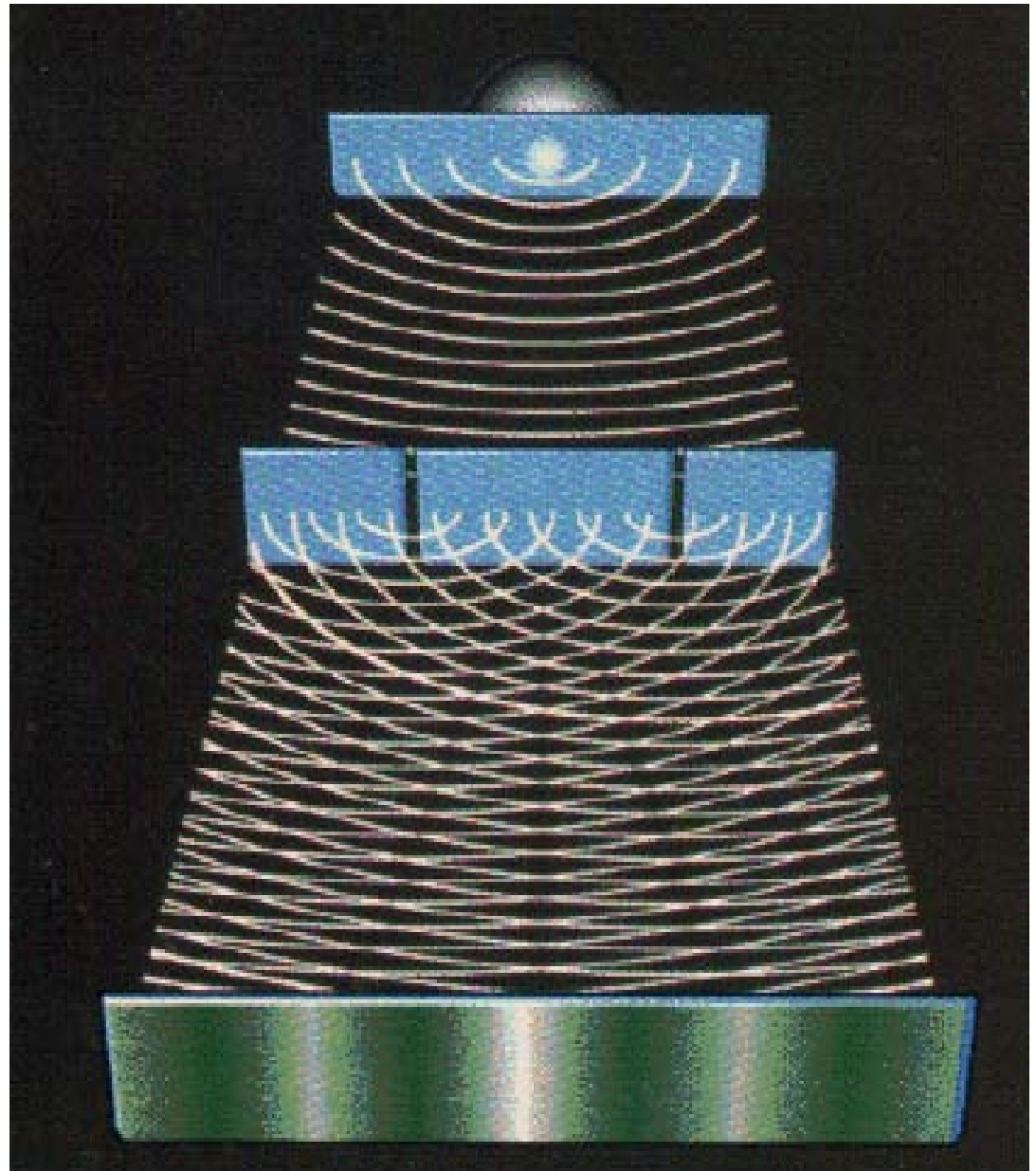
Superpozicija

- Velja za linearni medij, katerega snovne konstante ε , μ , σ niso odvisne od jakosti polja.
- Skupno polje je seštevek polj posameznih virov.
- Primer superpozicije je Huygensov princip, pomemben za polja in antene:



Interferenca

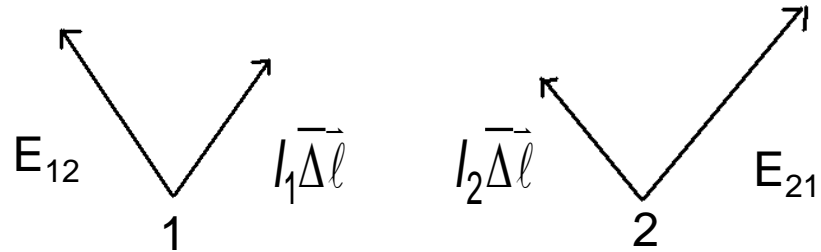
- Interferenčni eksperiment z dvojno režo
- Interferenca je rezultat superpozicije
- Uklonski pojav



Recipročnost

V linearnem in recipročnem prostoru velja med tokovnima elementoma $I_1\Delta\mathbf{l}_1$ in $I_2\Delta\mathbf{l}_2$ na mestu 1 in 2 ter njunima poliema \mathbf{E}_{12} in \mathbf{E}_{21} relacija

$$I_1\Delta\mathbf{l}_1 \cdot \mathbf{E}_{12} = I_2\Delta\mathbf{l}_2 \cdot \mathbf{E}_{21}$$



To zvezo lahko posplošimo na dve poljubno oblikovani anteni (porazdelitvi vsiljenega toka) pristornine V_1 in V_2

$$\int_{V_1} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_{12} dV_1 = \int_{V_2} \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{E}_{21} dV_2$$

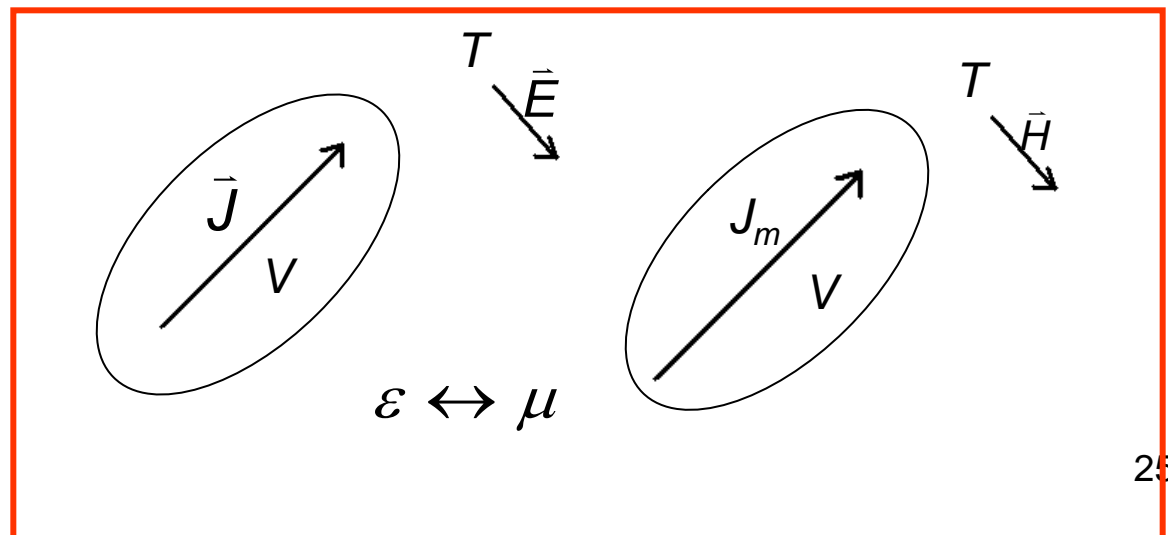
Ena izmed anten je lahko tokovni element, ki v računu deluje tako kot električna sonda pri meritvi.

Dualnost

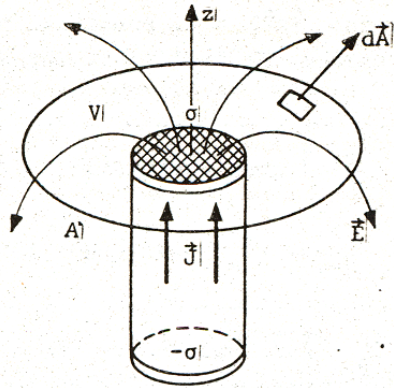
- Razširjene Maxwellove enačbe so med seboj matematično dualne (enaka oblika, drug pomen)
- Električni tok in navidezni magnetni tok sta dualna vira, njuni polji se določata po dualnih pravilih. Zamenjamo:

Dualnost tokovnih elementov

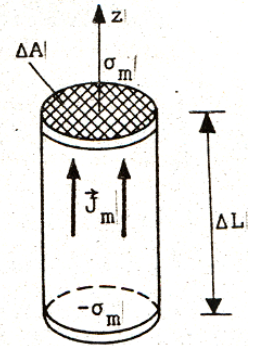
E in **H**,
J in **J_m** ter
 ϵ in μ



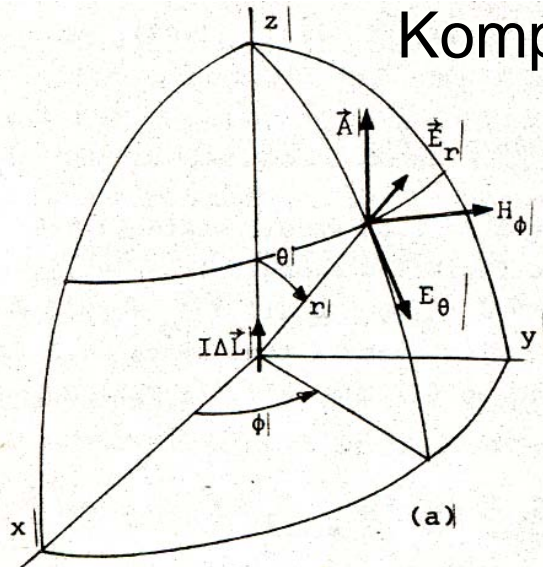
Dualnost tokovnih elementov



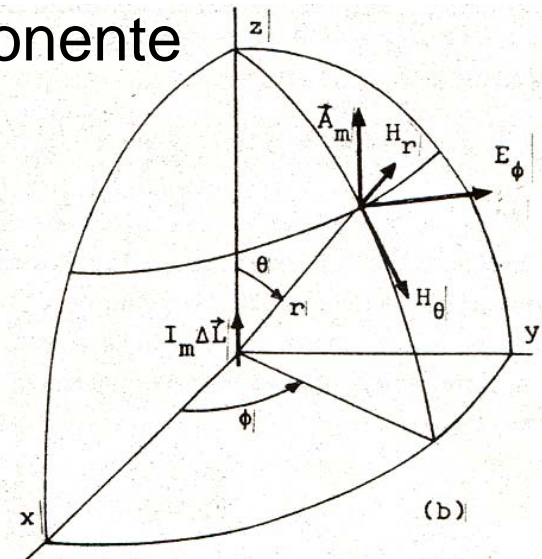
Električni tokovni element



Magnetni tokovni element



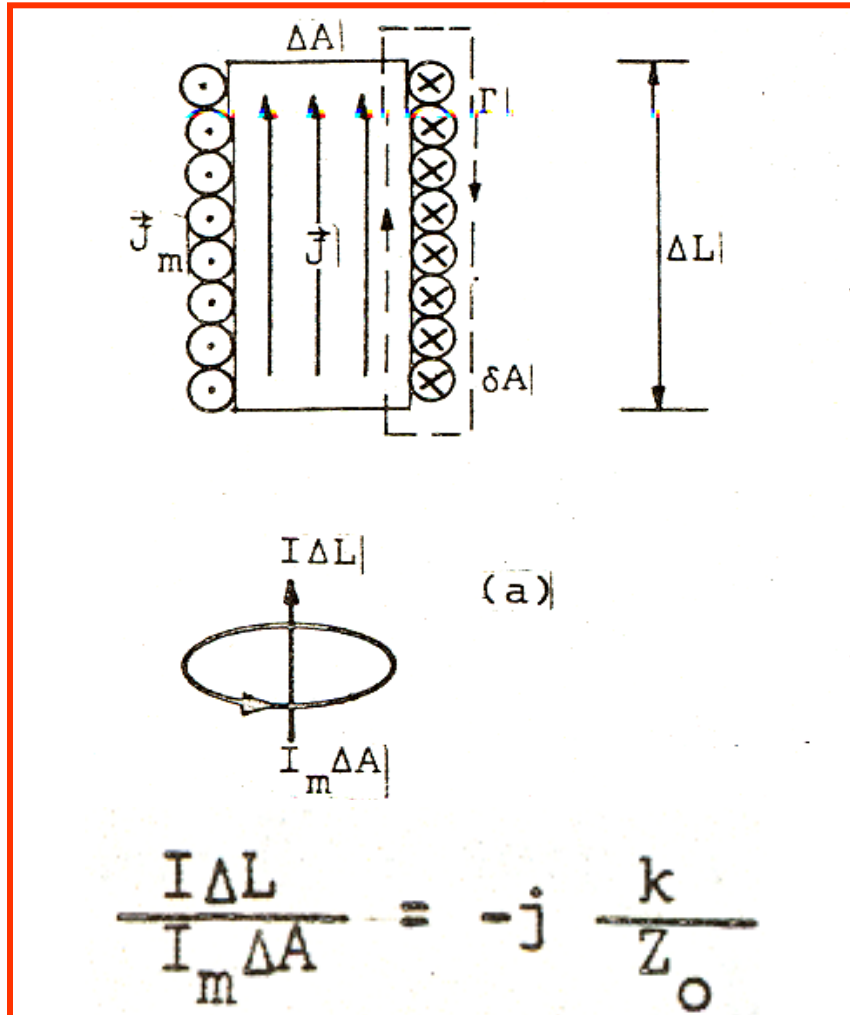
Komponente polja



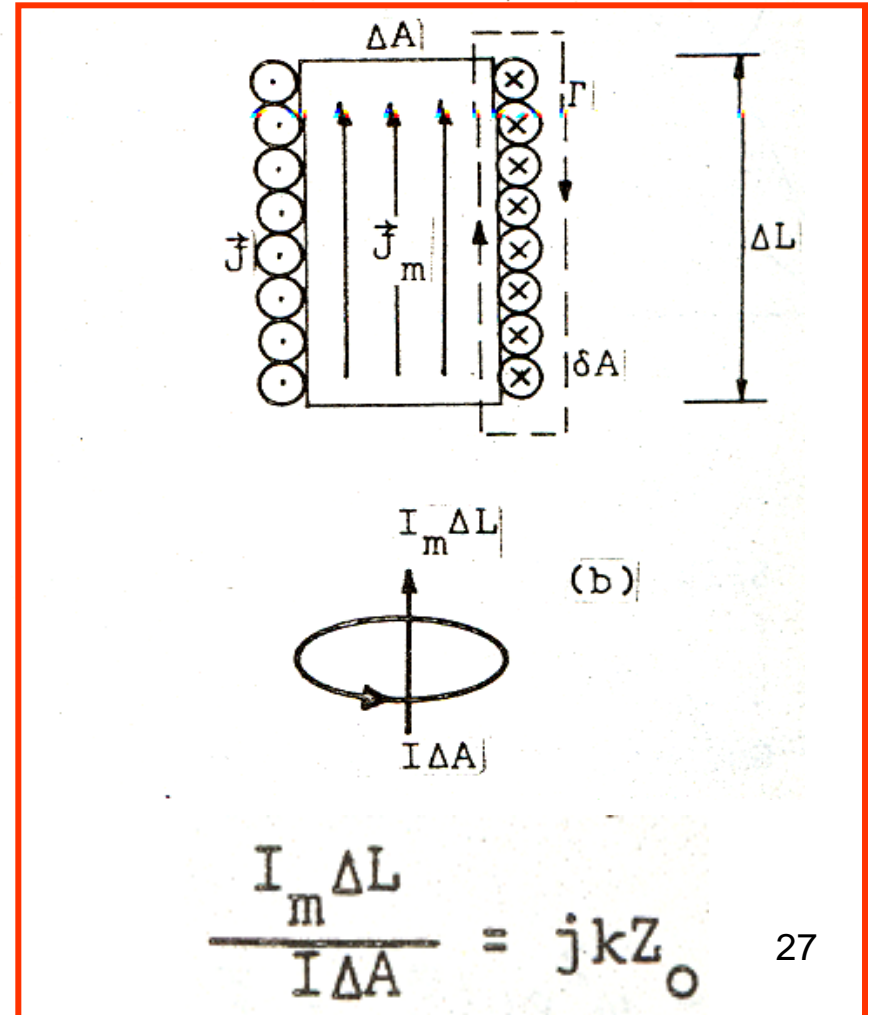
Komponente polja

Ekvivalenca med tokovi

Stebriček električnega toka
in tuljavica magnetnega toka



Stebriček magnetnega toka
in tuljavica električnega toka

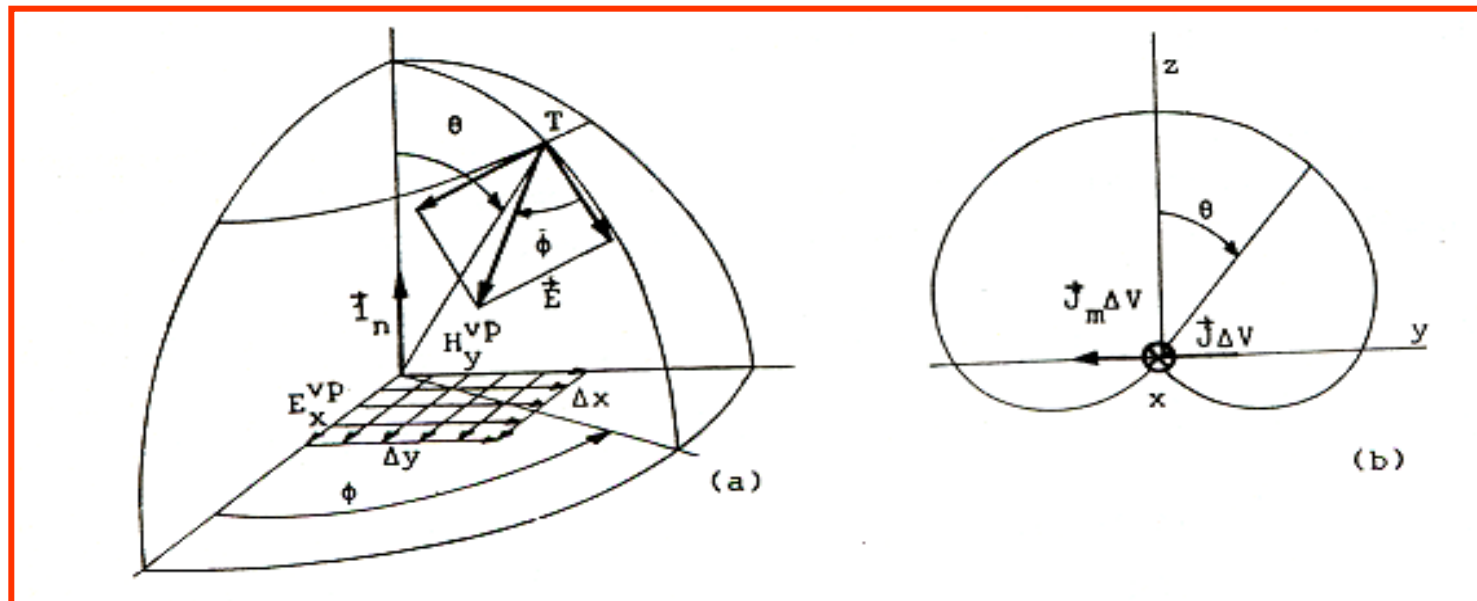


Ekvivalenca med poljem in tokovi

- Vir sevanja je poleg tokovnih virov lahko tudi ploskev (odprtina), skozi katero prehaja elektromagnetni val
- Ploskvice s poljem \vec{E}, \vec{H} je vir, ki je ekvivalenten viru iz električnega toka gostote \vec{J} in viru iz navideznega magnetnega toka gostote \vec{J}_m po pravilih ekvivalence:

$$\vec{J} = \vec{1}_n \times \vec{H} \quad \vec{J}_m = -\vec{1}_n \times \vec{E}$$

Na ta način si lahko predstavimo Huygensov vir in njegovo polje:



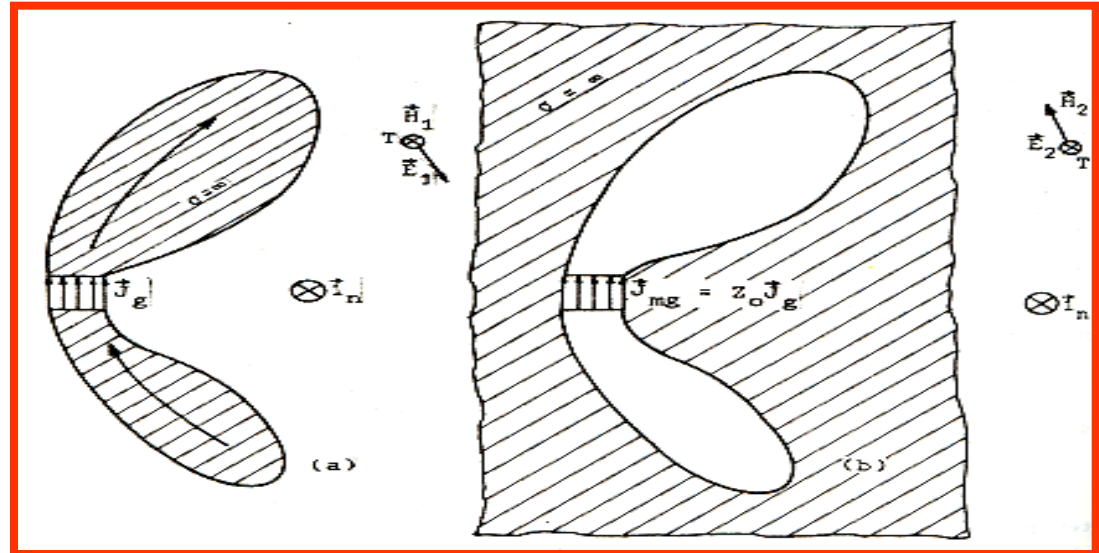
Komplementarnost

- Antena v obliki izreza (odprtine) v neskončno razsežni pločevini in kovinska antena v obliki izreza sta dve komplementarni anteni.
- Polji \mathbf{E}_1 in \mathbf{H}_1 ter polji \mathbf{E}_2 in \mathbf{H}_2 sta povezani, enako impedanci Z_1 in Z_2 :

$$\mathbf{E}_1 = -Z_0 \mathbf{H}_2$$

$$Z_0 \mathbf{H}_1 = \mathbf{E}_2$$

$$Z_1 Z_2 = Z_0^2 / 4$$



Impedanca strukture, ki je sama sebi komplementarna, je 188 ohmov in je frekvenčno neodvisna.

Valovi in rodovi (načini)

Po načinu širjenja v prostor:

- Ravninski (plani) val – ravnina enake faze
- Valjni (cilindrični) val – valj enake faze
- Krogelni (sferični) val – krogla enake faze

Po strukturi komponent polja:

- TEM – transverzalno elektromagnetni val
- TE oz.H – transverzalno električni val (val H)
- TM oz.E – transverzalno magnetni val (val E)
- EH in HE – hibridni valovi (npr. dielektrični valovodi)

Sferični TEM in sferični izotropni val v praznem prostoru ne obstajata.

Vsako snovno telo določene geometrije ima lastne valovne rodove.

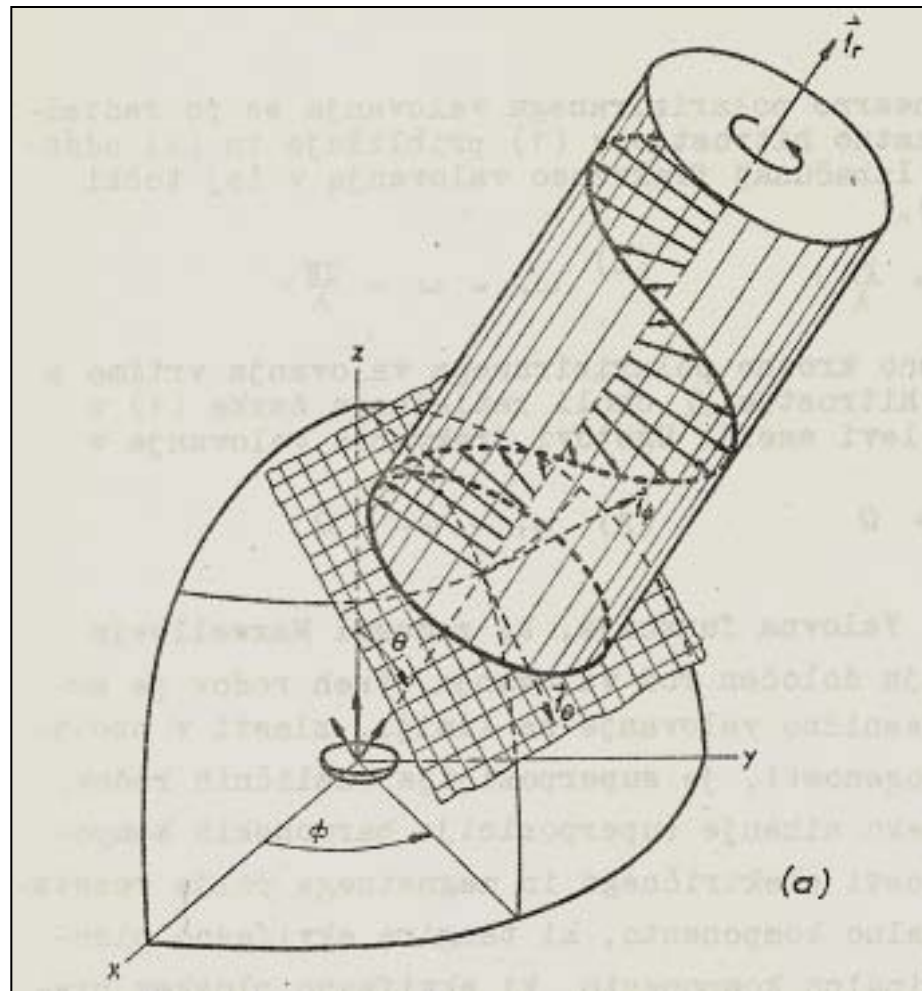
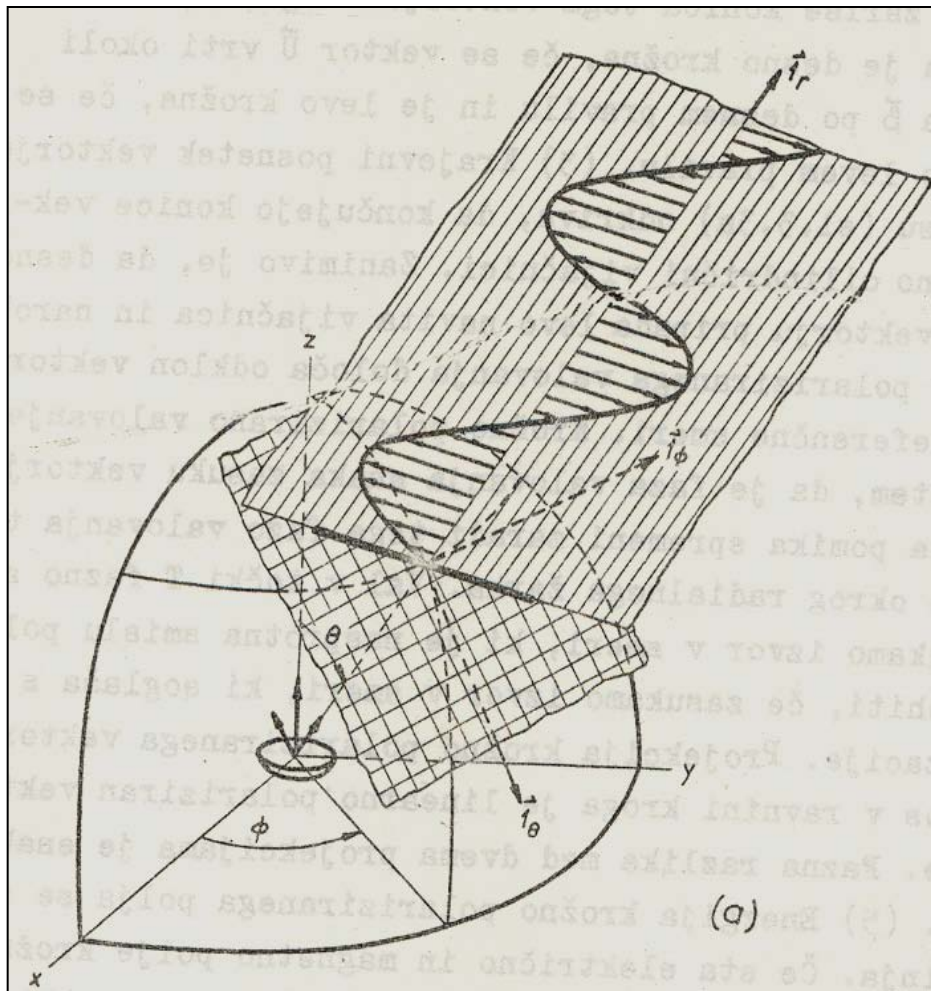
Polarizacija

- Polarizacija je lastnost časovno-prostorskega spreminjanja električnega polja
- LP- linearna polarizacija: Polje ohranja smer in spreminja velikost
- KP- krožna polarizacija: polje ohranja velikost in enakomerno rotira
- EP- Eliptična polarizacija: polje spreminja velikost in smer tekom periode, splošni primer
- XP- Ortogonalna (križna, prečna) polarizacija
- PP- Paralelna (vzporedna) polarizacija

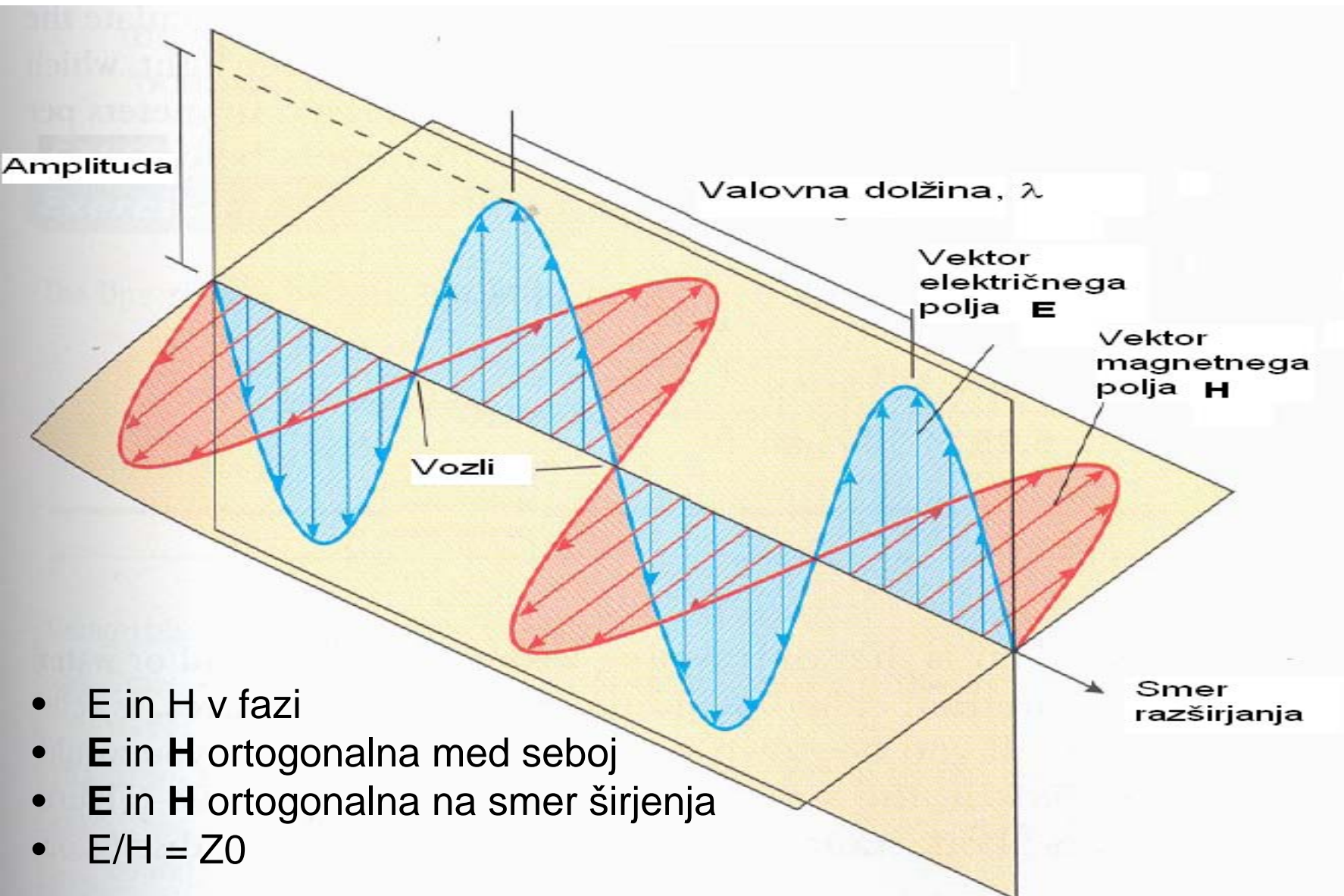
Polarizacija, nad.

- Linearna polarizacija

- Eliptična (krožna) polar.



TEM val



- E in H v fazi
- E in H ortogonalna med seboj
- E in H ortogonalna na smer širjenja
- $E/H = Z_0$

Lom na disperzni prizmi

