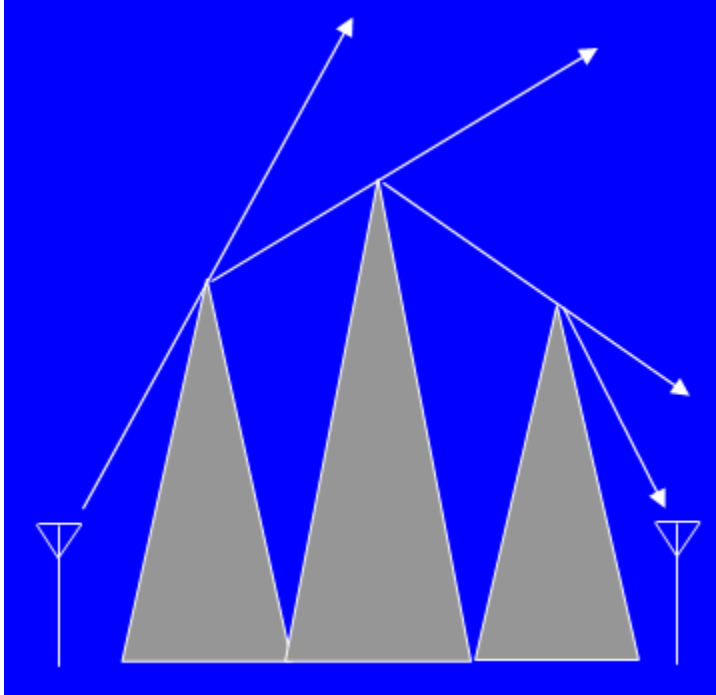


Valovno-optične aproksimacije

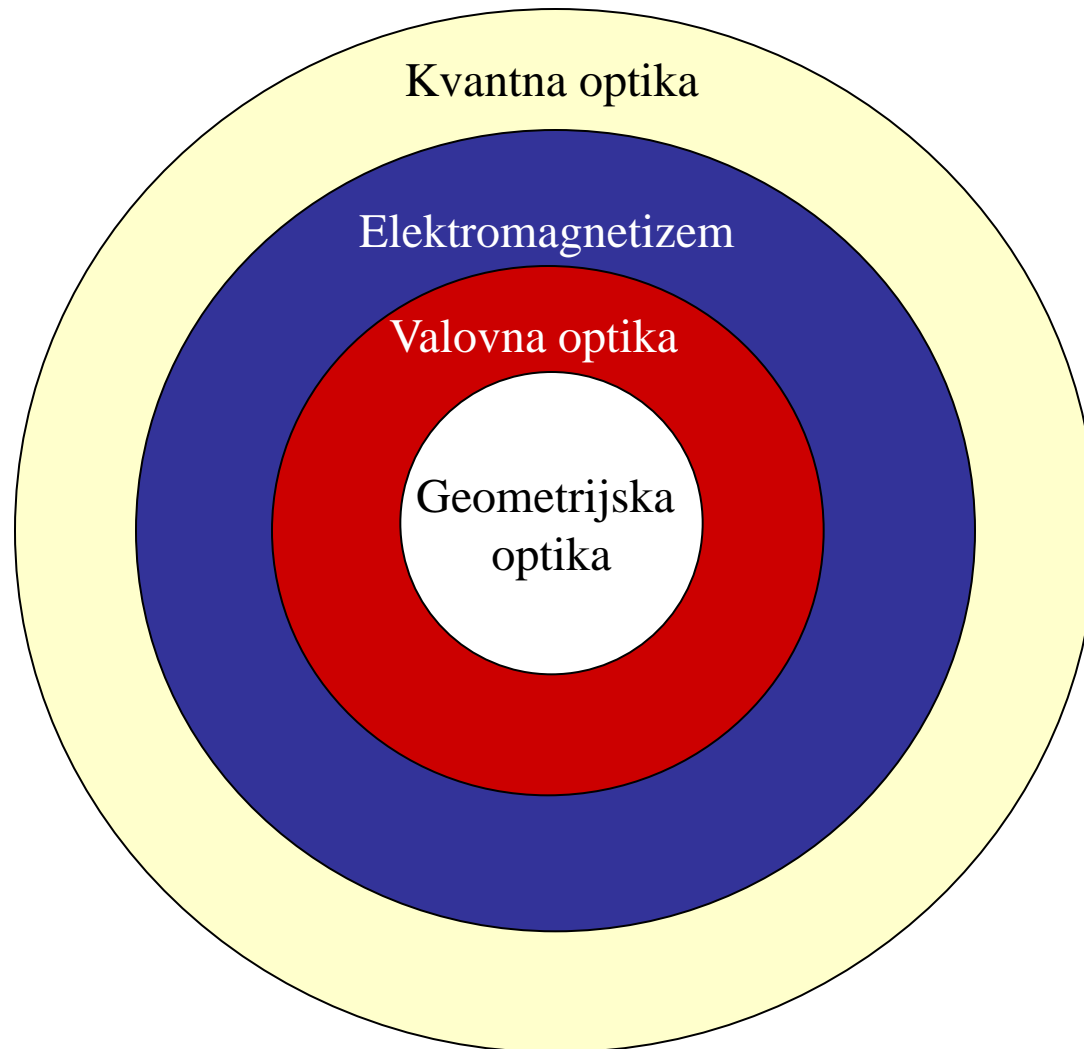


Mobitel d.d., izobraževanje
17. 4. 2009, predavanje 11

Prof. dr. Jožko Budin

Osnove razširjanja valov

Elektromagnetika in valovna optika



Vsebina

1. ELEKTROMAGNETIZEM

Maxwellove enačbe

Elektromagnetni teoremi
Vektorska valovna enačba
Mejni pogoji
Polarizacija

2. VALOVNA OPTIKA

Huygensov princip
Skalarne valovne enačbe
Fresnel – Kirchhoffove aproksimacije
Kirchhoffovi mejni pogoji
Pojavi: odboj, lom, interferenca, uklon, sipanje

3. GEOMETRIJSKA OPTIKA

Eikonalna načba
Fermatov princip
Pojavi: odboj, lom

Elektromagnetni pojavi pri razširjanju valov

1. Absorpcija

- Absorpcija v plinih
- Absorpcija v megli oz. oblakih
- Absorpcija v padavinah
- Absorpcija v standardni troposferi
- Absorpcija v ionosferi (žiromagnetna resonanca)

2. Sipanje (razprševanje)

- Sipanje na nehomogenostih lomnega količnika v troposferi ali ionosferi
- Sipanja na padavinah

3. Odboj

- Odboj na ravni meji dveh snovi (dielektrikov)
- Odboj na statistično neregularni meji dveh snovi
- Odboj na plasteh
- Popolni (notranji) odboj

4. Lom

- Lom na meji dveh dielektrikov
- Lom v gradientni snovi

Elektromagnetni pojavi pri razširjanju valov (nad.)

5. Uklon

- Uklon na zemljini obli
- Uklon na ostrih ovirah
- Uklon na zaobljenih ovirah
- Mnogokratni uklon

6. Interferenca

- Dvožarkovna in večžarkovna interferenca
- Konstruktivna in destruktivna interferenca
- Fokuseranje

7. Disperzija (odvisnost skupinske hitrosti od frekvence)

- Disperzija (snovna) v ionosferi (Faradayeva rotacija, dvolomnost)
- Disperzija (snovna) v atmosferi
- Disperzija (interferenčna) v atmosferi

8. Nelinearni pojavi

- Nelinearni pojavi v ionosferi

9. Šum in motnja

Teoretične osnove razširjanja elektromagnetnih valov

- 1. Karakteristike elektromagnetnega polja:**
 - Polarizacija
 - Koherenca
- 2. Maxwellove enačbe** (odvisnosti med veličinami v točki)
- 3. Valovne enačbe za \mathbf{E} in \mathbf{H}** (za homogeno in nehomogeno snov):
 - Vektorska valovna enačba
 - Skalarna valovna enačba
- 4. Integracija valovne enačbe** (odvisnosti med veličinami v delu prostora)
 - Helmholtzova integralska oblika za vektorsko polje
 - Helmholtzova integralska oblika za skalarno polje
 - Rayleighova integralska oblika za integracijo po ravnini
 - Lorentzov teorem
- 5. Teoremi in načela:**
 - Huygensov princip
 - Princip prostorninskih in površinskih ekvivalentnih virov
 - Fresnelove cone

Teoretične osnove razširjanja elektromagnetnih valov (nad.)

6. Približki in zanemaritve:

- Groba aproksimacija amplitude
- Lokalna parabolična aproksimacija faze okoli točke stacionarne faze
- Približek na osnovi počasnega spreminjanja amplitude
- Približek na osnovi hitrega spreminjanja faze
- Prehod na geometrijsko optiko, limitne aproksimacije

7. Metode:

- Analitične
- Asimptotične
- Polempirične
- Empirične

8. Metode:

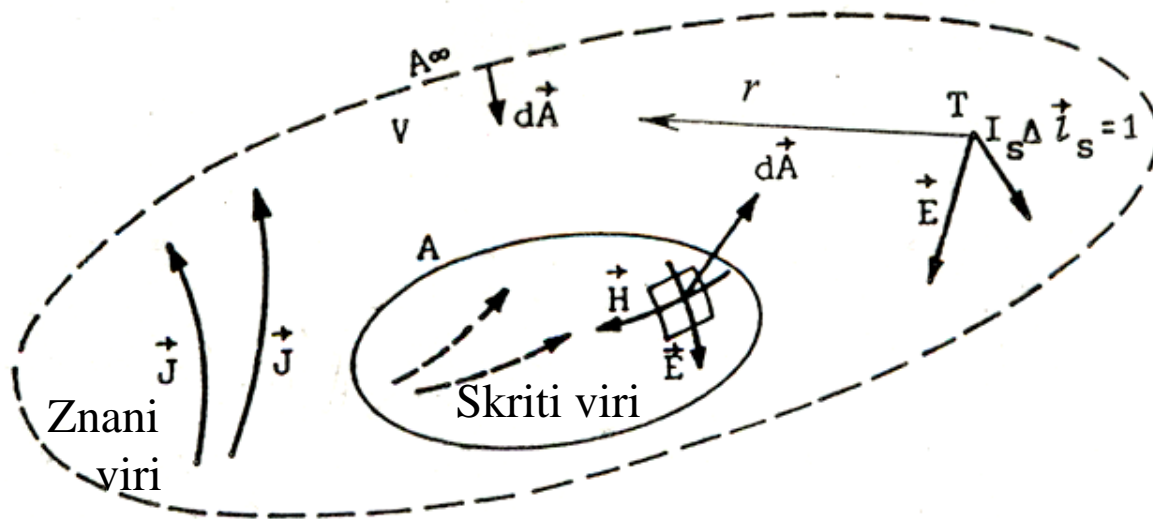
- CCIR
- NBS
- Okumura – Hata
- Walfish – Ikegami, drugi

9. Statistika:

- Rayleigh
- Rice – Nakagami
- Diverzni sprejem (krajevni, polarizacijski)

Elektromagnetne formulacije

- **Vektorsko** elektromagnetno polje:



1. Lorentz :

$$\vec{E}(\vec{T}) \cdot \vec{l}_s I_s \Delta l_s = \int_v \vec{J} \cdot \vec{E}_s dv + \int_A (\vec{E} \times \vec{H}_s - \vec{E}_s \times \vec{H}) \cdot d\vec{A}$$

antenski
problem

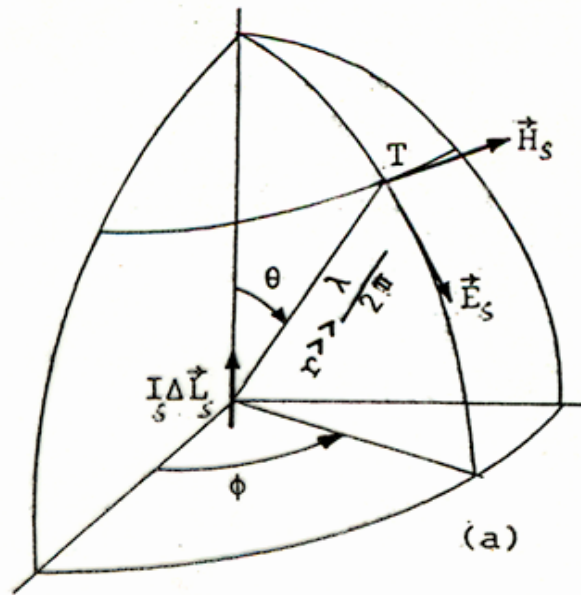
problem širjenja
valov

\vec{E}_s, \vec{H}_s polje računske sonde
 \vec{E}, \vec{H} polje skritih virov

Elektromagnetne formulacije (nad.)

Električna
sonda I_s

(Magnetna
sonda I_{ms})



$$\vec{E}_s = \vec{1}_\theta jZ_0 \frac{I_s \Delta l_s}{2\lambda} \sin \theta \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Daljno polje električne sonde
(tokovnega elementa)

$$\vec{H}_s = \vec{1}_\phi j \frac{I_s \Delta l_s}{2\lambda} \sin \theta \frac{e^{-jkr}}{r}$$

2. Stratton – Chu:

$$\vec{E}(T) = -\frac{1}{4\pi} \int_v \left(j\omega\mu \vec{J}G - \frac{\rho}{\epsilon} \text{grad}'G \right) dv + \frac{1}{4\pi} \int_A \left(\vec{E} \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \vec{E}}{\partial n} \right) dA, \quad G = \frac{e^{-jkr}}{r}$$

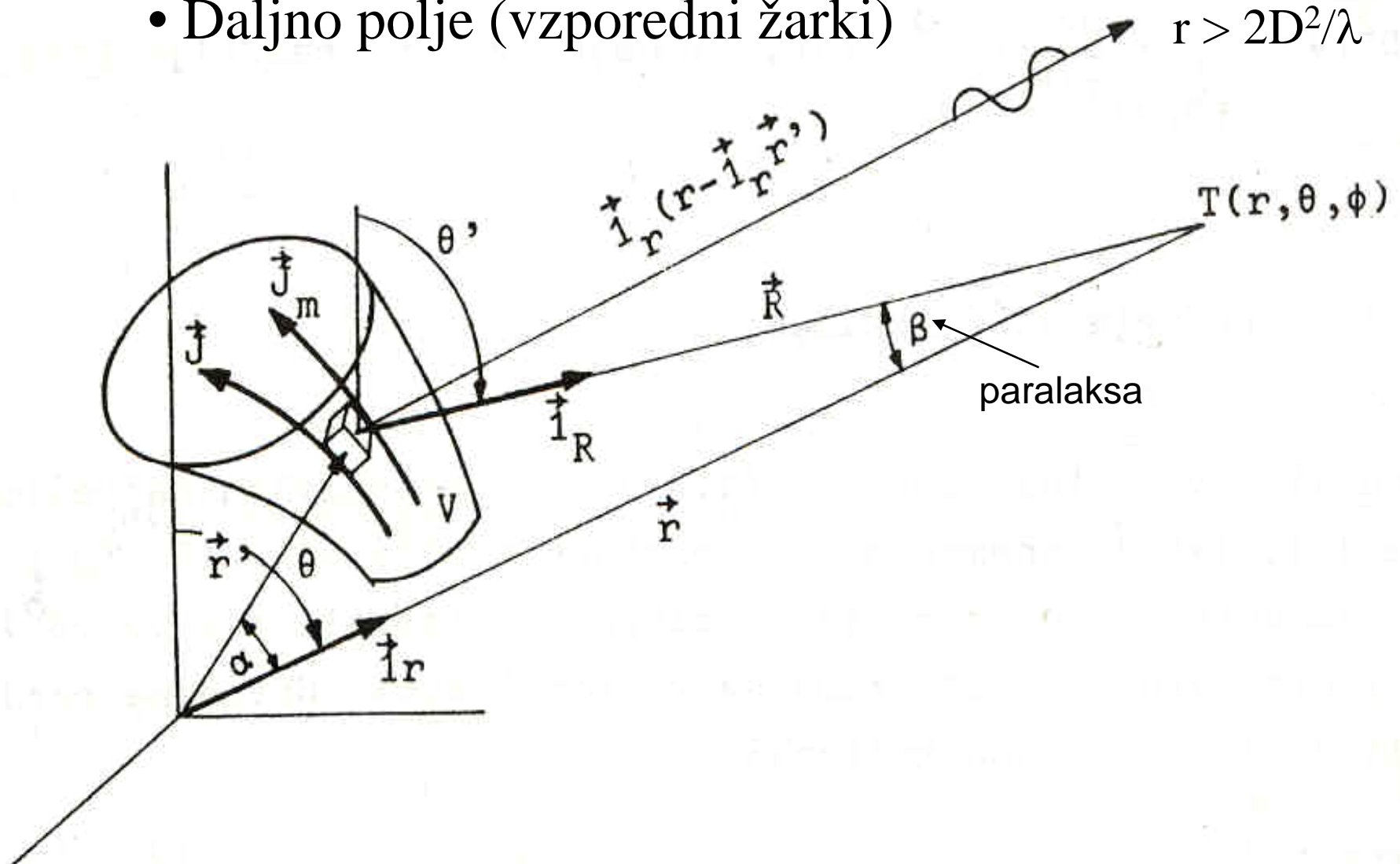
antenski
problem

problem razširjanja
valov

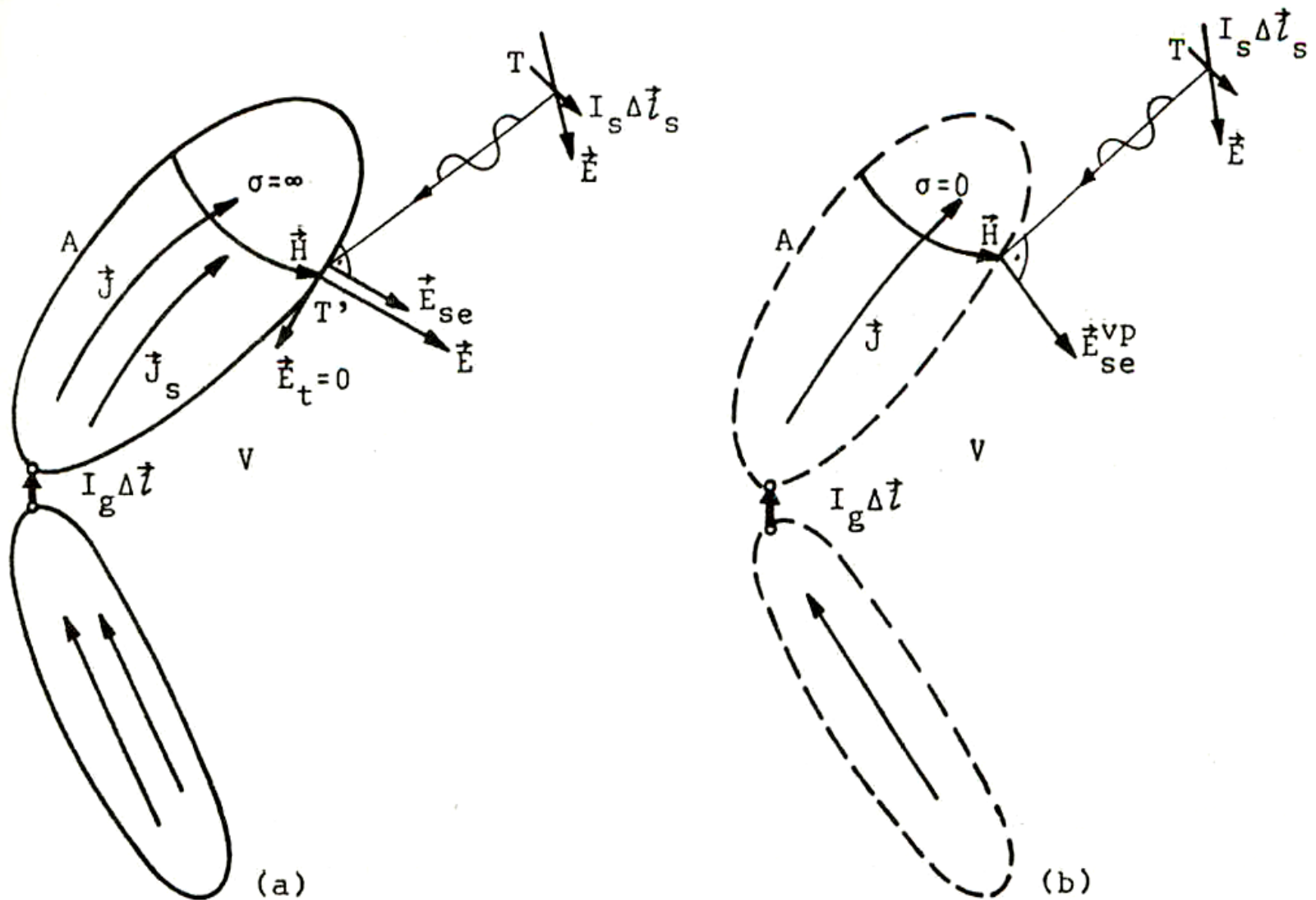
Greenova funkcija –
skalarna sonda

Sevanje anten v Fraunhoferjevem prostoru

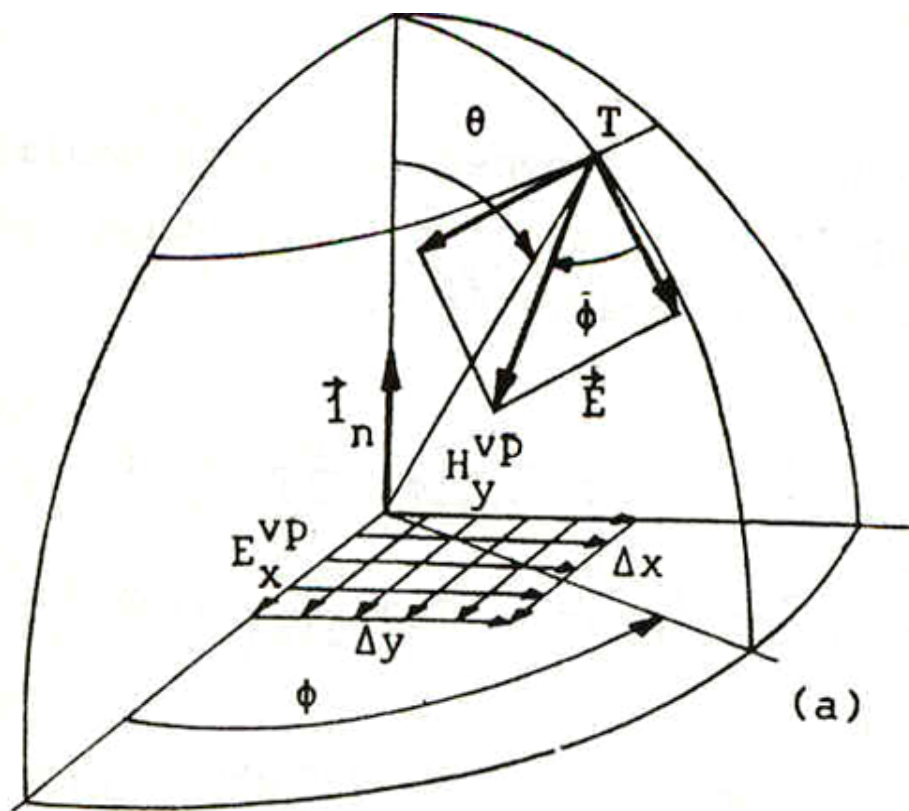
- Bližnje polje (paralaksa)
- Daljno polje (vzporedni žarki)



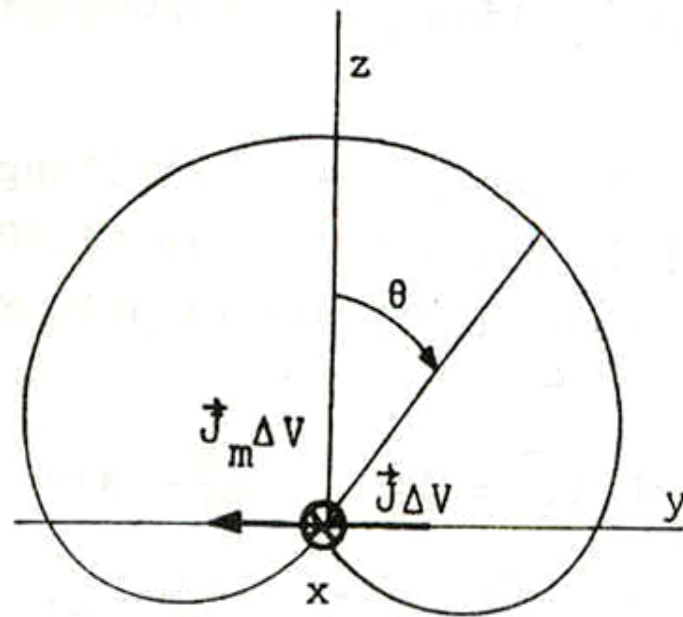
Kovinska in razkovicinjena antena



Huygensov vir in njegovo polje



(a)



(b)

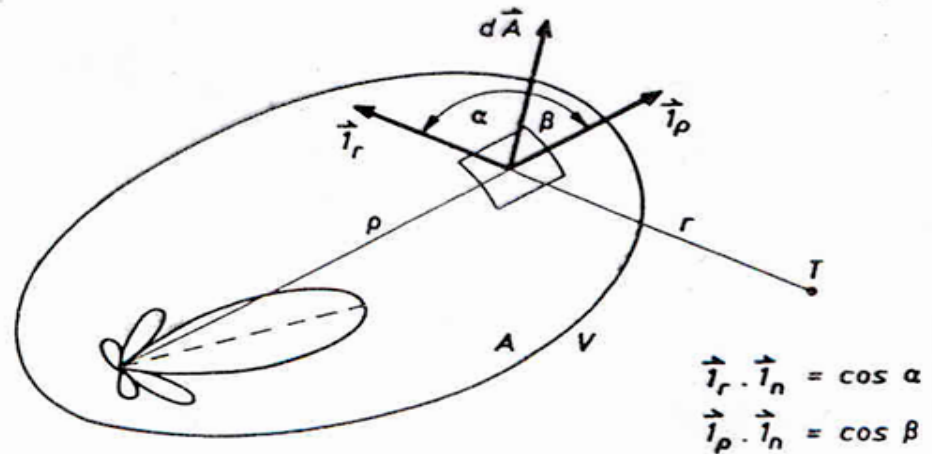
Valovno-optične formulacije

- Elektromagnetno polje v **skalarnem** približku:

1. Helmholtz – Kirchhoff:

$$E(T) = \frac{1}{4\pi} \int_A \left(E \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial E}{\partial n} \right) dA$$

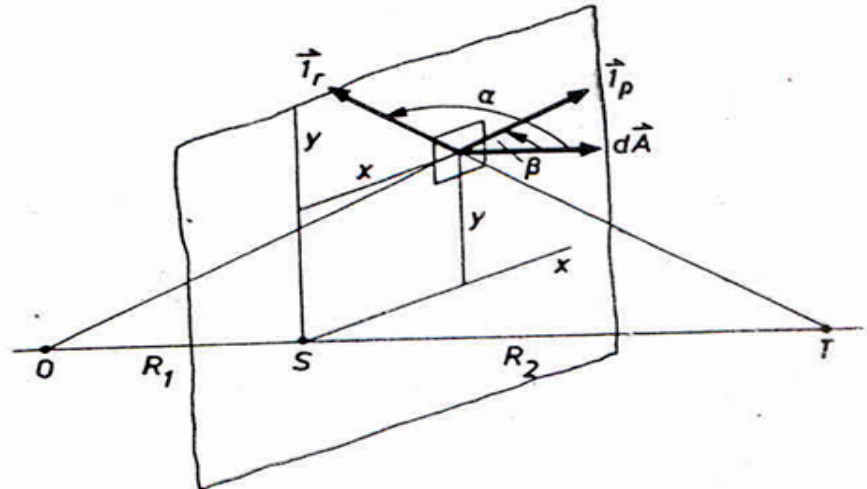
A poljubna sklenjena ploskev



2. Rayleigh:

$$E(T) = \frac{1}{2\pi} \int_A E \frac{\partial G}{\partial n} dA$$

$$E(T) = -\frac{1}{2\pi} \int_A \frac{\partial E}{\partial n} G dA$$



A ravnina

Fizikalne aproksimacije

1. **Zanemaritev sipanega polja:** Zanemarimo sipano polje na integracijski površini. Polje na odprtem delu je enako vpadnemu polju. Polje na zaslonu je nič.

$$E(T) \doteq \frac{1}{4\pi} \int_{A_{\text{odprti del}}} \left(E^{vp} \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial E^{vp}}{\partial n} \right) dA, \text{ ali}$$

$$E(T) \doteq \frac{1}{2\pi} \int_{A_{\text{ravina, odprti del}}} E^{vp} \frac{\partial G}{\partial n} dA$$

2. **Približek vpadnega polja:** Vpadno polje je daljno polje antene

$$E^{vp} = C \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} F(\theta, \phi)$$

3. **Približek daljnega polja:** Upoštevamo pogoje za daljno polje $k\rho \gg 1$

$$\frac{\partial E_{vp}}{\partial n} = \text{grad} E^{vp} \cdot \bar{\mathbf{i}}_n = -C \left(jk + \frac{1}{\rho} \right) \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \bar{\mathbf{i}}_\rho \cdot \bar{\mathbf{i}}_n F(\theta, \phi) \doteq -jkC \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \bar{\mathbf{i}}_\rho \cdot \bar{\mathbf{i}}_n F(\theta, \phi)$$

$$\frac{\partial G}{\partial n} = \text{grad} G \cdot \bar{\mathbf{i}}_n \doteq -jk \frac{e^{-jkr}}{r} \bar{\mathbf{i}}_r \cdot \bar{\mathbf{i}}_n$$

Kirchhoff–Fresnelova aproksimacija

Kirchhoff – Fresnelova aproksimacija:

$$E(T) = j \frac{c}{2\lambda} \int_A \left(\frac{e^{-jk(\rho+r)}}{\rho r} \right) \vec{i}_n \cdot (\vec{i}_p - \vec{i}_r) F(\theta, \phi) dA$$

4. **Zanemaritev smernega diagrama:** Ponavadi lahko zanemarimo odvisnost polja zaradi smernega diagrama ($F(\theta, \phi) = 1$). Skalarni produkt se počasi spreminja in ga nadomestimo z vrednostjo 2.

$$E(T) \doteq j \frac{C}{\lambda} \int_A \frac{e^{-jk(\rho+r)}}{\rho r} dA$$

5. **Zanemaritev amplitudne odvisnosti:** V primejavi s števcem, ki ima izrazito odvisnost, je imenovalc počasna funkcija, ki jo lahko nadomestimo z neko srednjo vrednostjo ($\rho = a$, $r = b$).

$$E(T) \doteq j \frac{C}{\lambda ab} \int_A e^{-jk(\rho+r)} dA$$

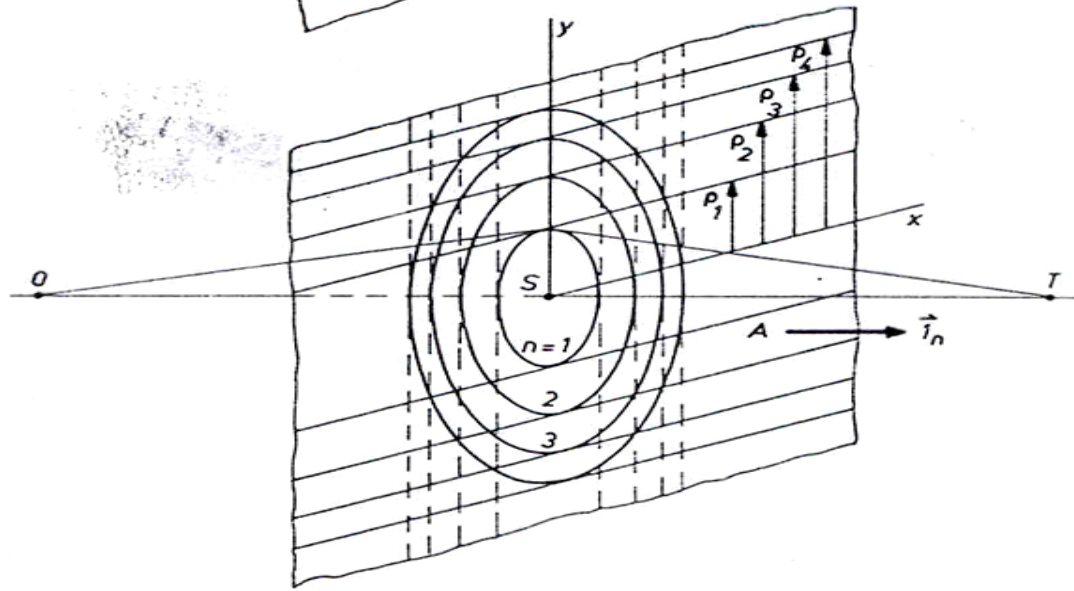
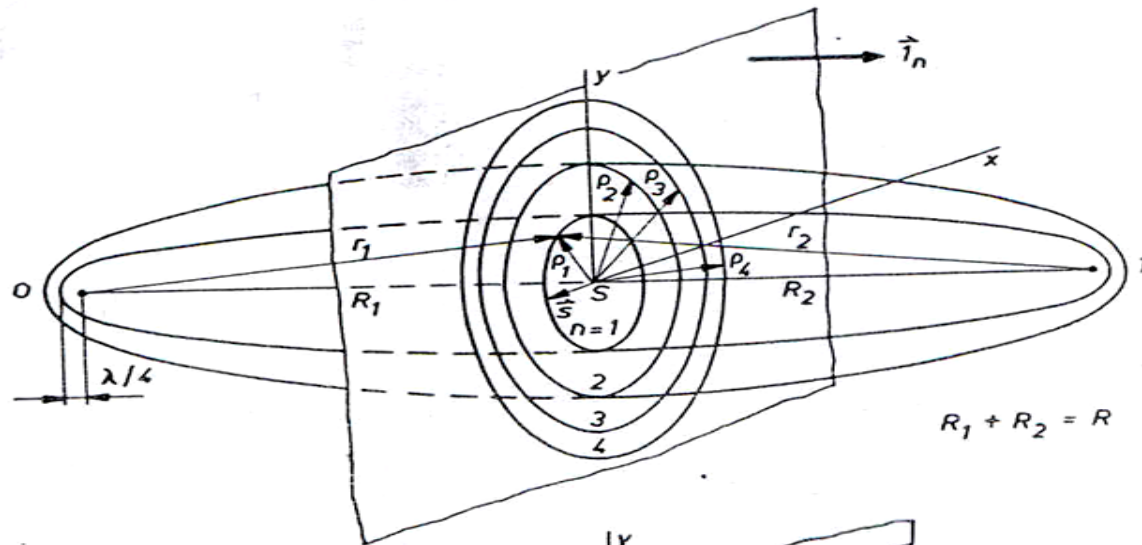
6. **Poenostavitev faze:** Integral je v splošnem nerešljiv tudi pri najpreprostejši geometriji (A – ravnina). Zato moramo fazno odvisnost primerno poenostaviti, na primer z razvojem v potenčno vrsto do vključno kvadratnega člena ($\rho = a + \text{kvadratni člen}$, $r = b + \text{kvadratni člen}$).

$$E(T) \doteq j \frac{C}{\lambda} \frac{e^{-jk(a+b)}}{ab} \int_A e^{-jk(\text{kvadr. člen})} dA$$

Sklep: Kljub velikemu številu poenostavitev, ki so nujne za reševanje, dobimo dober in zanesljiv približek polja. Končna formula zajema bistveni del valovnega pojava.

Fresnelove cone direktne zveze

Prostor okoli zveznice med oddajno in sprejemno točko razdelimo po faznem načelu s Fresnelovimi konfokalnimi rotacijskimi elipsoidi.



$$r_1 + r_2 - R = n \frac{\lambda}{2}$$

$$R = R_1 + R_2$$

$$\rho_n = \sqrt{n\lambda \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$\rho_n = \rho_1 \sqrt{n}$$

$$\rho_{1,\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\lambda R}$$

Površina con:
kolobarji:

$$A_n = \lambda \pi \frac{R_1 R_2}{R} = konst$$

pasovi:

$$A_n = 2(\rho_n - \rho_{n-1})l$$

pada z rastočim n

Uklon na klinasti oviri

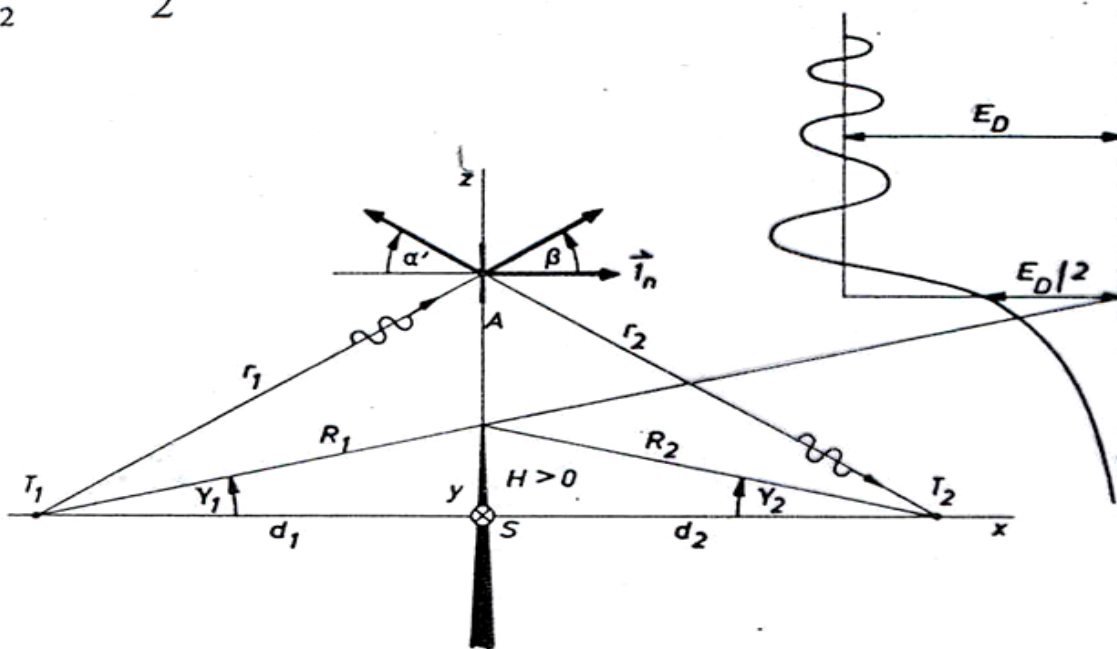
Rayleighova formula za integraciju po ravnini
Upoštevane vse aproksimacije

$$r_1 = \sqrt{d_1^2 + y^2 + z^2} \doteq d_1 + \frac{y^2 + z^2}{2d_1}, \quad r_2 = \sqrt{d_2^2 + y^2 + z^2} \doteq d_2 + \frac{y^2 + z^2}{2d_2}$$

$$E \doteq j \frac{C}{\lambda} \frac{e^{-jk(d_1+d_2)}}{d_1 d_2} \int_{H-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right) (y^2 + z^2)} dy dz$$

$$\frac{E}{E_D} = \frac{1}{1-j} \int_{v=\sqrt{2} \frac{H}{\rho_1}}^{\infty} e^{-j \frac{\pi}{2} v^2} dv$$

$$\frac{1}{\lambda} \frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} z^2 = \frac{1}{2} v^2$$



Matematični približki

Aproksimacije (ITU):

$$L \doteq 0 \text{ dB} \dots\dots\dots v < -0,7$$

$$L \doteq 6,9 + 20 \log \left(\sqrt{(v - 0,1)^2 + 1} + v - 0,1 \right) \dots\dots\dots v > -0,7$$

$$L \doteq 13 + 20 \log v = 16 + 20 \log \frac{h}{\rho_1} \dots\dots\dots v > 2$$

Alternativna aproksimacija (Lee in Chan):

$$L = 0 \dots\dots\dots v \leq -1$$

$$L = -20 \log (0,5 - 0,62 v) \dots\dots\dots -1 < v < 0$$

$$L = -20 \log (0,5 e^{-0,95 v}) \dots\dots\dots 0 \leq v < 1$$

$$L = -20 \log \left(0,4 - \sqrt{0,1184 - (0,38 - 0,1 v)^2} \right) \dots\dots\dots 1 \leq v < 2,4$$

$$L = -20 \log \frac{0,225}{v} \dots\dots\dots v \geq 2,4$$

$$L = 0 \dots\dots\dots v < -0,8$$

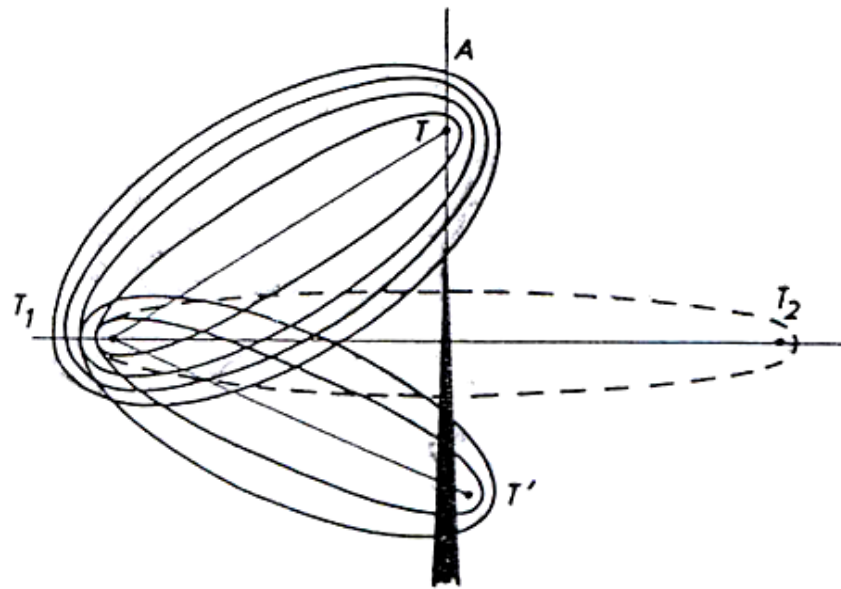
$$L = 6,02 + 9v + 1,65v^2 \dots\dots\dots -0,8 \leq v \leq 0$$

$$L = 6,02 + 9,11v - 1,27v^2 \dots\dots\dots 0 < v \leq 2$$

$$L = 13 + 20 \log v \dots\dots\dots v > 2$$

Predstavitev uklonskih približkov

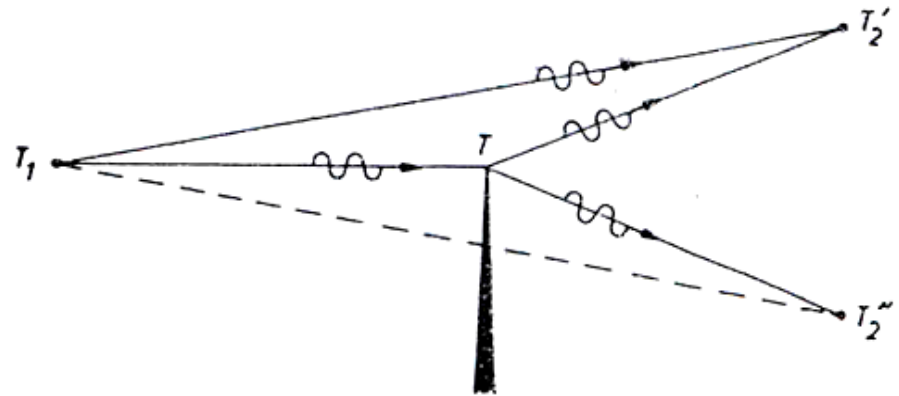
Preizkus aproksimacije da je polje na odprtem delu ravnine približno enako vpadnemu polju



Asimptotična predstavitev uklonjenega polja, ki izhaja navidezno iz roba ovire

$$V > 2 \text{ ali } H > \sqrt{2}\rho_1$$

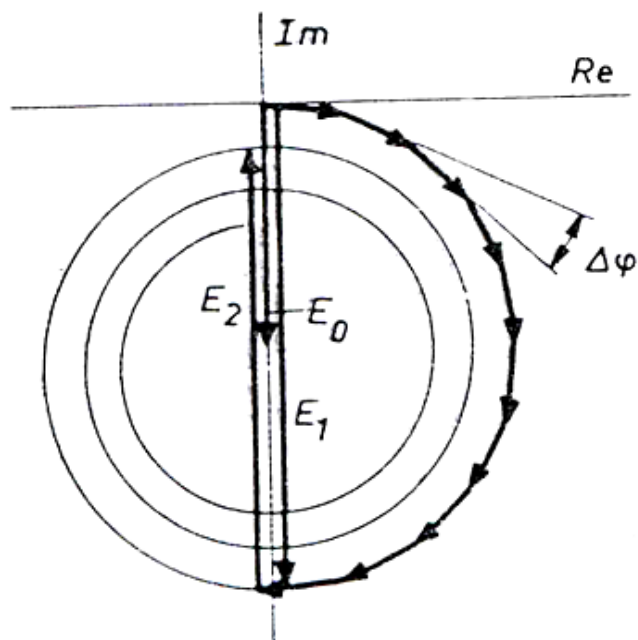
$$\frac{E}{E_D} \doteq e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-j\frac{\pi}{2}V^2}}{\sqrt{2\pi V}}$$



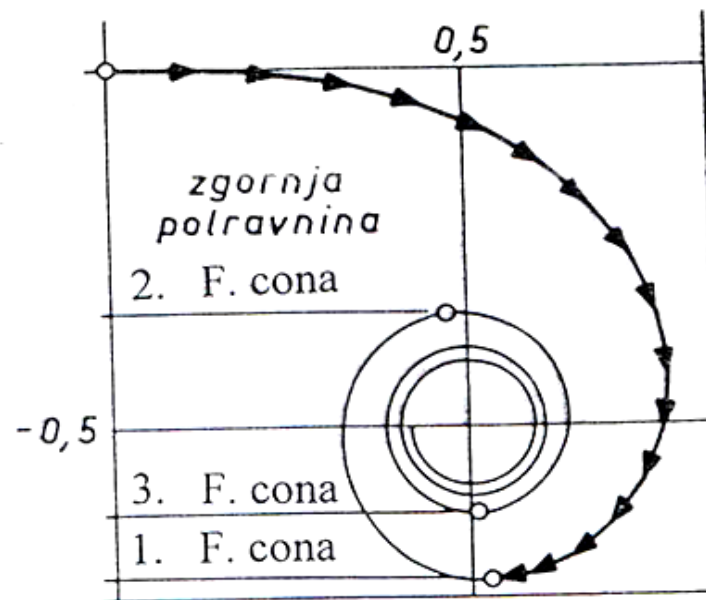
Uklonski kolobarji in pasovi

Interferenčni pojav:

Seštevek po Fresnelovih kolobarjih



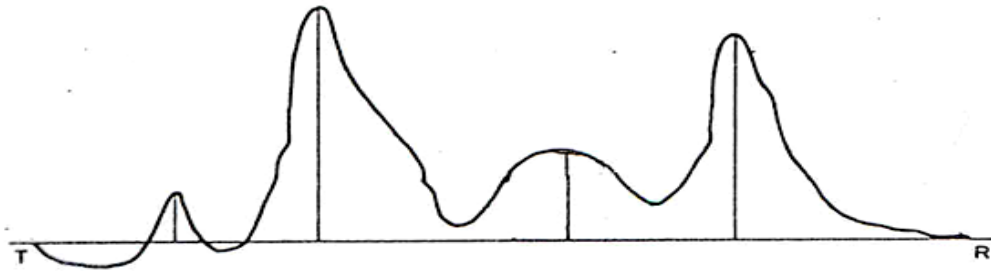
Seštevek po Fresnelovih pasovih



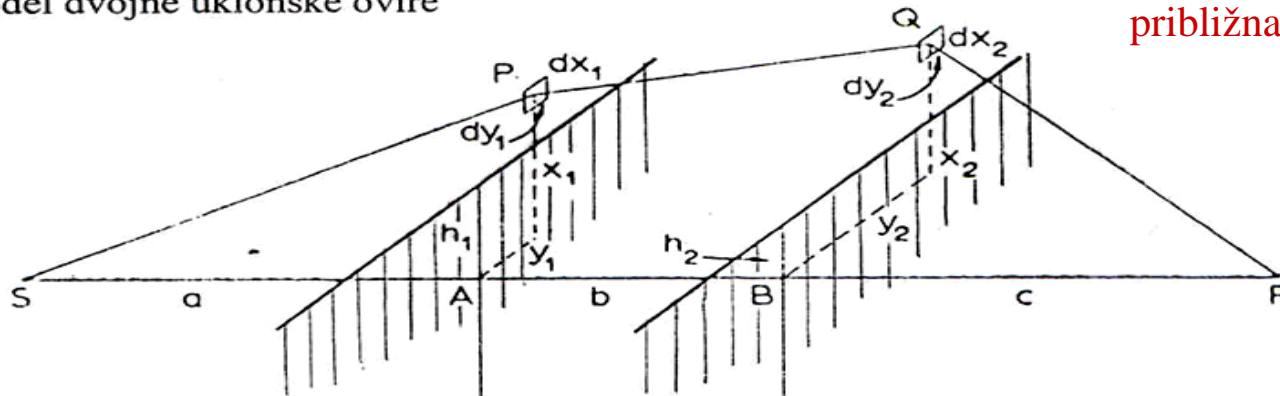
Pri seštevkju polja po kolobarjih je konvergenca polja proti polju E_0 neomejenega prostora razmeroma počasna. Seštevek po pasovih konvergira neprimerno hitreje.

Millingtonova metoda za dve oviri

Primer ovire z dvema prevladujočima ovirama



Model dvojne uklonske ovire



Metode:

- **Millingtonova analitična rešitev**
- Bullingtonova približna metoda
- Epstein – Petersonova približna metoda
- Deygoutova približna metoda
- **Giovanelijeva približna metoda**

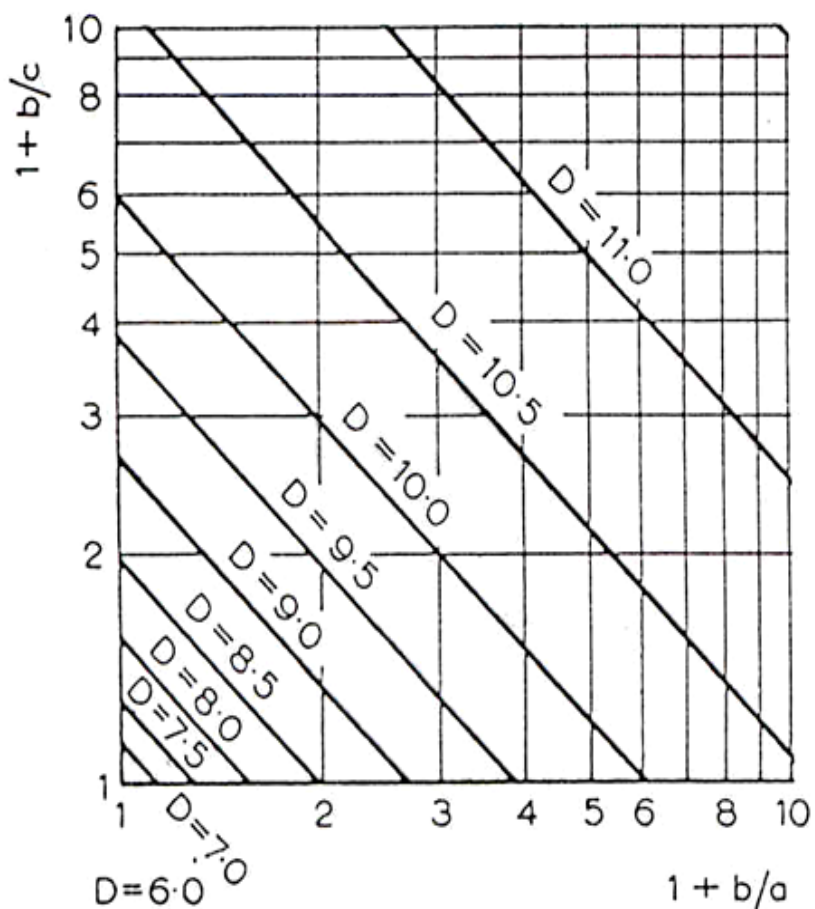
$$\frac{E}{E_0} = \frac{\int_{h_1}^{\infty} \int_{h_2}^{\infty} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{x_1^2}{2a} + \frac{(x_1 - x_2)^2}{2b} + \frac{x_2^2}{2c} \right]} dx_1 dx_2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{x_1^2}{2a} + \frac{(x_1 - x_2)^2}{2b} + \frac{x_2^2}{2c} \right]} dx_1 dx_2}$$

$$\frac{E}{E_0} = -\frac{j}{2} (G(\rho_0, \gamma_1) + G(\rho_0, \gamma_2))$$

G.....Fresnelov površinski integral
 $\rho_0, \gamma_1, \gamma_2$ novi parametri na osnovi geometrijskih podatkov a, b, c, h_1 in h_2 ter valovne dolžine λ

Millingtonova metoda, primer

Rešitev v primeru $h_1 = h_2 = 0$

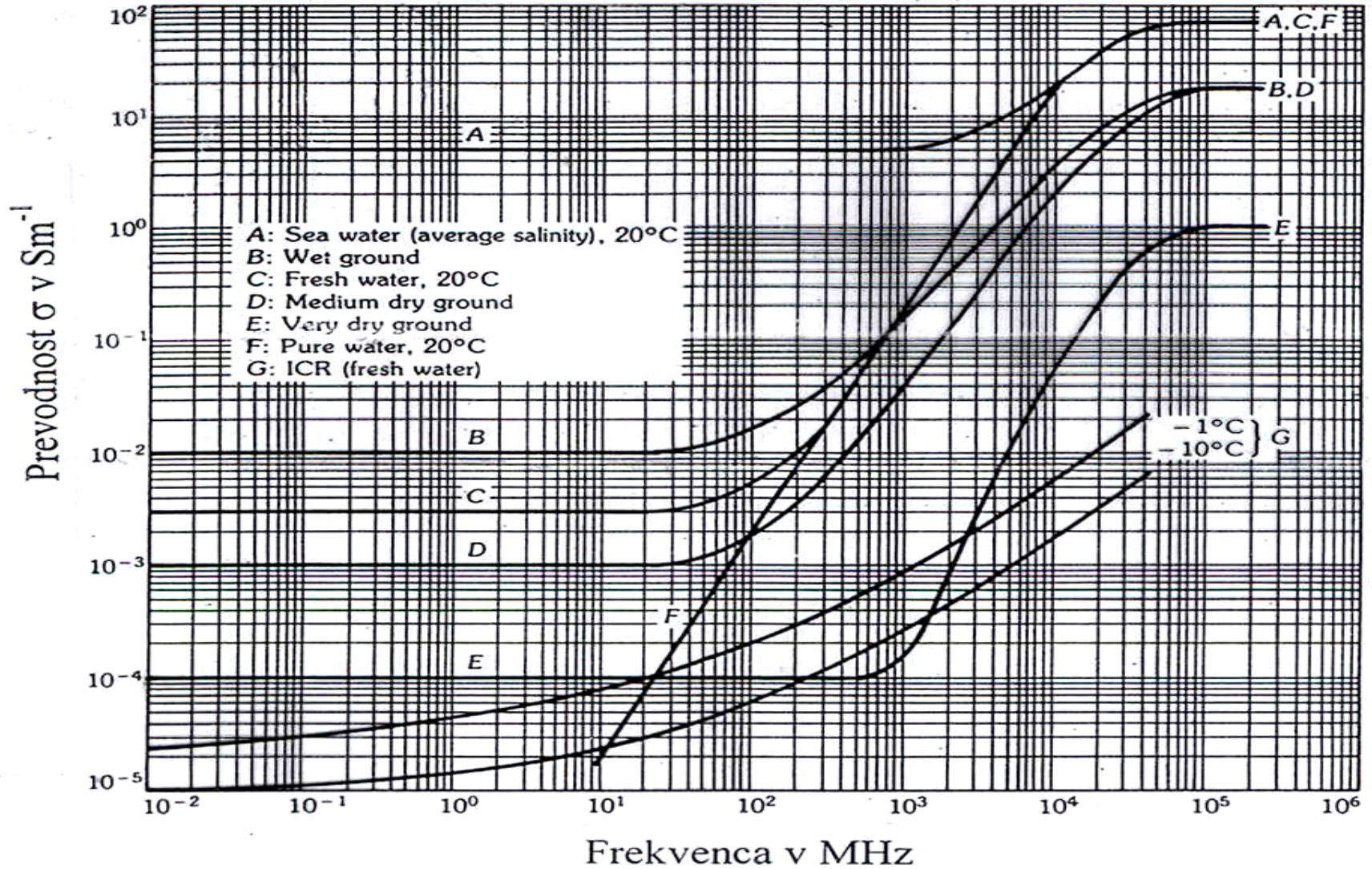


Komentar:

Pri $a = b = c$ in $h_1 = h_2 = 0$ (ekvidistantni oviri, poravnani z zveznico) dobimo slabljenje 9,5 dB. Prav v tem primeru so druge metode najmanj zanesljive.

Millingtonova metoda, omejena na dve zaporedni klinasti oviri, daje najnatančnejše rezultate.

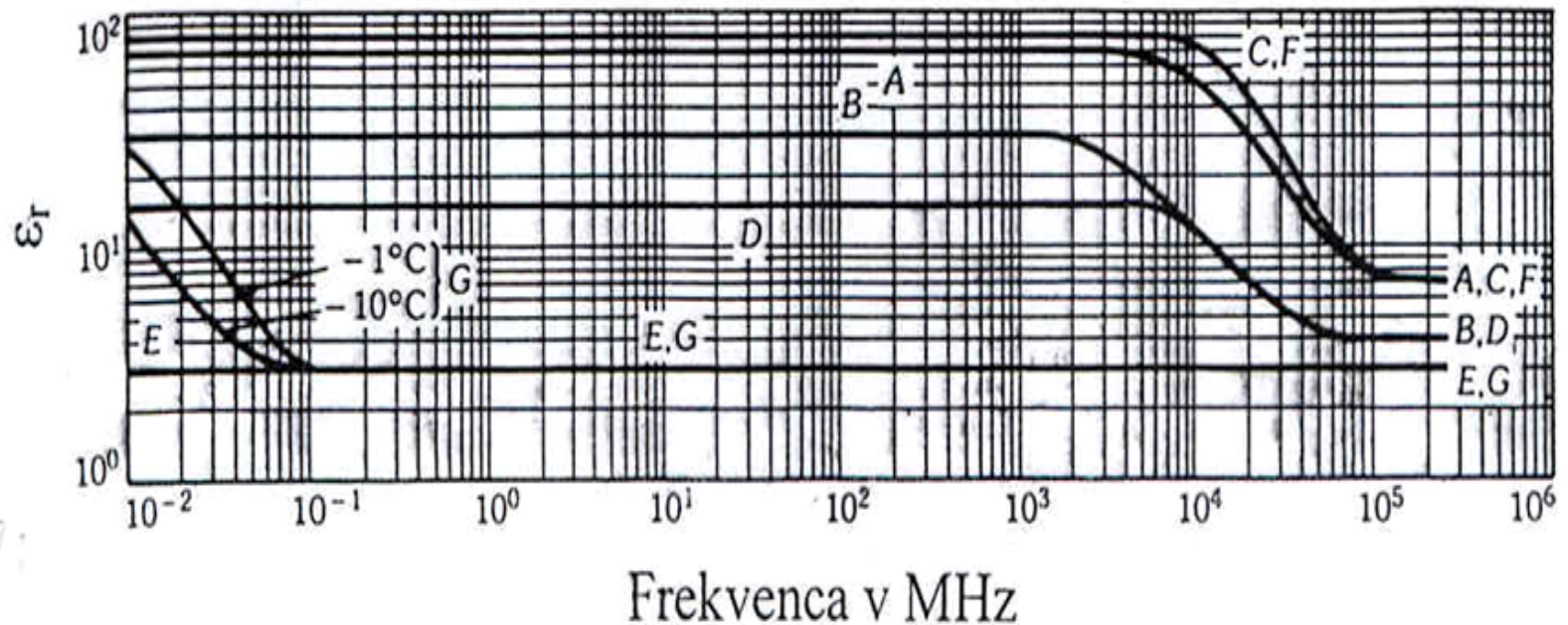
Prevodnost tal



Konduktivnost močno narašča med 100 MHz in 10 GHz.

Dielektričnost tal

2. Relativna dielektrična konstanta ϵ_r



Relativna dielektrična konstanta zelo pada med 10 in 100 GHz.

Odbojnost tal

Ravna (nezaobljena) in gladka (nehrapava) tla

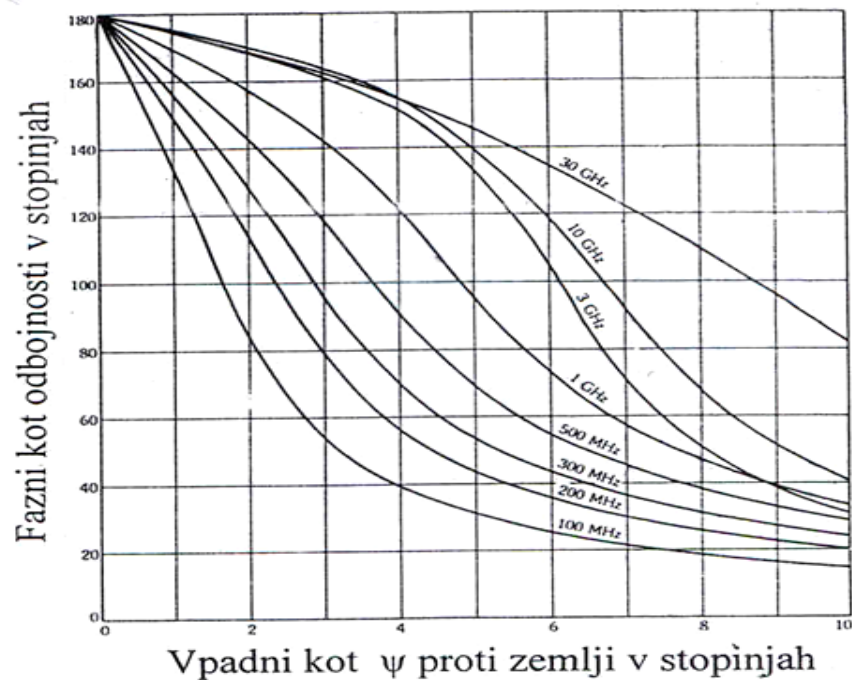
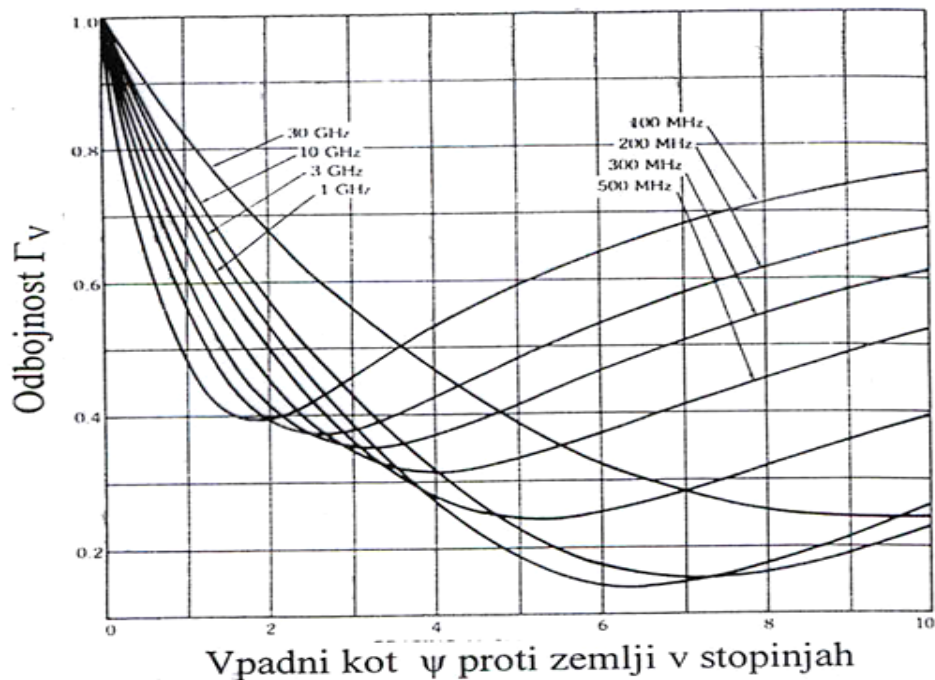
- Odbojnost pri horizontalni in vertikalni polarizaciji, ϵ_r' je kompleksna relativna dielektrična konstanta:

$$\Gamma_H = \gamma_H e^{j\theta_H} = \frac{\sin \psi - \sqrt{\epsilon_r' - \cos^2 \psi}}{\sin \psi + \sqrt{\epsilon_r' - \cos^2 \psi}}$$

$$\Gamma_V = \gamma_V e^{j\theta_V} = \frac{\epsilon_r' \sin \psi - \sqrt{\epsilon_r' - \cos^2 \psi}}{\epsilon_r' \sin \psi + \sqrt{\epsilon_r' - \cos^2 \psi}}$$

$$n = \sqrt{\epsilon_r'} = \sqrt{\epsilon_r - j\sigma/\omega\epsilon_0}$$

- Primer odbojnosti na morski površini pri vertikalni polarizaciji



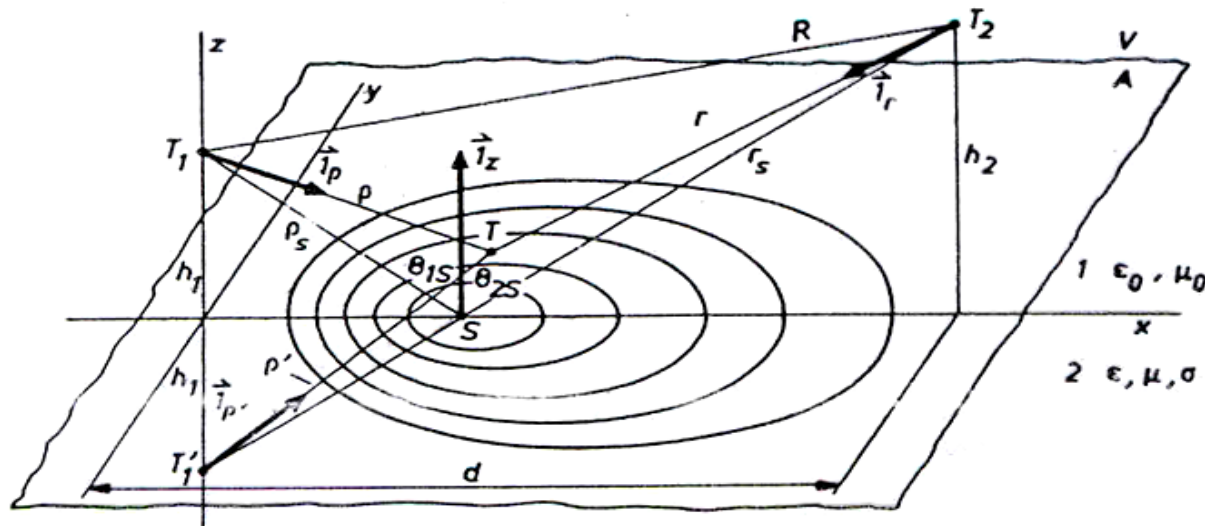
Odboj na ravni meji

Odboj na ravni in gladki meji dveh dielektrikov kot mejnovrednostni problem (Fresnel) rešljiv:

- Vir vpadnega polja v neskončni razdalji, točka opazovanja na končni razdalji
- Vir vpadnega polja na končni razdalji, točka opazovanja v neskončnosti

Če sta vir in opazovalec na končni razdalji, odboj ni analitično rešljiv, zato uporabimo valovno – optične aproksimacije.

ODBOJ SFERIČNEGA VALA KOT INTERFERENČNI POJAV



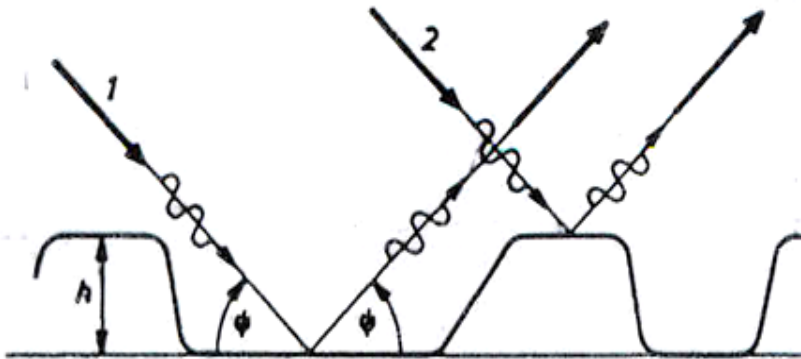
Odbojne cone so zelo razsežne in se raztezajo po vsej dolžini od oddajne do sprejemne točke.

$$E_0(T_2) = \frac{1}{4\pi} \int_A \left(E_0 \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial E_0}{\partial n} \right) dA = \frac{1}{4\pi} \int_A \Gamma(\bar{k}_v) \frac{\partial}{\partial n} (E_v G) dA$$

Odboj od neravnih tal 1/2

1. Rayleighov kriterij za ravnost tal.

Na neravnih (hrapavih) tleh se val na posameznih mestih odbija s fazno razliko. Odboj na neravnih tleh je vsaj v približku zrcalen, če je fazna razlika med prispevki zadosti majhna, na primer manjša od $\pi/2$.



Odtod sledi Rayleighov kriterij za neravnost tal, od katerih se val v približku odbija zrcalno:

$$h \leq \frac{\lambda}{8 \sin \psi}$$

Pri zelo poševnem vpadu (ψ majhen) znaša dopustna neravnost lahko več valovnih dolžin. Če kriterij ni izpolnjen, postaja odboj bolj ali manj difuzen, zato se odbojnost tal zmanjša, kar je za radijske zveze ponavadi ugodno.

Odboj od neravnih tal 2/2

2. Odbojnost neravnih tal

Polje ravninskega planega vala E_v , odbito od neravne površine odbojnosti Γ na meji zrak – dielektrik, določimo po Helmholtz – Kirchhoffovi metodi z nastavkom

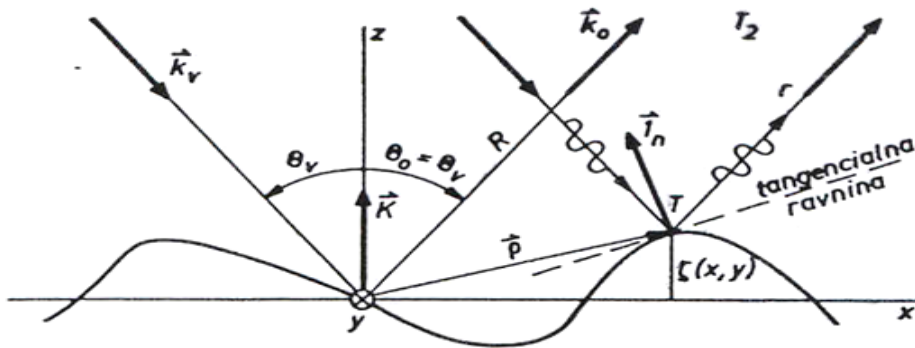
$$E_o(T_2) = \frac{1}{4\pi} \int \left(E_o \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial E_o}{\partial n} \right) dA = \frac{1}{4\pi} \int \Gamma \frac{\partial}{\partial n} (E_v G) dA$$

$$E_v(T) = E_v(0) e^{-j\vec{k}_v \cdot \vec{\rho}}$$

$$G = \frac{e^{-jkr}}{r} \doteq e^{j\vec{k}_o \cdot \vec{\rho}} \frac{e^{-jkR}}{R}$$

$$\vec{K} = \vec{k}_o - \vec{k}_v = \vec{1}_z K$$

$$K = 2k_v \sin \psi_v, \quad \psi_v = \frac{\pi}{2} - \theta_v$$



$$E_o(T_2) = jE_v(0) \frac{e^{-jkR}}{R} \int_A \Gamma e^{j\vec{K} \cdot \vec{\rho}} dx dy$$

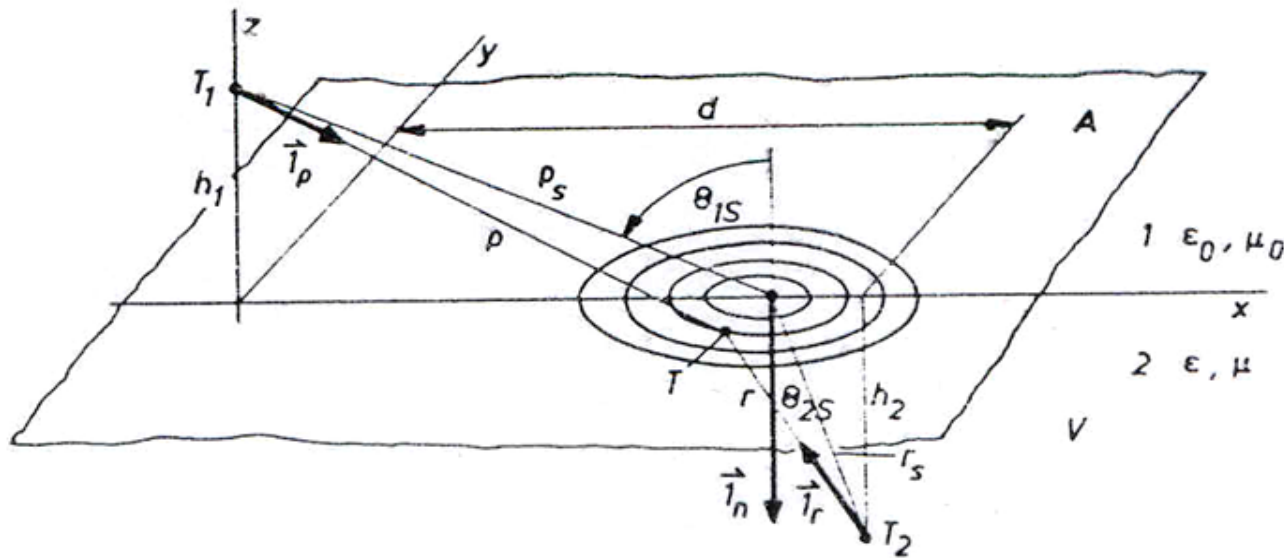
Naključna valovita površina z Gaussovo porazdelitvijo višinskih odstopanj (standardna deviacija σ) ima odbojnost

$$\Gamma = \Gamma_0 e^{-2 \left(\frac{2\pi\sigma \sin \psi_v}{\lambda} \right)^2}, \quad \Gamma_0 \text{ odbojnost ravnih tal}$$

Primeren model je odboj na valoviti morski površini. Eksperimenti potrjujejo pravilnost zgornje formule.

Lom na meji

LOM SFERIČNEGA VALA KOT INTERFERENČNI POJAV



Lomne cone npr. na morski površini so razmeroma majhne po velikosti.

$$E(T_2) = j \frac{C}{4\pi} \int_A (1 + \Gamma(\bar{k}_v)) \frac{e^{-j(k_1 \rho + k_2 r)}}{\rho r} (-\bar{i}_z) \cdot (k_1 \bar{i}_\rho - k_2 \bar{i}_r)$$

Electric sources, \mathbf{J}	Magnetic sources, \mathbf{M}
$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0\mathbf{H}$	$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\mathbf{E}$
$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{J}$	$-\nabla \times \mathbf{E} = j\omega\mu_0\mathbf{H} + \mathbf{M}$
$\nabla^2\mathbf{A} + k^2\mathbf{A} = -\mu_0\mathbf{J}$	$\nabla^2\mathbf{F} + k^2\mathbf{F} = -\epsilon_0\mathbf{M}$
$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{J}$	$\mathbf{F} = -\frac{\epsilon_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{M}$
$\mu_0\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}$	$\epsilon_0\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F}$
$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \frac{1}{\omega\mu_0\epsilon_0} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})$	$\mathbf{H} = -j\omega\mathbf{F} - \frac{1}{\omega\mu_0\epsilon_0} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F})$

TABLE 2.3. Electric and Magnetic Dual Quantities and Variables

Electric sources, \mathbf{J}	Magnetic sources, \mathbf{M}
\mathbf{E}	\mathbf{H}
\mathbf{H}	$-\mathbf{E}$
\mathbf{J}	\mathbf{M}
\mathbf{A}	\mathbf{F}
ϵ_0	μ_0
μ_0	ϵ_0
η_0	$1/\eta_0$