

MIMO

Mobitel d.d.,
izobraževanje

23. 10. 2009,
predavanje 25

Prof. dr. Jožko
Budin

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$$

$$\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{V}\mathbf{V}^H = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{U}^H\mathbf{H}\mathbf{V} = \mathbf{\Sigma}$$

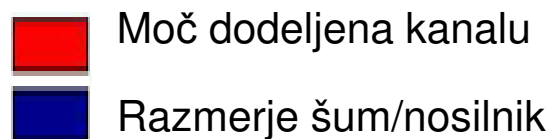


Vsebina

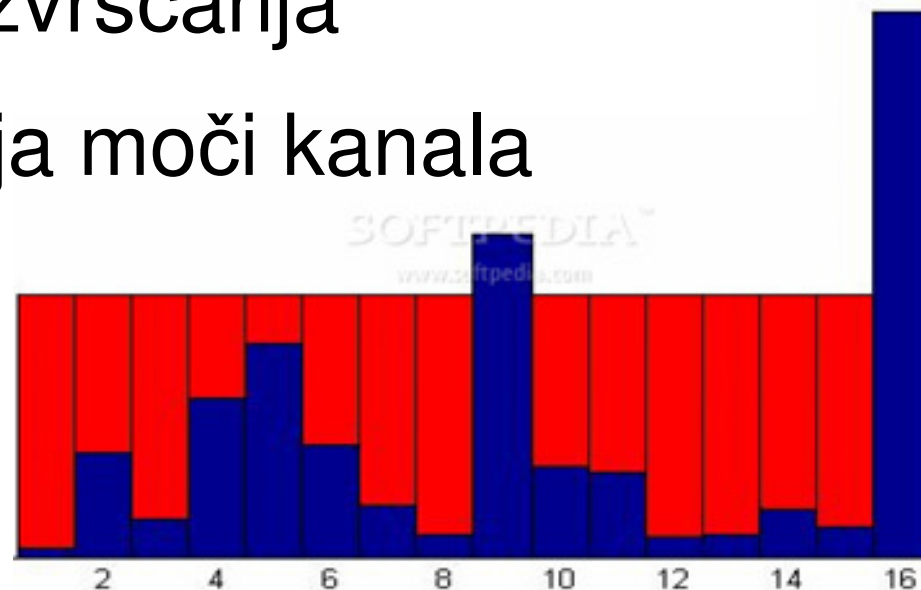
1. Radijski kanal, njegove karakteristike in pogoji delovanja radijskih sistemov
2. Vrste disperzije v mnogosteznem kanalu
3. Standardi
4. Področja uveljavljanja sistema MIMO:
 - multipleks, raznolikost, oblikovanje snopa
5. Singularna dekompozicija kanalov, procesiranje
6. Kapaciteta kanala, dobitok raznolikosti
7. Prostorski in polarizacijski multipleks:
 - nekoreliranost in ortogonalnost
8. OFDM-MIMO, MU-MIMO
9. MIMO v sistemih radijskega dostopa in mobilnih zvez

Uvodne splošne teme

- Delovanje MIMO v pogojih mnogosteznega razširjanja
- Razvrščanje (multipleksiranje), raznolikost (diversity), oblikovanje diagrama (beamforming)
- Ortogonalnost med kanali, prostorska dimenzija kot nov način razvrščanja
- Mimo optimizacija moči kanala



- MIMO koncept



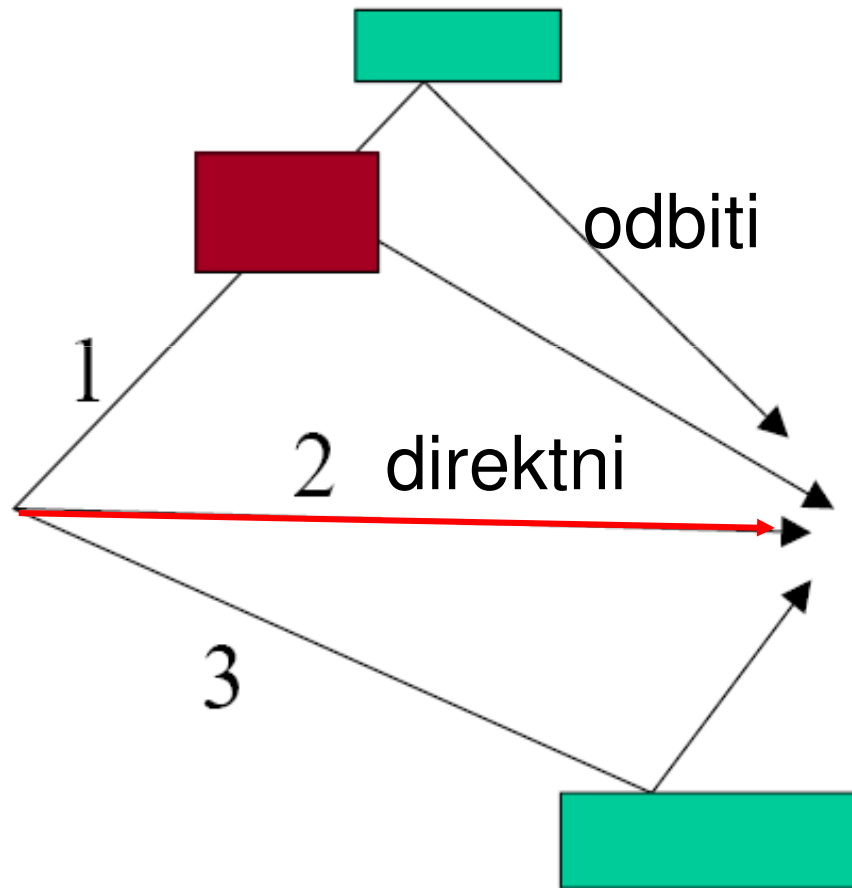
Ključna odkritja v radijskih komunikacijah

- Heterodinski sprejem – koherentne komunikacije
Alwin H. Armstrong, 1918
- Povratna vezava (feedback)
- Optimalni sprejem (matched filter)
- Kapaciteta kanala, Claude Shannon, 1948
- Prehod na digitalno tehniko
- Razpršeni spekter
- Vnaprejšnje kodiranje (FEC)
- Digitalna obdelava signala (DSP)
- Celična omrežja
- **MIMO, (OFDM-MIMO), Jack Winters 1987**

Radijska vidljivost - nevidljivost

Zveza LOS:

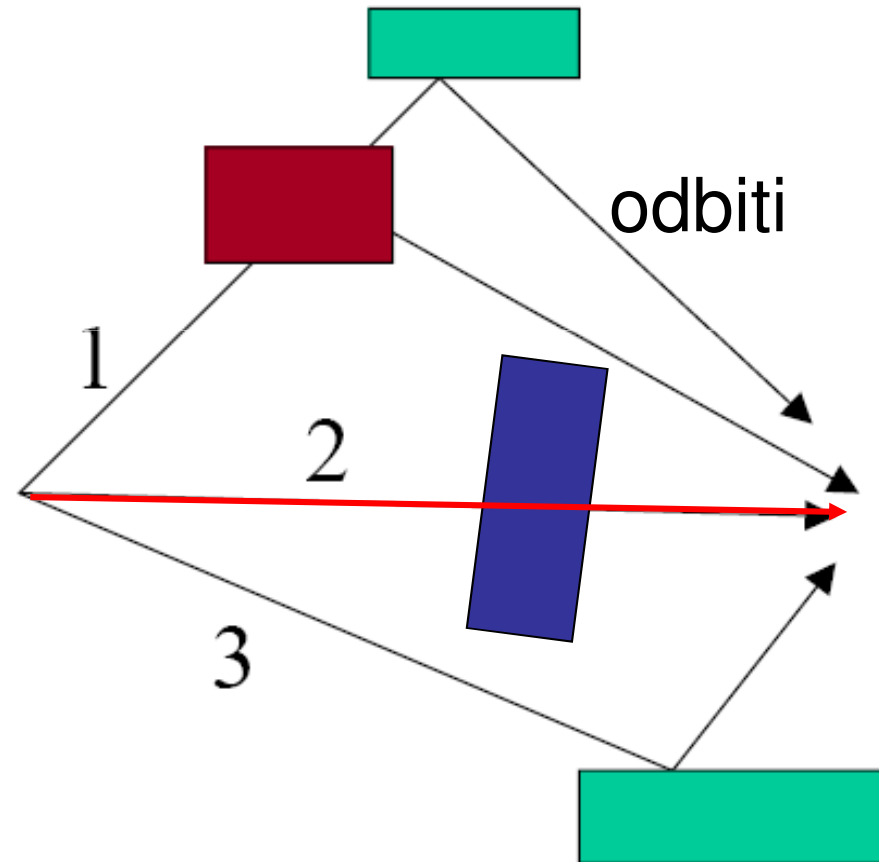
Radijska vidljivost



- Direktni val je nezaslonjen

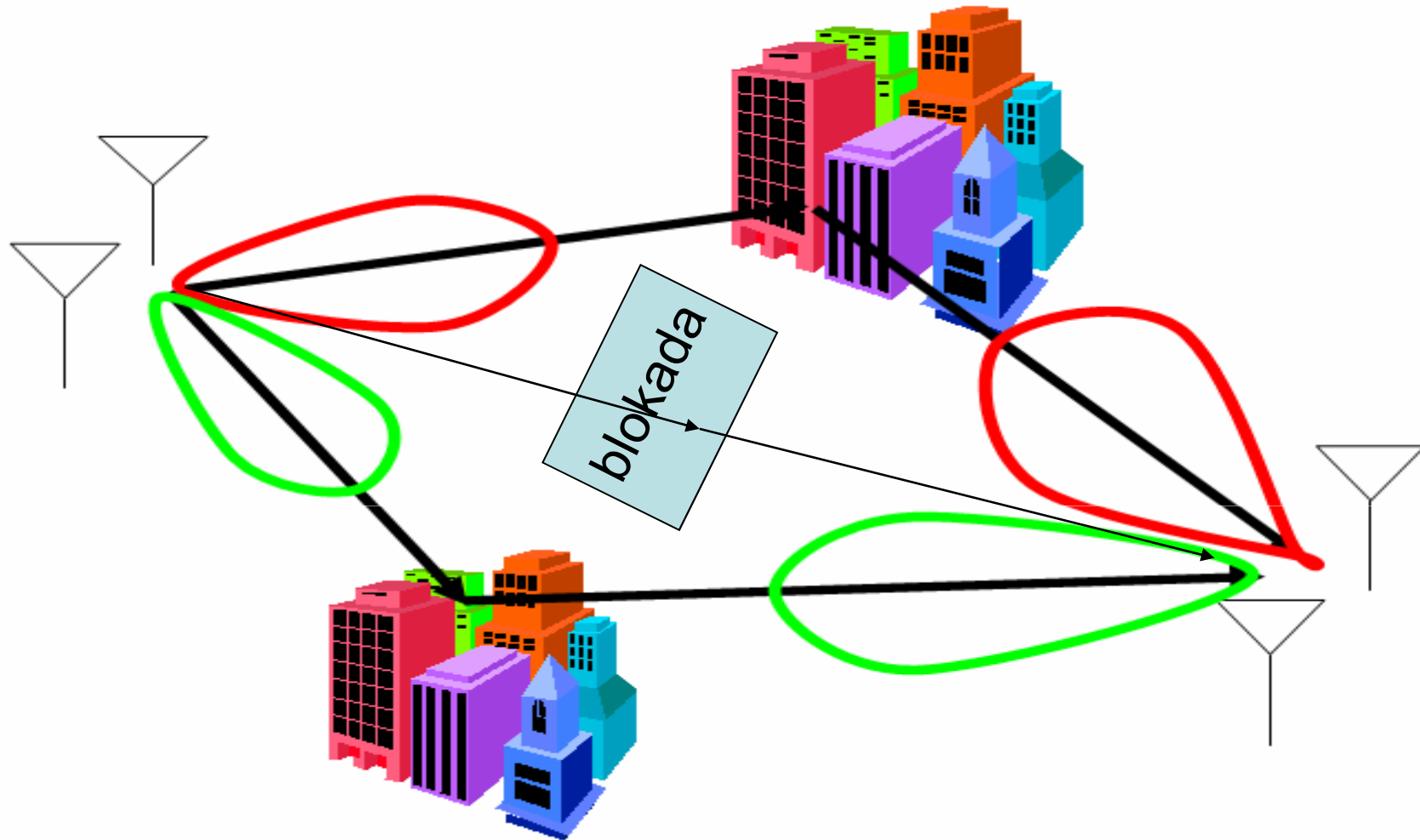
Zveza NLOS:

Radijska nevidljivost



- Direktni val je zaslonjen

Konvencionalna zveza in zveza MIMO⁷



Dveh kanalov na isti frekvenci in brez medsebojnemotnje ne moremo ustvariti samo na osnovi elektromagnetne propagacije. Potrebno je procesiranje signala (DSP).

Ortogonalnost in nekoreliranost

8

1. **Rodovna ortogonalnost:** Različna valovodna rodova \mathbf{E}_i in \mathbf{E}_j sta ortogonalna in pri širjenju po homogeni strukturi med seboj neodvisna. Rodovi se med seboj ne sklapljajo.

$$\int_A \vec{E}_i(x, y) \times \vec{H}_j(x, y) d\vec{A} = 0, \quad \int_A \vec{E}_{ti}(x, y) \cdot \vec{E}_{tj}(x, y) dA = 0$$

A - prečni prerez valovoda $E_{t i, j}$ - tangencialni komponenti

2. **Polarizacijska ortogonalnost:** Ortogonalni polji \mathbf{E}_1 in \mathbf{E}_2 sta neodvisni in se med seboj ne sklapljata.

$$\vec{E}_1(x, y) \cdot \vec{E}_2(x, y) = 0$$

3. **Nekoreliranost v prostoru:** Časovno nepovezani polji $E_1(P_1, t)$ in $E_2(P_2, t)$ v točkah P_1 in P_2 prostora sta statistično neodvisni pri zadostnem razmiku med točkama in pri $T \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E_1(P_1, t) E_2^*(P_2, t) dt = 0$$

E_1, E_2 amplitudi
(skalarnega) polja

Ortogonalnost med kanali

1. Valovni rodovi v valovodnih strukturah

- Kovinski in dielektrični valovodi: načini valovanja, rodovi TE, TM, HE, EH.
- Ortogonalnost med rodovi na prečnem prerezu valovoda pomeni, da se v homogenih strukturah rodovi medsebojno ne sklapljajo; širijo se nemoteno, kot da drugih valov ne bi bilo. Povprečje skalarnega produkta tangencialnih komponent polja po prečnem prerezu valovoda je nič.

2. Ortogonalna polarizacija v prostoru

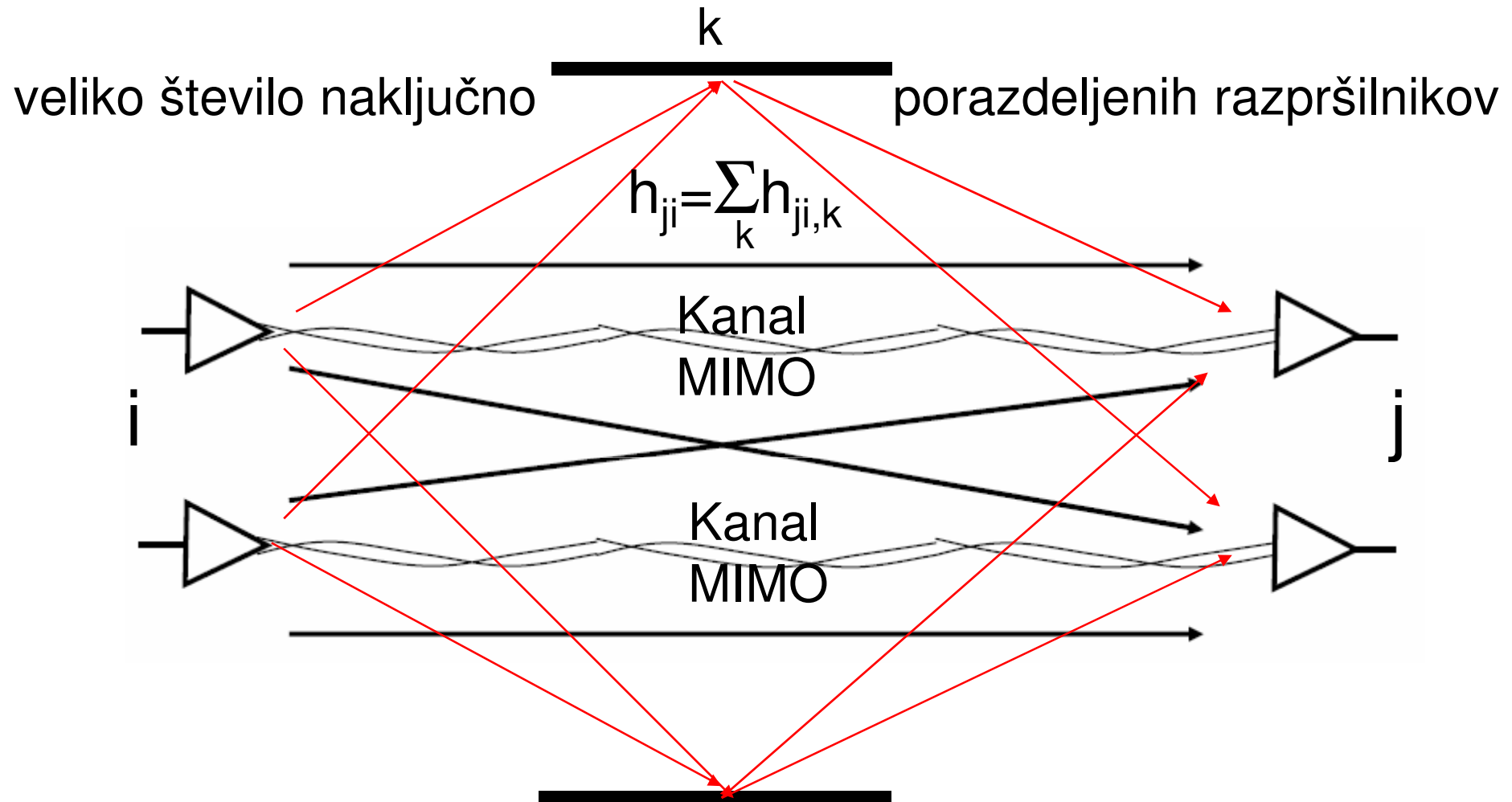
- Vektorska ortogonalnost polj \mathbf{E}_1 in \mathbf{E}_2 (\mathbf{H}_1 in \mathbf{H}_2) v točk prostora. Skalarni produkt polj je nič.

3. Nekoreliranost polja v točkah prostora

- Pri širjenju v prostoru z močno (časovno, frekvenčno, kotno) disperzijo je polje v dveh zadosti razmaknjenih točkah časovno nekorelirano. Časovno povprečje produkta jakosti (amplitude) polj v dveh točkah prostora je nič.

MIMO – razpršene prenosne poti

10

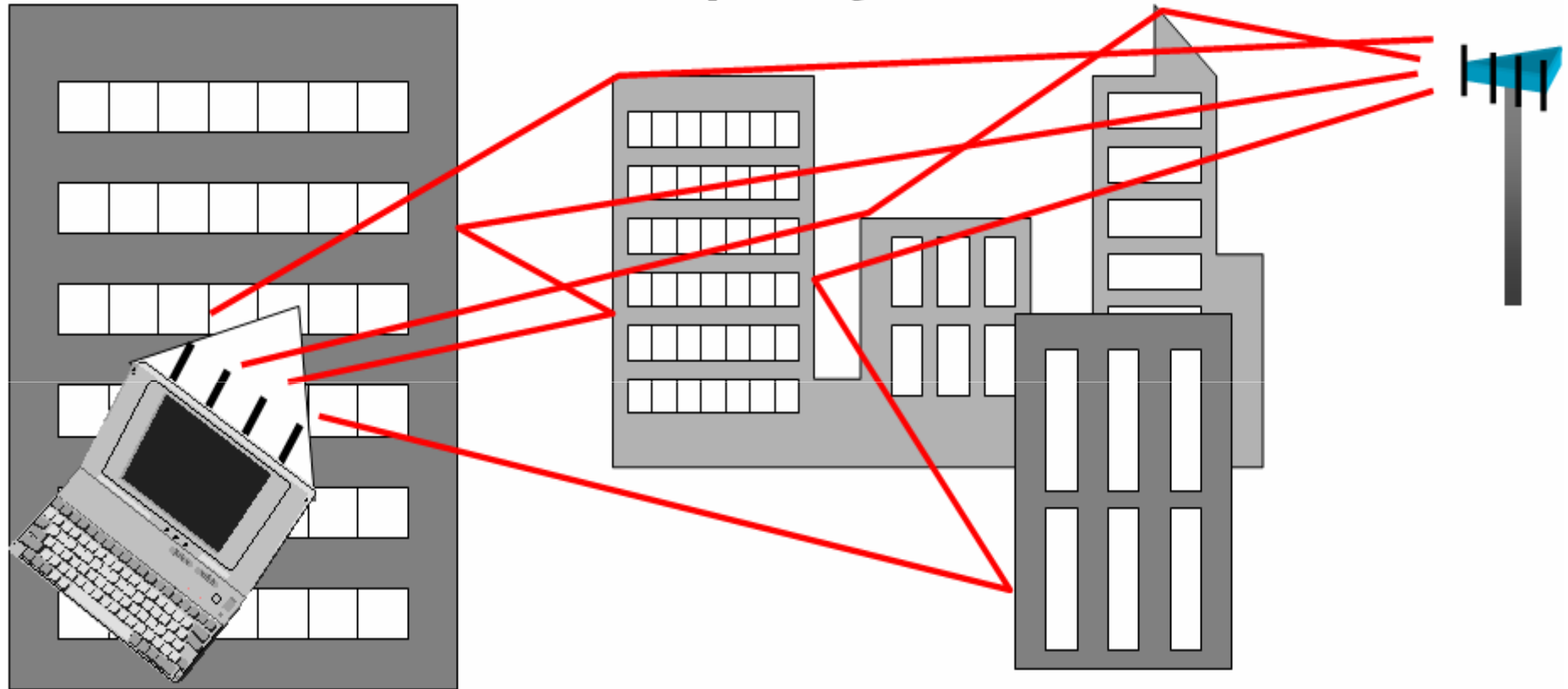


V pogojih širjenja NLOS so direktne poti zaslonjene, zveza poteka preko **številnih** razpršilnikov, koeficienti h_{ji} simbolizirajo seštevek vseh signalnih poti med i in j.

MIMO

11

Prostor in polarizacija–dve novi prvini za multipleksiranje



Kanala med oddajno in sprejemno točko vnaprej ne poznamo. Predpostavljamo primer NLOS (radijsko nevidljivost). Propagacija je mnogostezna (Rayleigh-jeva statistika). Kanal se lahko močno spremeni že pri najmanjši spremembi časa, frekvence ali mesta mobilne naprave. Kanali oz. signali med posameznimi antenami bazne in mobilne naprave morajo biti medsebojno nekorelirani (zadosten razmik med antenami). Za procesiranje signala moramo poznati informacijo o trenutnem stanju kanala.

Multipleks in raznolikost v kanalu

1. Dosedanji načini:

A. Razvrščanje (Mux)

(multipleksiranje)

- Frekvenčno FDM
- Časovno TDM
- Kodno CDM

B. Raznolikost (Diversity)

- Prostorska
- Polarizacijska
(princip redundance)

2. Novi načini, MIMO:

A. Razvrščanje (Mux)

- Prostorsko, (SDM Space Division Mux.)

(princip nekoreliranosti)

- Polarizacijsko (PDM)

(princip ortogonalnosti)

B. Raznolikost (Diversity)

C. Oblikovanje snopa

Kaj nudi MIMO

Večantenske sisteme MIMO je mogoče uporabljati večnamensko:

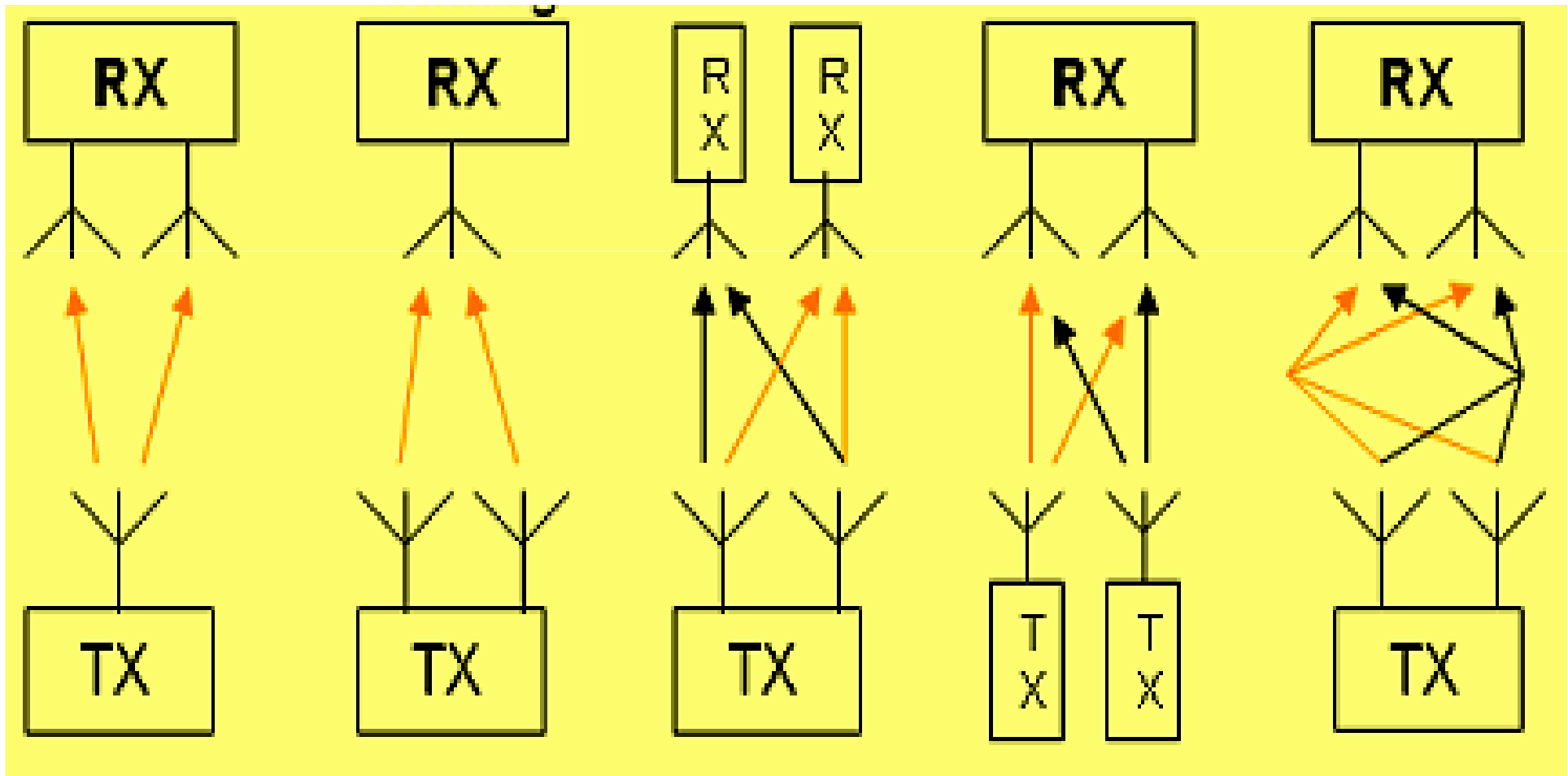
Raznolikost

Oblikovanje snopa

SDMA

Preprečevanje motnje

MIMO SDM



Načini, dosežki in pomanjkljivosti

A. Načini:

1. MIMO – prostorski multipleks (SDM)
2. MIMO – raznolikost
3. MIMO – oblikovanje diagrama
4. MIMO – preprečevanje motnje
5. MIMO – multipleksni dostop (SDMA)

B. Dosežki:

Ad 1. Visoka kapaciteta kanala

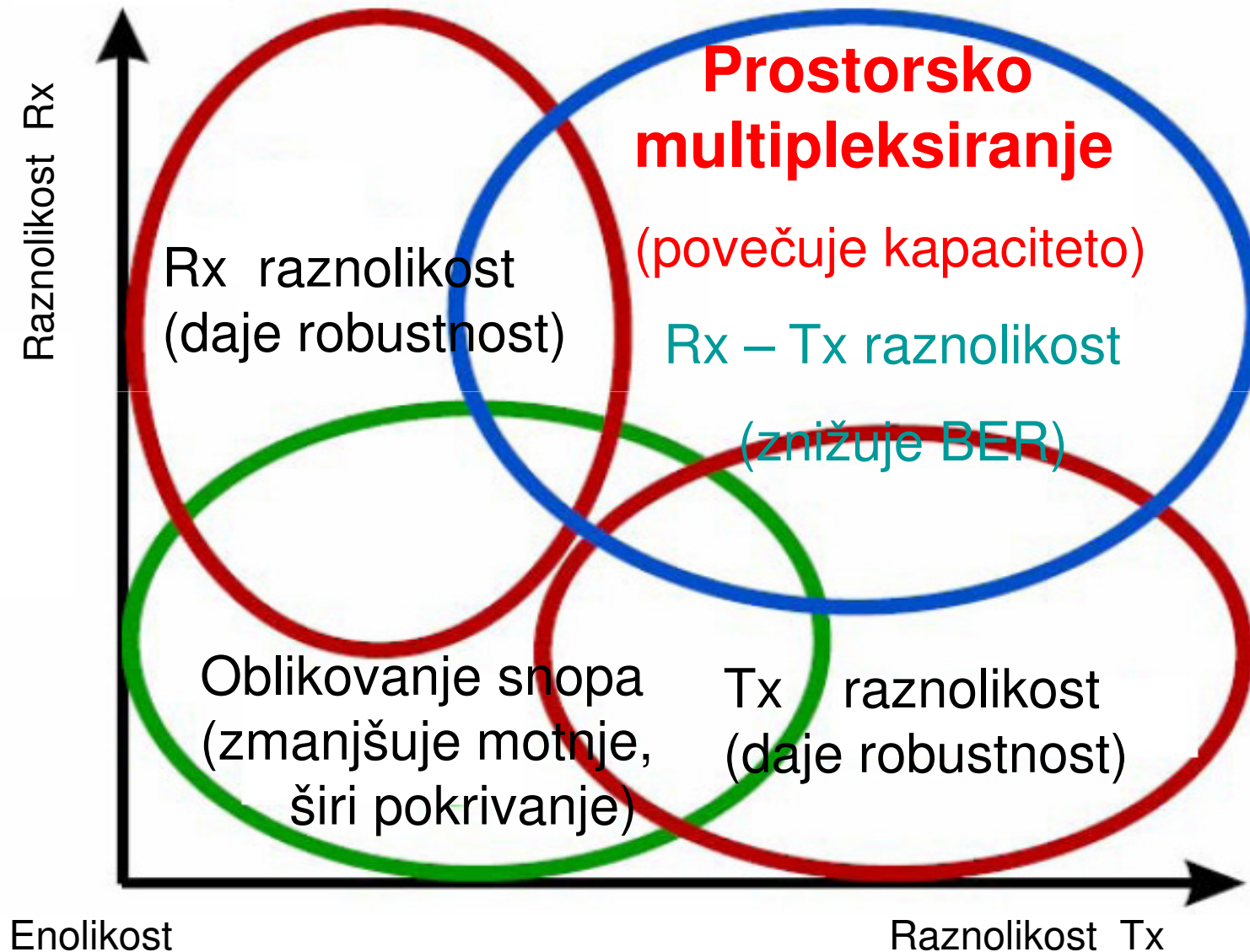
Ad 2. Znižan BER

Ad 3&4. Povečan S/N in večje področje pokrivanja

C. Pomanjkljivosti:

Ad 1-5. Zahtevno modeliranje kanala in zahtevno procesiranje signala.

Večantenski sistemi, pregled



Standardi in uporaba MIMO v sistemih¹⁶

1. 3GPP: (7) MIMO-CDMA, (8) MIMO-LTE
 - Prostorski multipleks
 - Prostorski diversiti
2. IEEE 802.11.n (Wi-Fi): MIMO-OFDM
 - Oblikovanje diagrama
 - Prostorski diversiti
 - Prostorski multipleks
3. IEEE 802.16 (2004 WiMax): MIMO-OFDM
IEEE 802.16e, IEEE 802.20 in 802.22
 - Oblikovanje diagrama
 - Prostorski diversiti
 - Prostorski multipleks

Standardi utrjujejo aktualnost in pomen MIMO sistemov v dostopovnih omrežjih.

Kodiranje informacije

Elektromagnetni val: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j\omega(t - r/c)}$

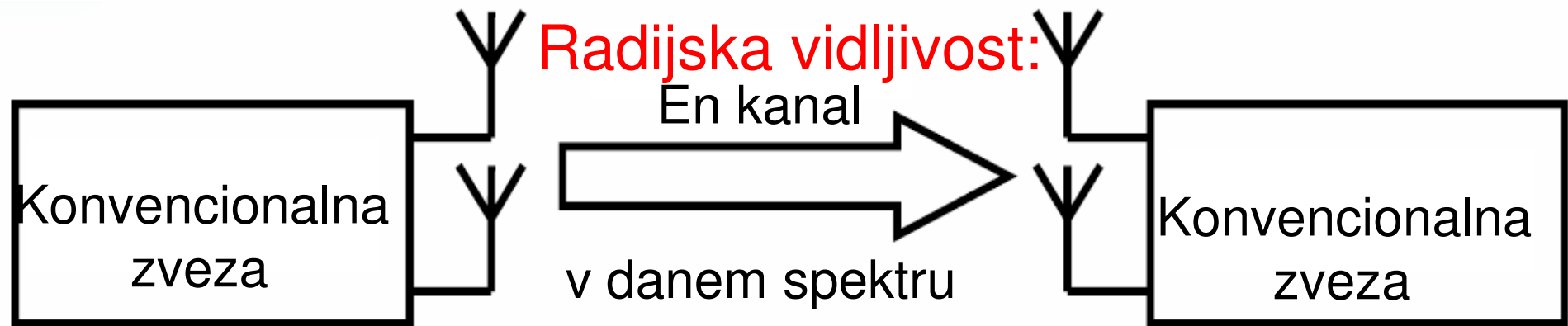
Informacija potuje po valu v času in skozi prostor. Čas in prostor nastopata enakovredno, zato bi bila informacija lahko zakodirana ne le v **frekvenci** in **času** ampak tudi v **prostoru**.

Princip dualnosti informacije:
Količina informacije **bit/čas** in **bit/prostor**. Primer: vzporedni kabli in valovodni ortog. rodovi.



Multiplexiranje signala z delitvijo frekvence in delitvijo časa (frekvenčni in časovni multipleks) lahko razširimo tudi s prostorsko dimenzijo (prostorski multipleks).

Konvencionalna zveza in zveza MIMO¹⁸



Mnogostezni prenos – ni radijske vidljivosti:

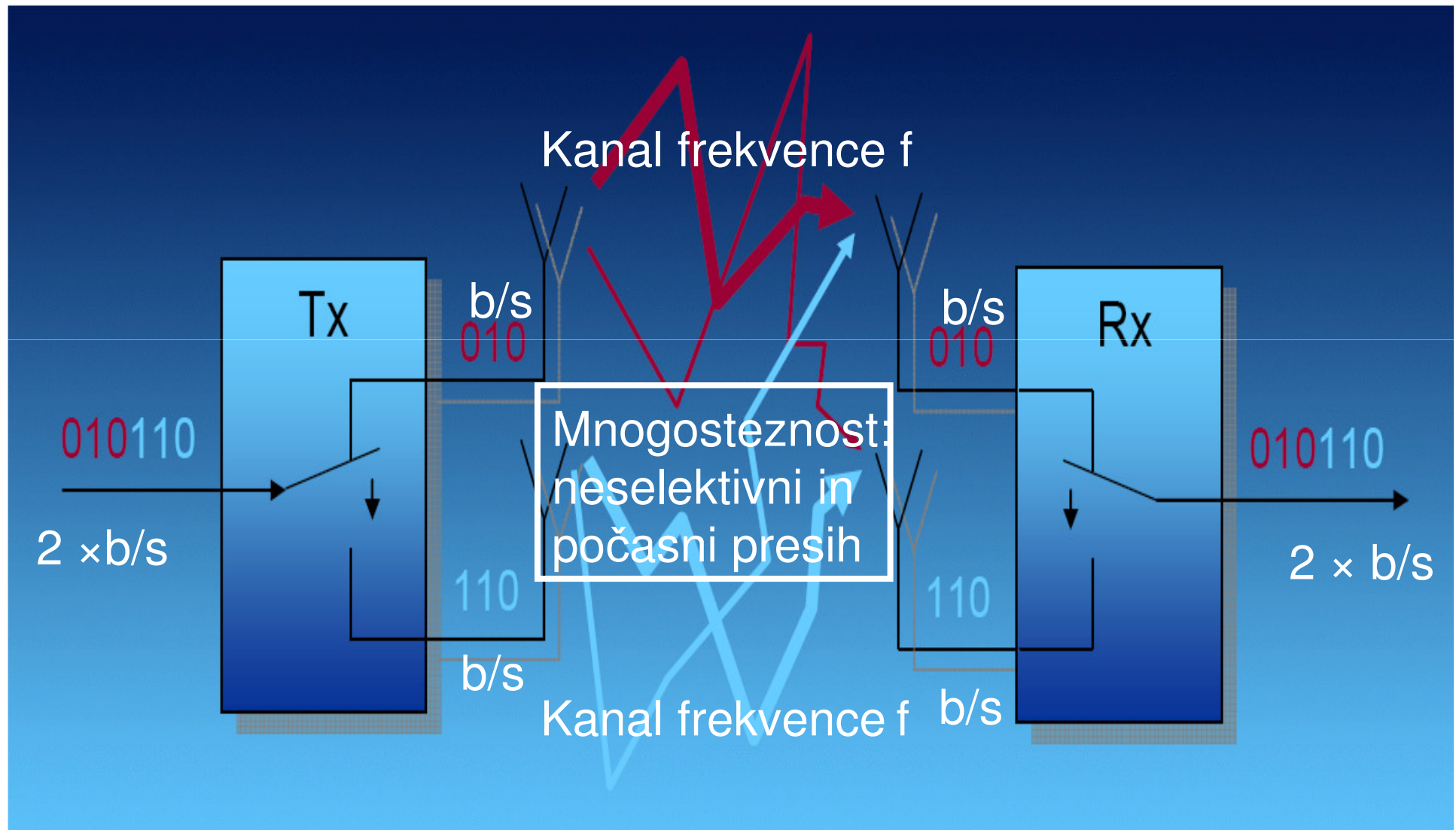


Dva neodvisna kanala na isti frekvenci uresničimo s procesiranjem signala v pogojih Rayleigh-jevega presiha.

MIMO mnogostezne prenosne poti

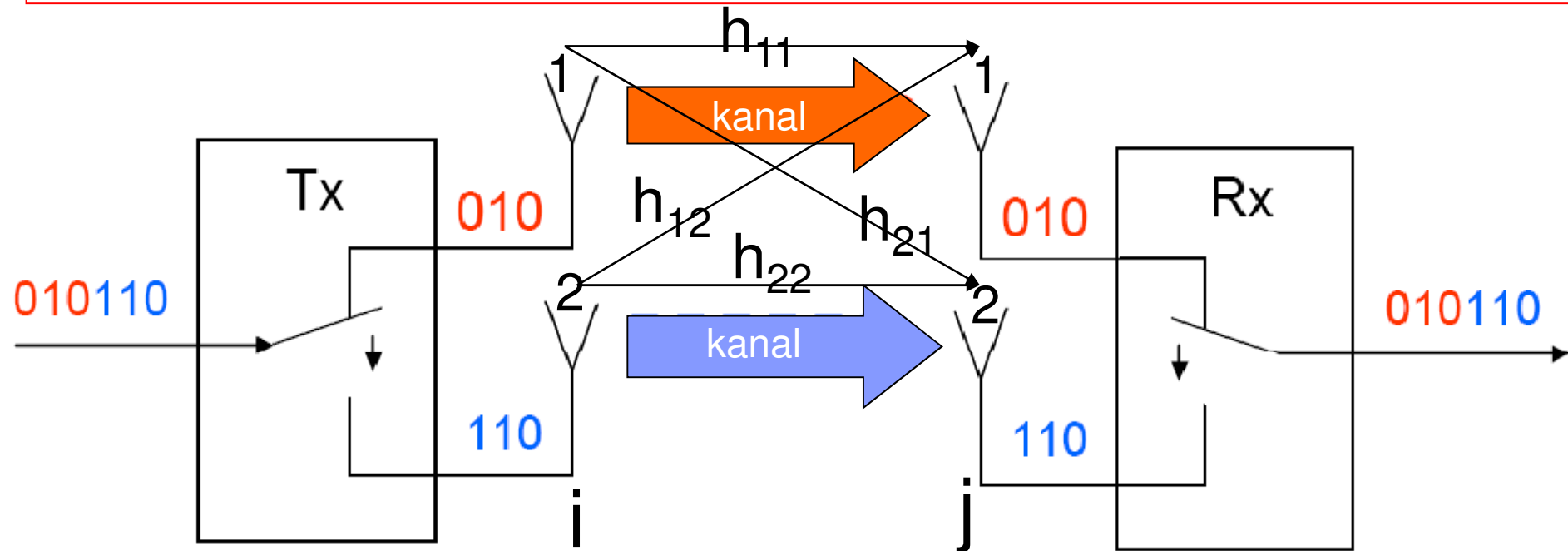
19

Direktni, odbiti in razpršeni valovi prispevajo k delovanju MIMO
Mnogostezni prenos je pogoj za nov način delovanja sistema.



Nekoreliranost kanalov

h_{ji} so **kompleksni** koeficienti, ki predstavljajo širjenje na poti med antenama i in j . V kaotičnih pogojih Rayleigh-jevega presiha so koeficienti med seboj nekorelirani.



Zaradi nekoreliranosti polj sta kanala naključna in neodvisna. Med kanaloma ni sklopa kljub isti frekvenci. Bitni niz je **prostorsko multipleksiran**. Potrebno je zahtevno digitalno procesiranje signala.

Nekoreliranost v času in ortogonalnost v prostoru

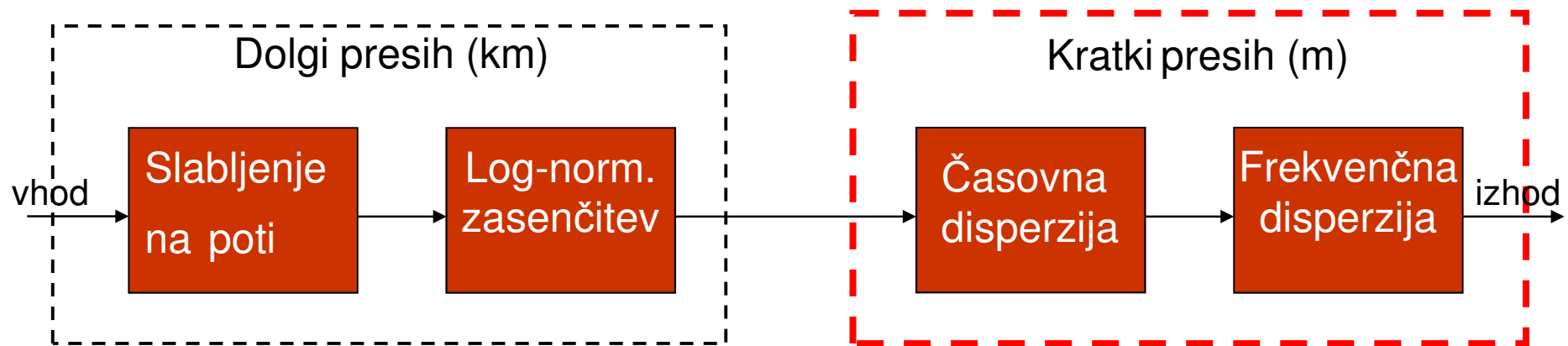


**Mnogostezni
komunikacijski
kanal**

Vsebina

1. Pojavi v mnogosteznem radijskem kanalu
2. Obravnava kratkega presiha in razpršitve (disperzije):
 - frekvenčna disperzija, razpršitev Dopplerjeve frekvence
 - časovna disperzija, razpršitev časa zakasnitve
 - kotna disperzija, razpršitev smeri prihoda valov
3. Frekvenčno selektiven in časovno hiter presih
4. Koherenčni pas in koherenčni čas
5. Radijska vidljivost in radijska nevidljivost (LOS, NLOS)
6. Rayleigh-jev in Rice-ov model mnogosteznega presiha
7. Numerična ocena nekaterih pojavov
8. Primerjava bitnega pogreška zaradi AWGN in presiha

Pojavi v mnogosteznem komunikacijskem kanalu



Kratki presih:

1. Časovna disperzija signala (razpršitev časa zakasnitve signala)

Posledica: frekvenčno selektiven presih.

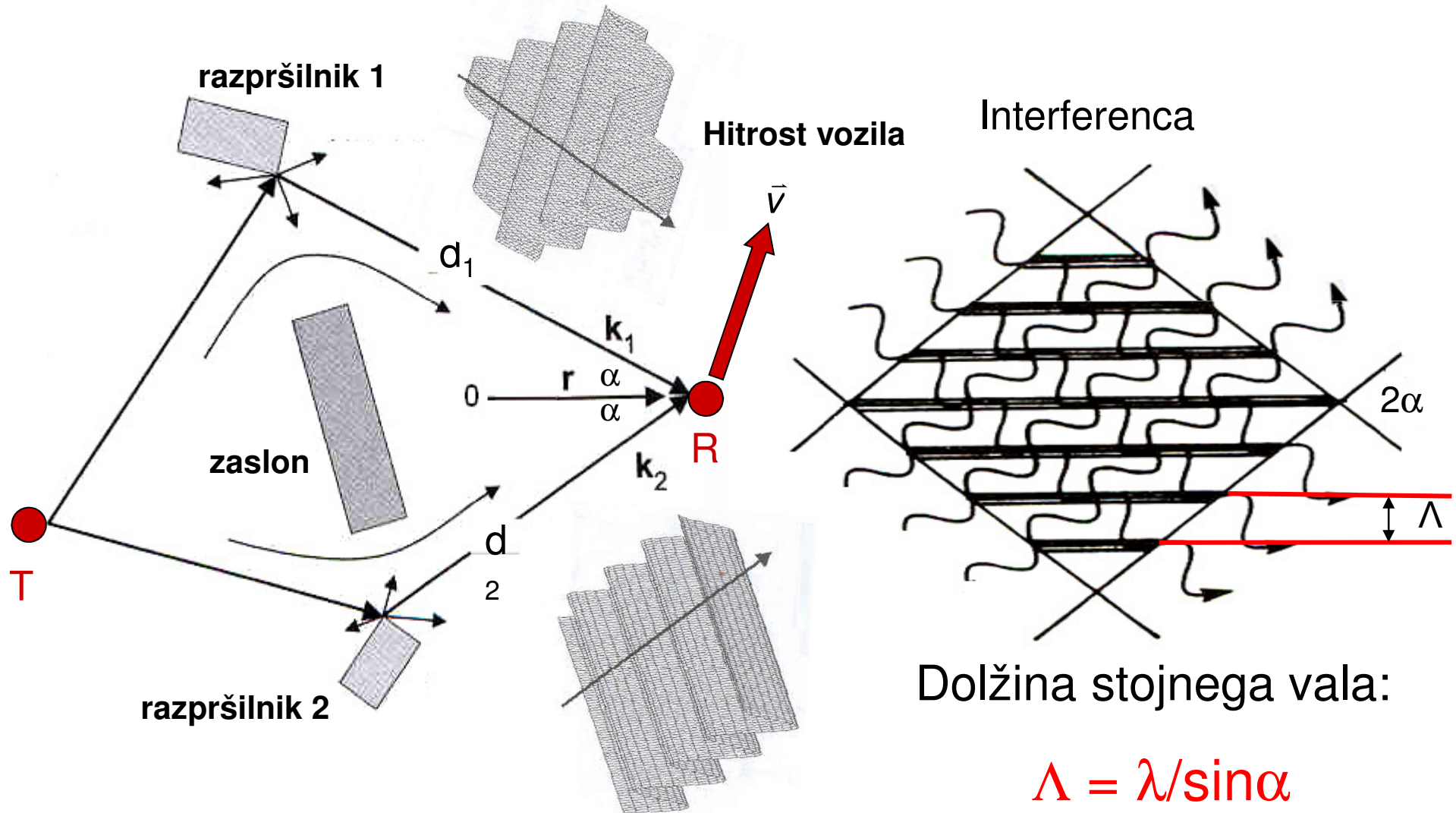
2. Frekvenčna disperzija signala (razpršitev Dopplerjevega pomika)

Posledica: časovno selektiven presih.

Dvostezna interferenca in Dopplerjev pomik

- Dvostezna interferenca – časovna disperzija signala in selektivni feding
- Dopplerjev pomik – frekvenčna disperzija signala

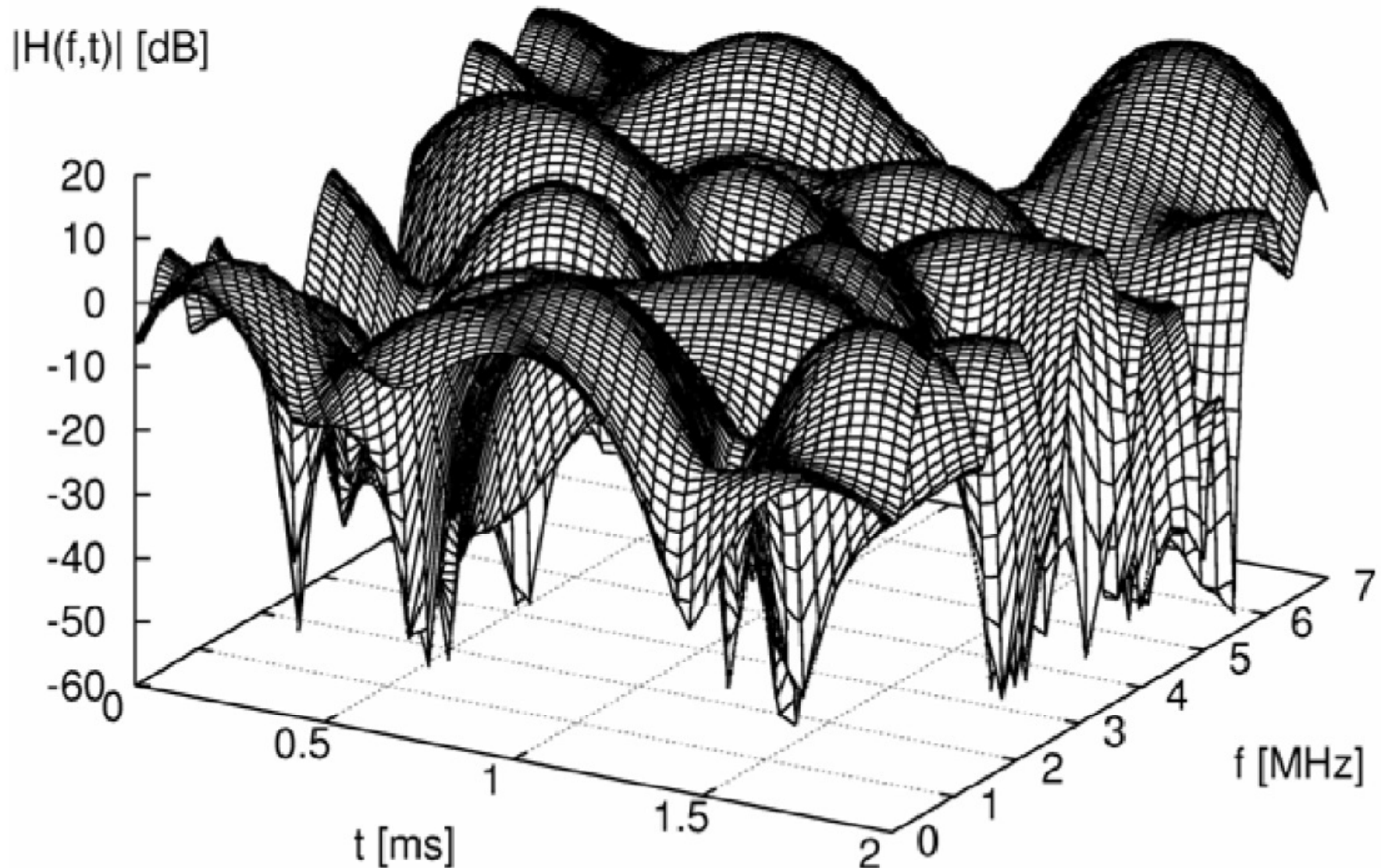
Model dvostezne interference:



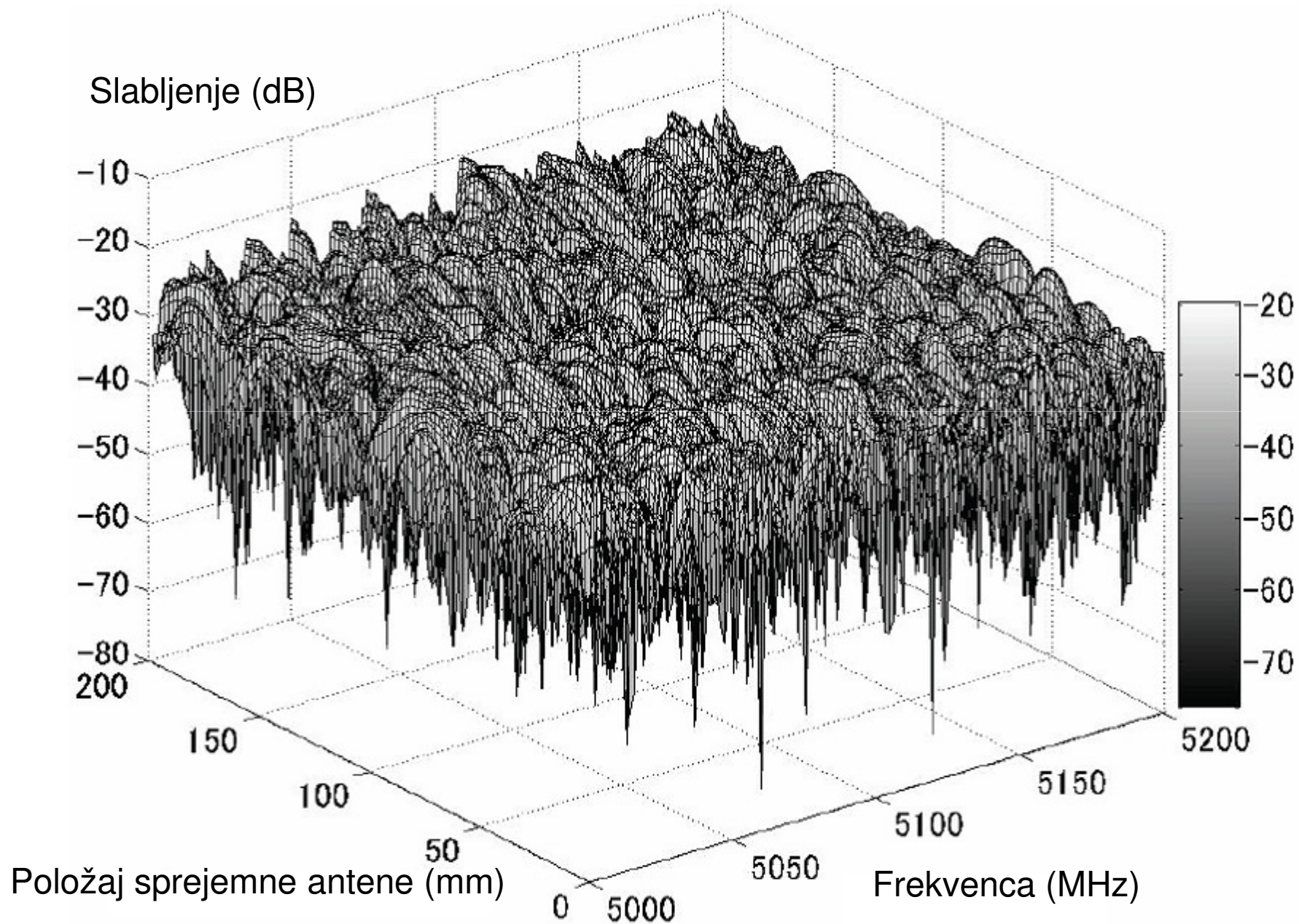
Mnogostezna interferenca

26

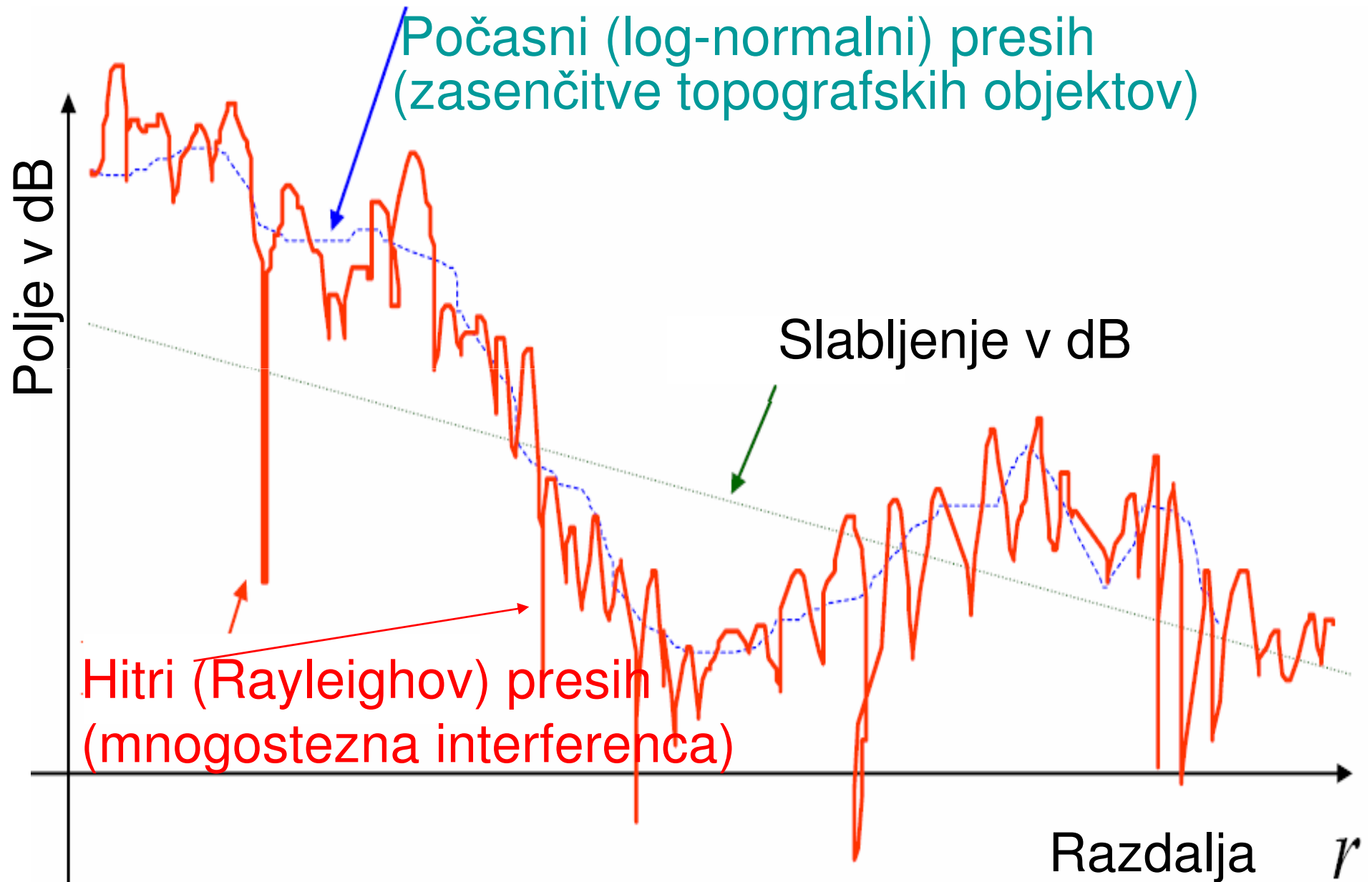
Valovi iz različnih smeri med seboj interferirajo in dajejo stojni val kaotične porazdelitve, odvisne od časa, mesta in frekvence:



Nekoreliranost polja pri sprejemu - presih ²⁷



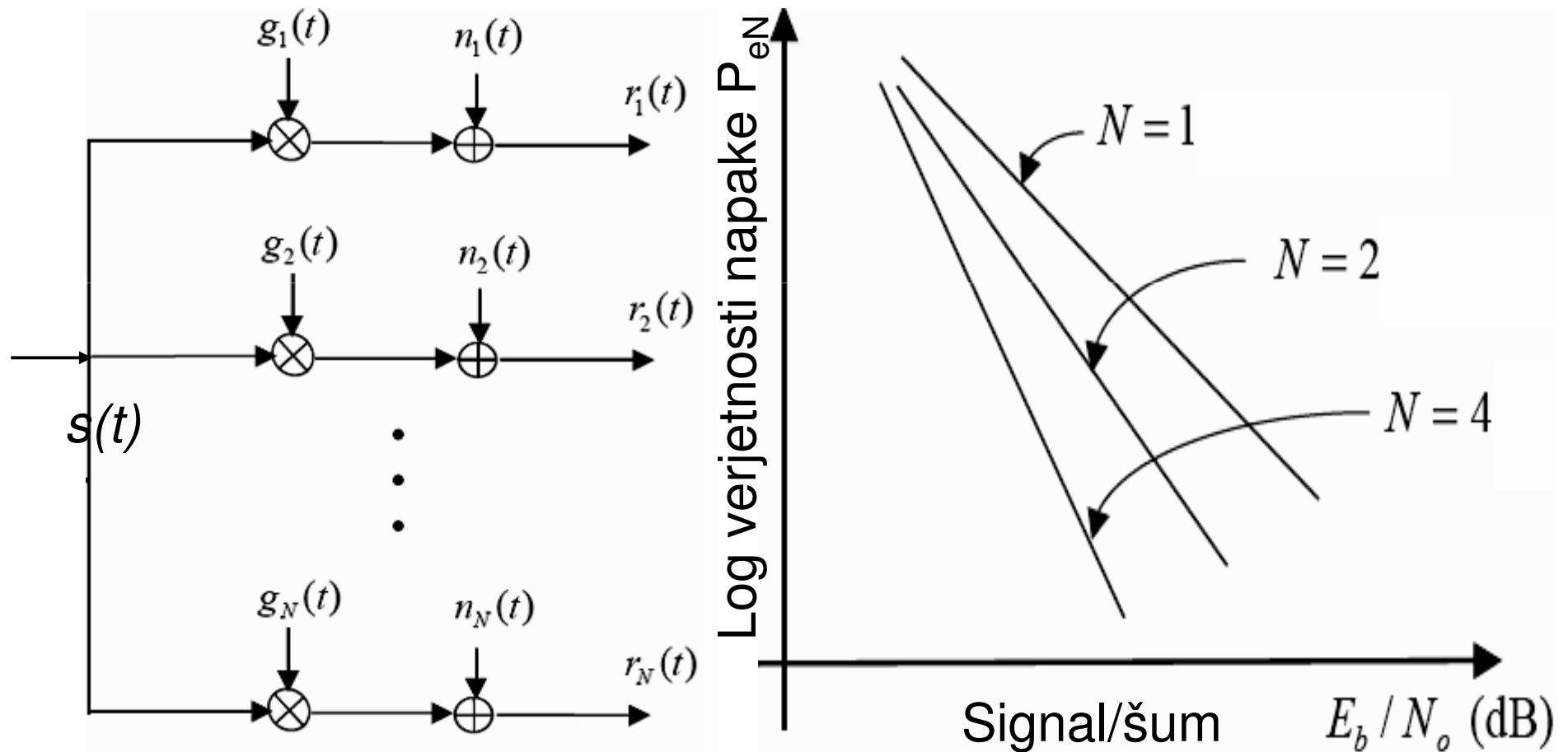
Presih



Model mnogosteznega presiha

$g_n(t)$ časovna variacija polja ob mestu n-te sprejemne antene

Zmanjševanje verjetnosti napake pri N-krat raznolikem sprejemu

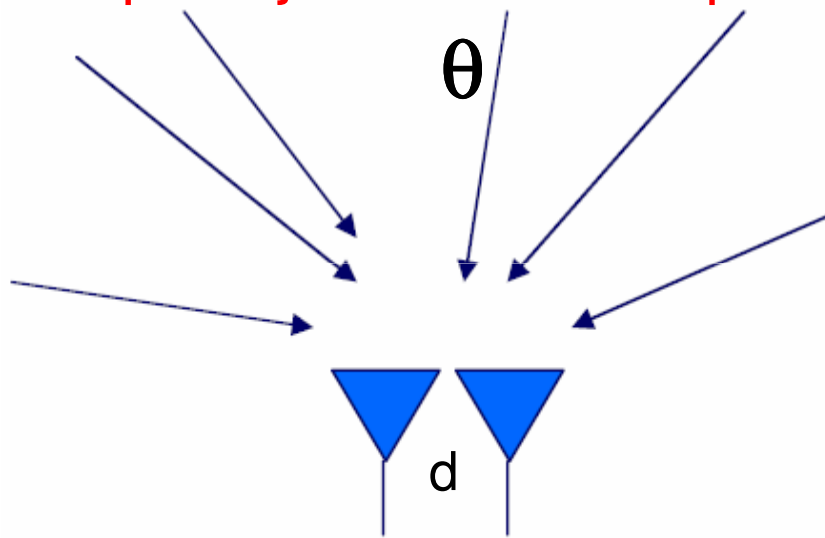


Verjetnost, da polje v N kanalih pade hkrati pod določeno vrednost, je $P_{eN} = (P_{e1})^N$

Koeficient korelacije

Kotna disperzija

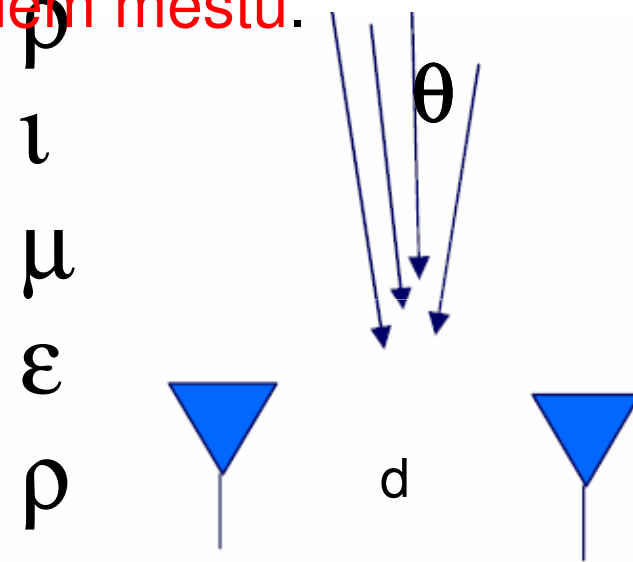
Primer večje razpršitve vpadne smeri valov. **Tipično za notranji prostor in mobilno postajo na urbanem področju.**



Potrebna razdalja d med antenama za nekoreliran sprejem je reda λ ($d > \lambda/2$)

Koherenčna razdalja d_c/λ , pod katero se začneja koreliran sprejem na obeh antenah, je obratno sorazmerna s kotom θ razpršitve vpadne smeri valov.

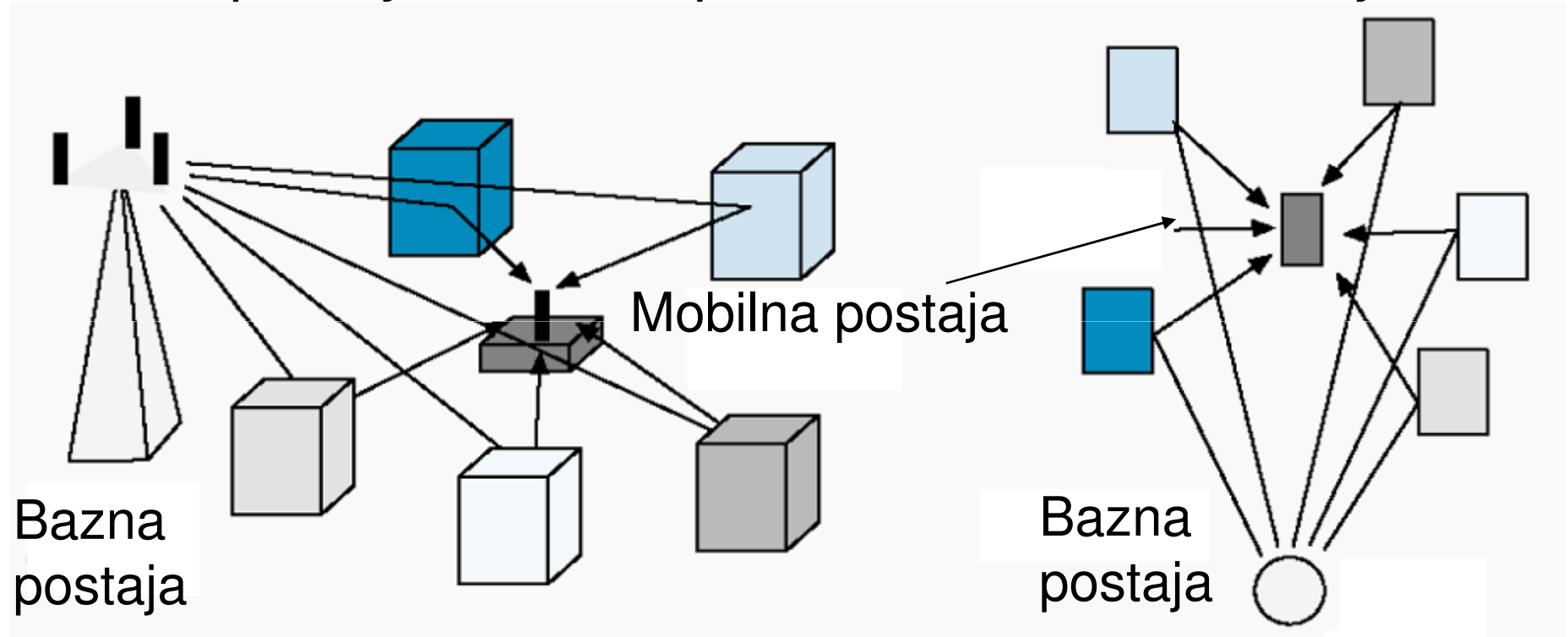
Primer manjše razpršitve vpadne smeri valov. **Tipično za bazno postajo na dvignjenem mestu.**



Potrebna razdalja d med antenama za nekoreliran sprejem je reda 10λ ($d > 10\lambda$)

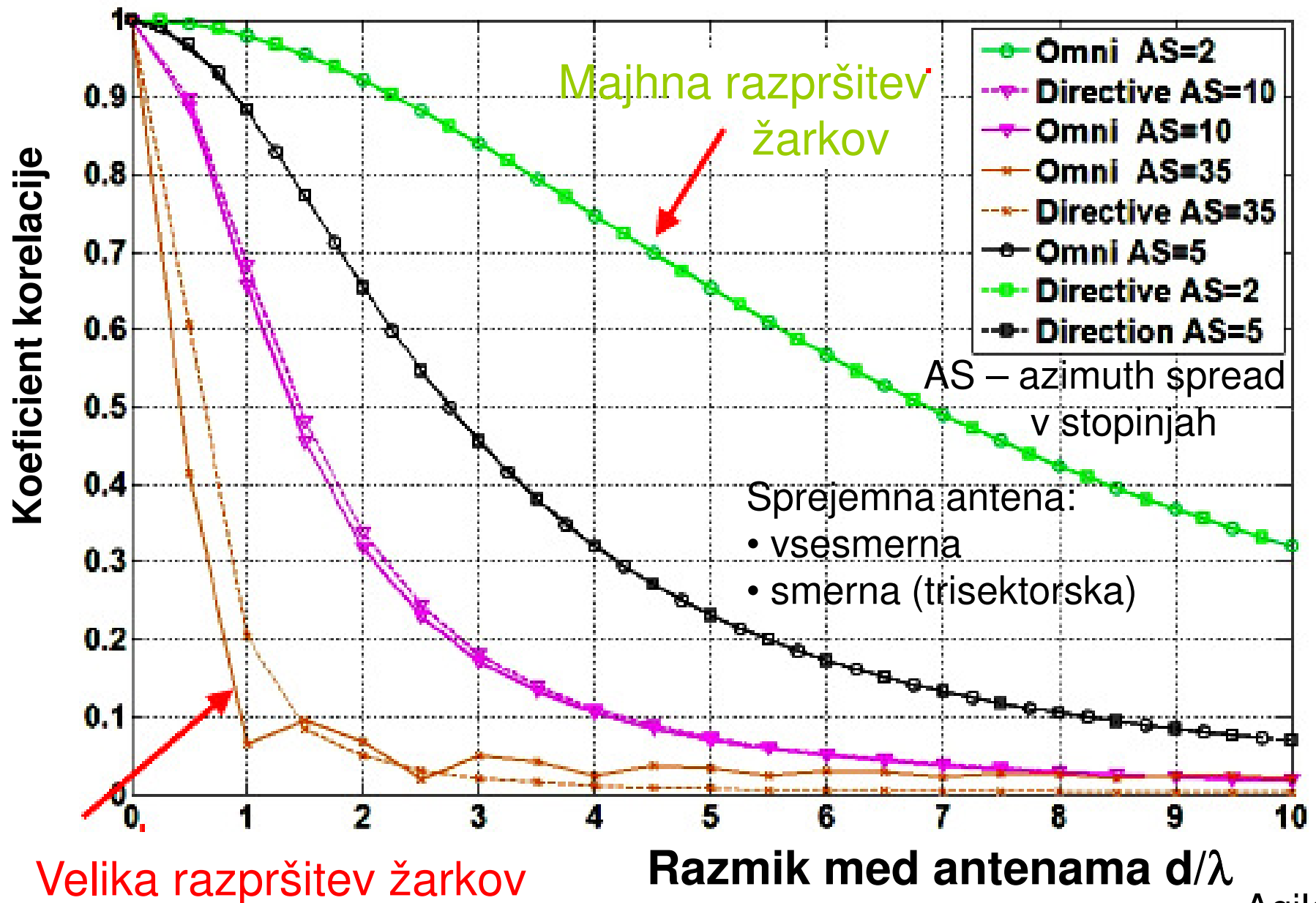
Kotna disperzija signala

Dvignjena bazna antena v odsotnosti lokalnih razpršilcev in mobila postaja sredi razpršilcev v urbanem okolju:

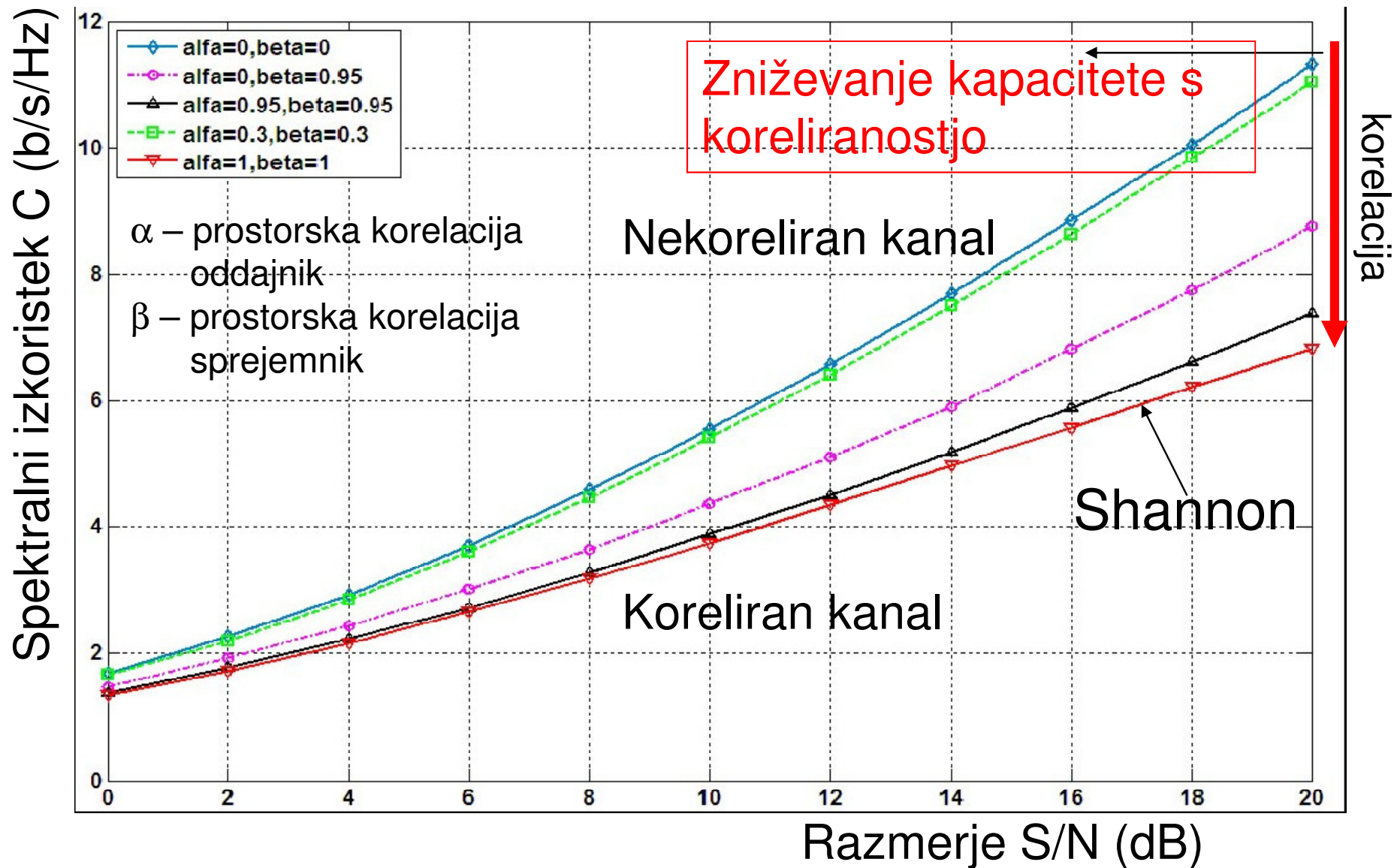


Razpršitev kota na mestu oddaljene bazne postaje je majhna. Zato mora biti razdalja med elementi velika. Razpršitev kota na mestu mobilne postaje je velika. Razdalja med antenami mobilne postaje je lahko manjša od valovne dolžine λ .

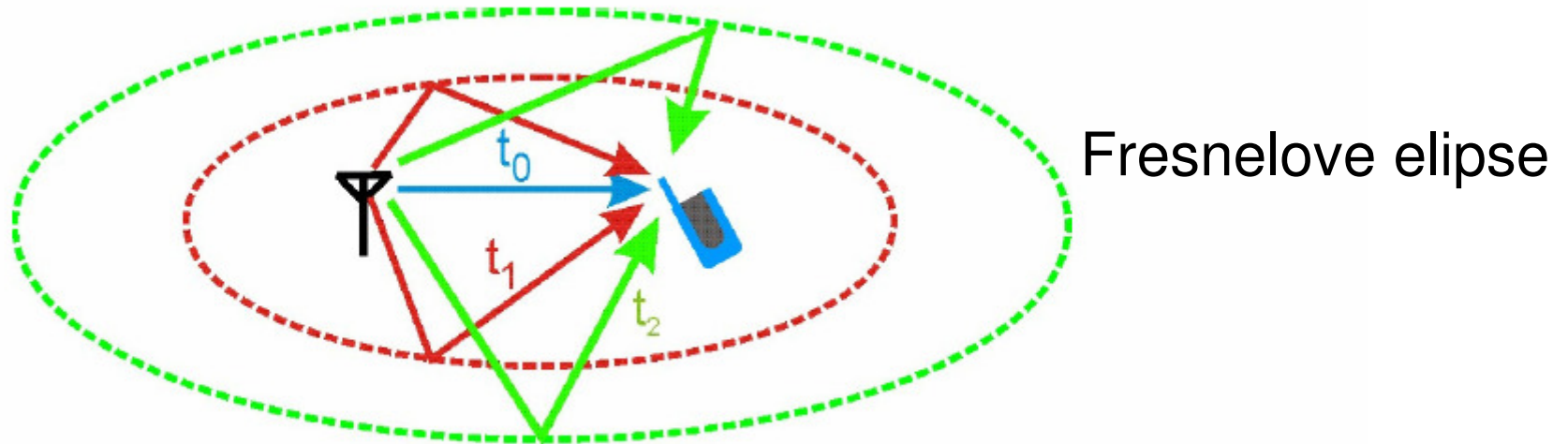
Kotna razpršitev in korelacija



Zmanjšanje kapacitete koreliranega kanala³⁴

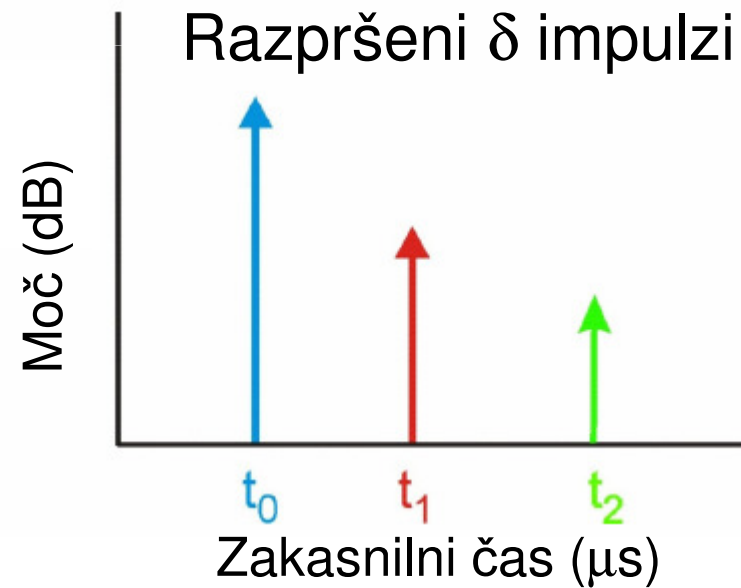


Časovna disperzija kanala



Zakasnilni čas impulza, odbitega od objekta na elipsi, je enak za vse objekte na elipsi.

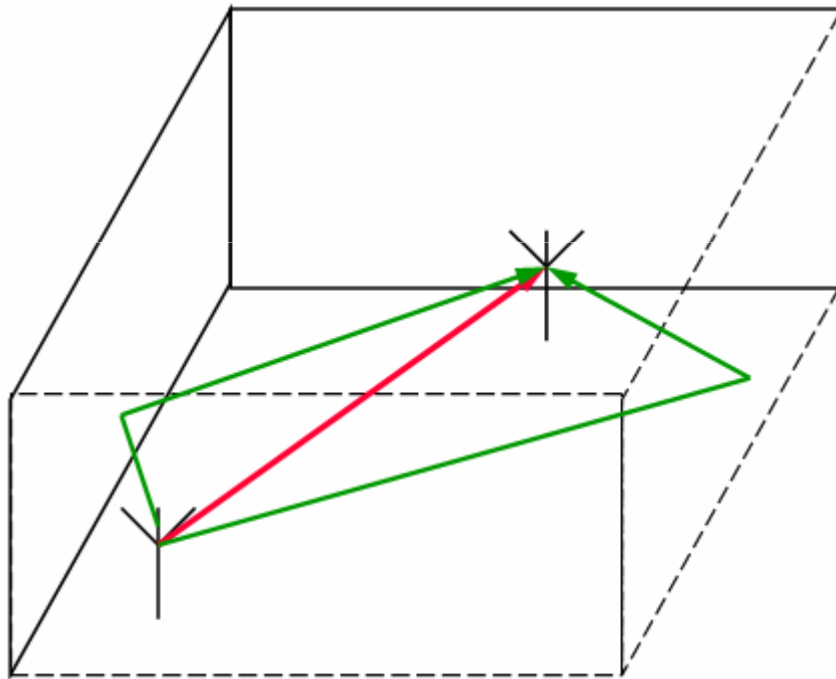
Razmere v notranjih prostorih si ponazorimo z elipsoidi.



Posledica razpršitve je intersimbolna interferenca!

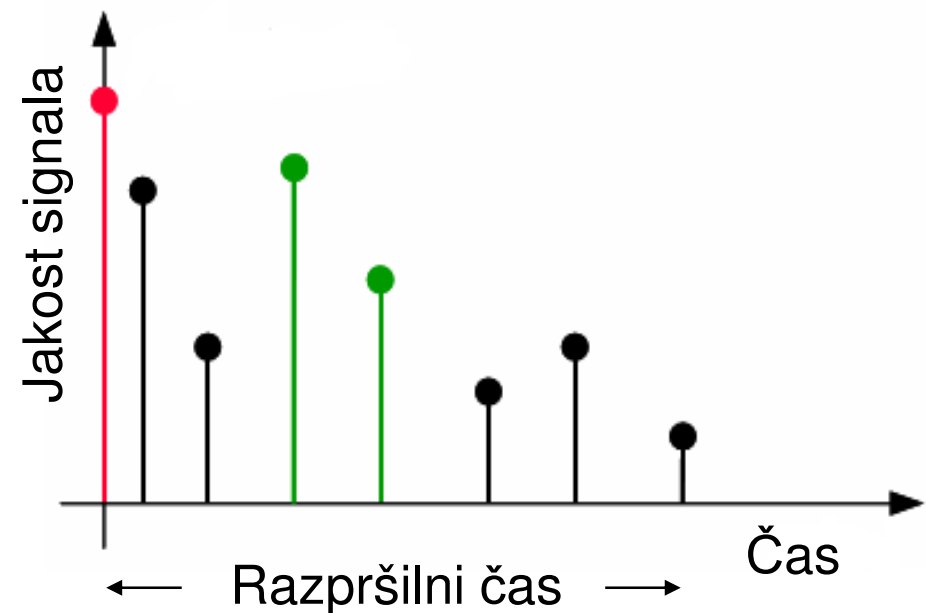
Časovna disperzija kanala

Model časovno disperznega prostora



Direktni val in odbiti valovi v zunanjem ali notranjem prostoru

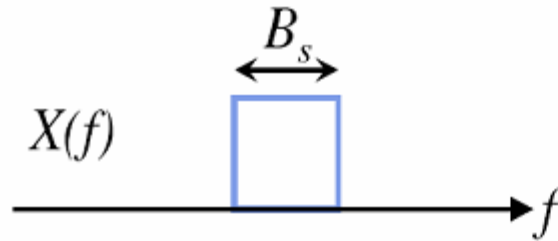
Razpršitev časa prihoda enotnih impulzov zaradi mnogosteznega načina razširjanja med oddajno in sprejemno točko.



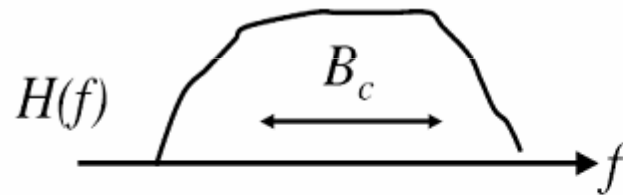
Selektivni in neselektivni presih

Neselektivni presih ($B_S \ll B_C$)

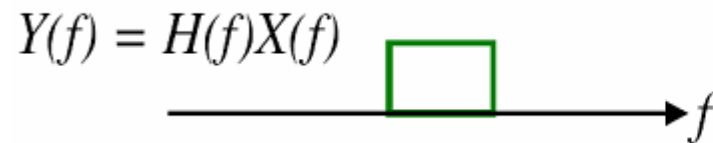
Vhodni spekter signala B_S



Prenosna funkcija kanala B_C



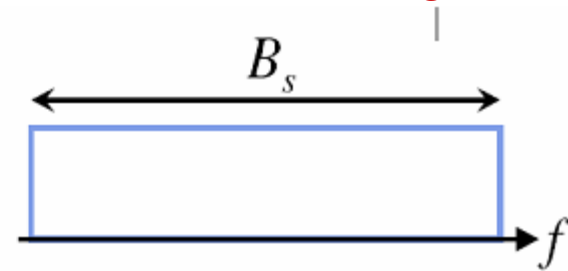
Izhodni spekter



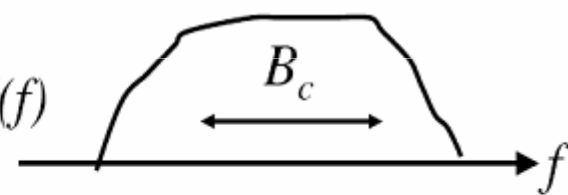
Izhodni spekter je sorazmeren vhodnemu, oz.g.a je mogoče restavrirati z vezjem $H(f)^{-1}$. Oblika signala se ne spremeni.

Selektivni presih ($B_S \gg B_C$)

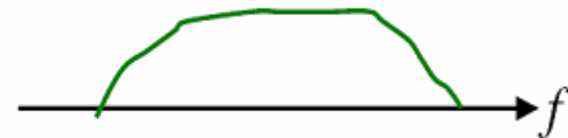
$X(f)$



$H(f)$



$$Y(f) = H(f)X(f)$$



Izhodni spekter različen od vhodnega. Oblika signala se spremeni. Nastane intersimbolna interferenca (ISI).

Časovna razpršitev in koherenčni pas ³⁸

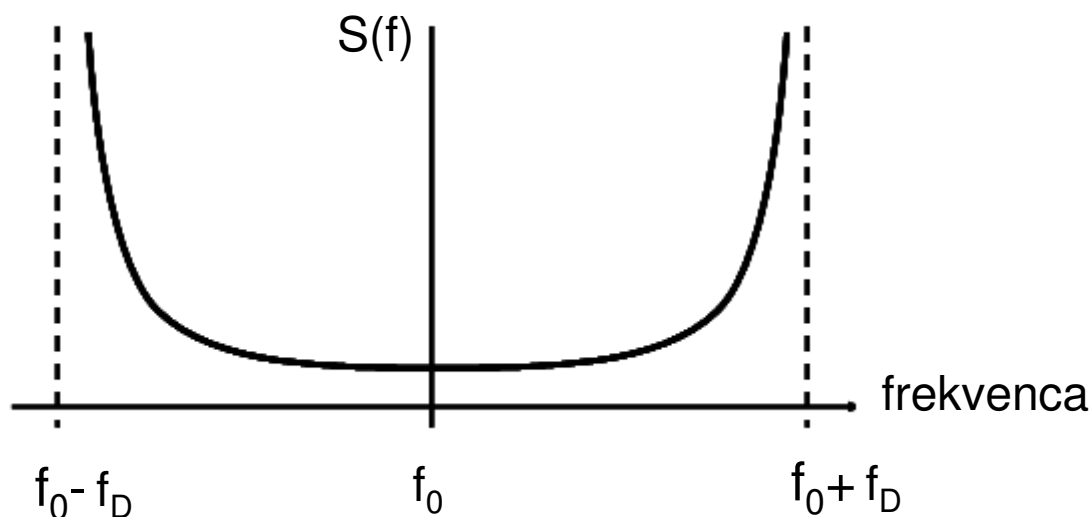
$$B_c = 1/5\tau_{\text{rms}}$$

Razpršitev zakasnilnega časa	Koherenčni pas
τ_{rms}	B_c
50ns	4MHz
100ns	2MHz
0.5 μ s	400kHz
1.0 μ s	200kHz
3.0 μ s	66.67kHz
5.0 μ s	40kHz

Frekvenčna disperzija signala

Dopplerjev pojav:

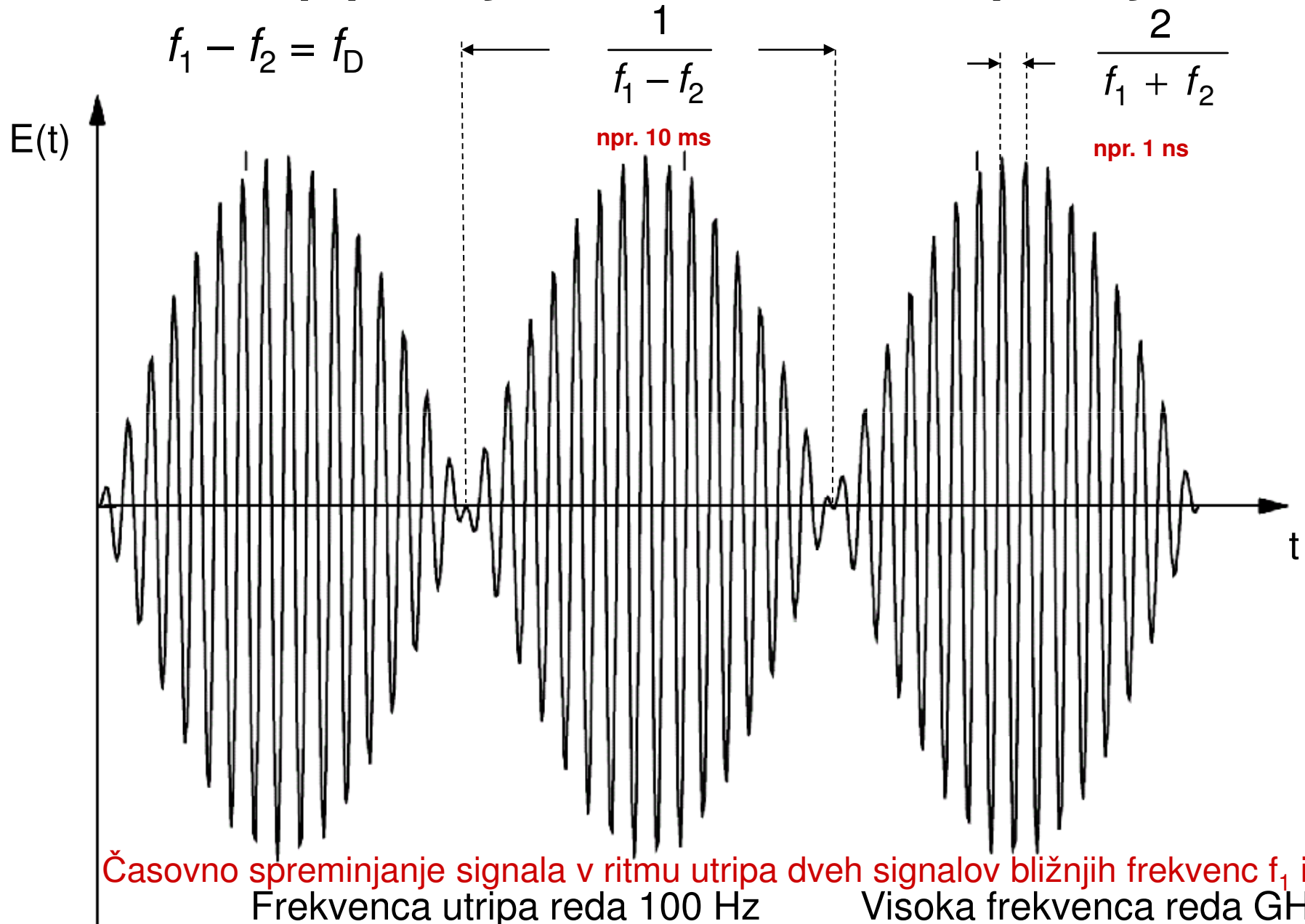
- Odbiti valovi prihajajo do mobilne naprave iz vseh smeri (predpostavka).
- Valovom, ki prihajajo pravokotno na smer gibanja, se frekvenca ne spremeni ($f_D = 0$).
- Valovom, ki prihajajo v smeri ali nasprotni smeri gibanja, se frekvenca spremeni za $\pm f_D$.



$$S(f) = \frac{A}{4\pi f_D} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f - f_0}{f_D}\right)^2}}$$

$$|f - f_0| \leq f_D$$

Dopplerjev pojav, utripanje



Frekvenčna razpršitev in koherenčni čas

41

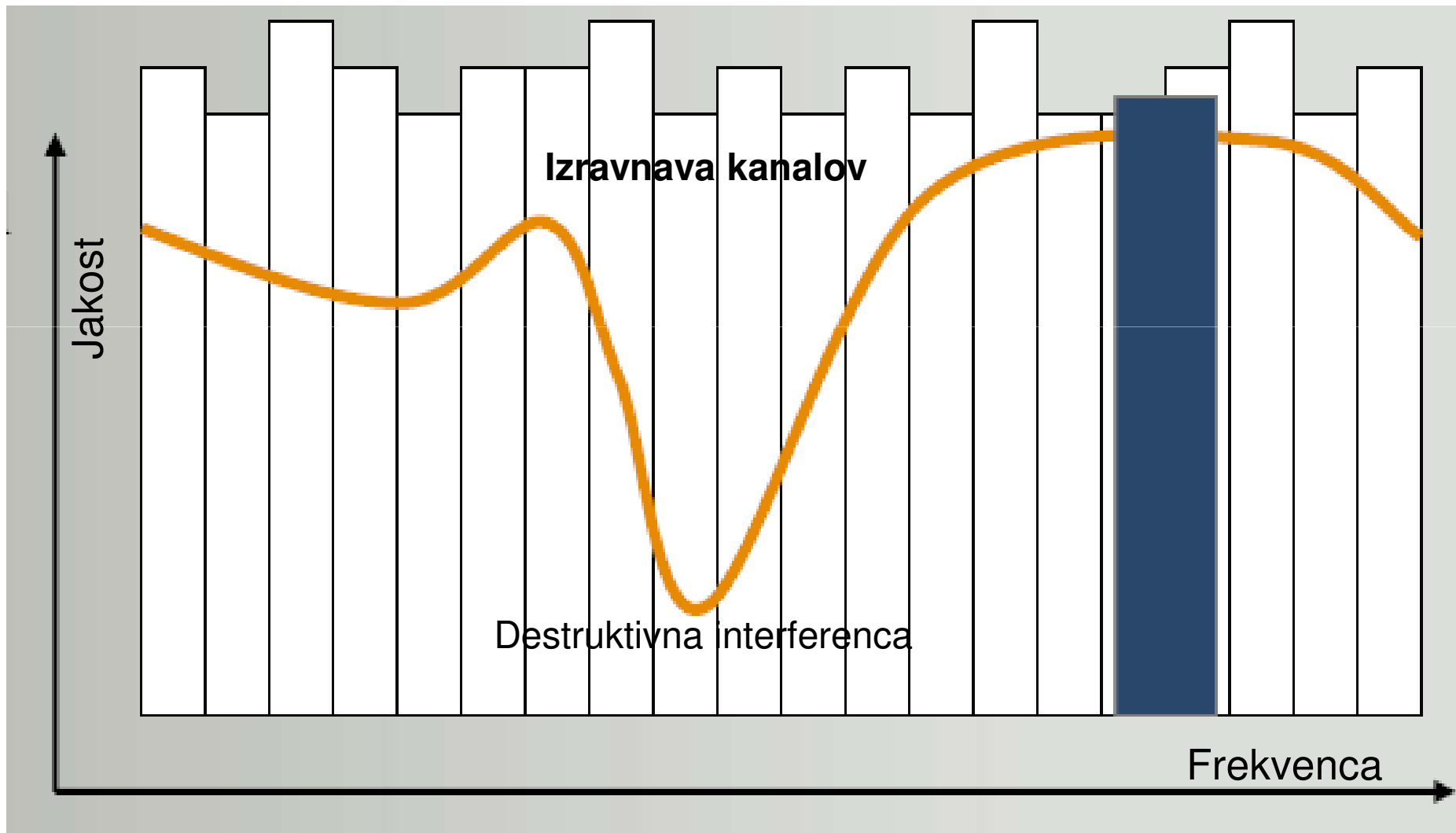
$$T_c = 0,423/f_D$$

	2.4GHz		5GHz	
v , km/h	f_D , Hz	T_c , ms	f_D , Hz	T_c , ms
3	6.6672	63.5	13.9	30.5
10	22.224	19.0	46.3	9.1
20	44.448	9.5	92.6	4.6
50	111.12	3.8	231.5	1.8
100	222.24	1.9	463	0.914
150	333.36	1.3	694.5	0.6093
200	444.48	1.0	926	0.45696
250	555.6	0.8	1157.5	0.36557

Razpršitev in izravnava spektra

42

Selektivni feding prizadene široke spektre, ki jih ni mogoče izravnati. Selektivni feding prizadene tudi ozke kanale, ki jih je mogoče izravnati z močjo nosilnika.



Štiri karakteristike komunikacijskega kanala in štiri vrste presiha - povzetek ⁴³

Karakteristike:

1. Razpršitev zakasnitve impulzov

- Koherenčni (frekvenčni) pas kanala

2. Razpršitev Dopplerjevega pomika

- Koherenčni čas kanala

3. Razpršitev vpadnega kota valov

- Korelacijski razmik anten

Vrste presiha:

- Počasni presih, ugoden za MIMO
- **Hitri presih, neugoden za MIMO**
- Frekvenčno neselektivni presih, ugoden za MIMO
- **Frekvenčno selektivni presih, neugoden za MIMO**

Parametri mobilnega kanala - definicije⁴⁴

1. Razpršitev (časovne) zakasnitve (delay spread) τ_{rms}

Skupno trajanje sprejetega simbola skupaj z njegovimi mnogosteznimi ponovitvami nezanemarljive moči.

- **Koherenčni pas (coherence bandwidth) $B_c = 1/5\tau_{rms}$**

Širina frekvenčnega pasu, znotraj katerega frekvenčne komponente presihajo korelirano, zunaj pasu pa nekorelirano.

2. Razpršitev Dopplerjeve frekvence (Doppler spread) f_D

Skupni frekvenčni pas sprejetega signala, ki prihaja iz različnih smeri glede na smer gibanja mobilne postaje.

- **Koherenčni čas (coherence time) $T_c = 0,423/f_D$**

Časovni interval, v njem se parametri kanala ohranjajo (konst.).

3. Razpršitev vpadnega kota (angular spread) θ

Razdalja med antenama d_c , pod njo postane sprejem koreliran.

- **Korelacijska dolžina (correlation spacing) $d_c = \lambda/\theta$**

Statistika polja

- LOS (Line Of Sight):

Rice-ova statistika:



- Prevladujoč direktni val $E_0=A$, ki ga spremlja množica amplitudno izenačenih odbitih valov.

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Ar}{\sigma^2}\right)$$

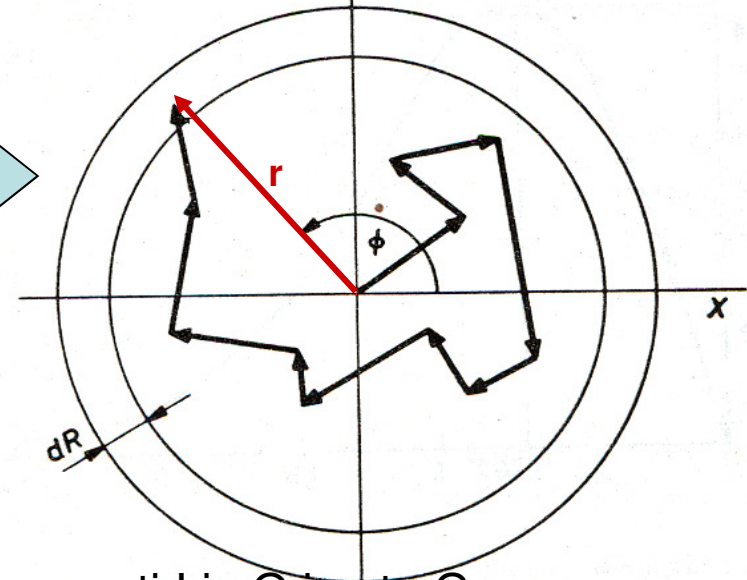
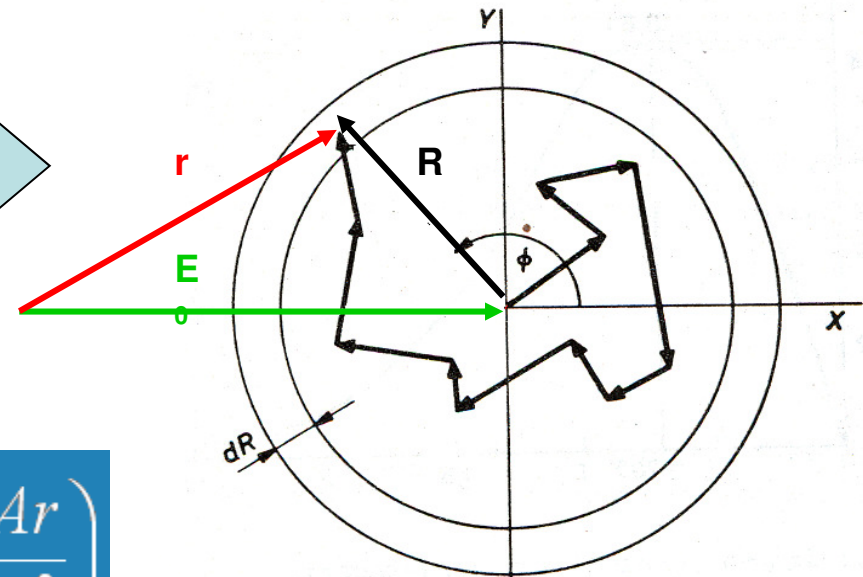
- NLOS (Non Line Of Sight):

Rayleigh-jeva statistika:



- Množica amplitudno izenačenih odbitih valov v odsotnosti prevladujočega vala.

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$$



- Komponenti I in Q imata Gaussovo porazdelitev z nično srednjo vrednostjo

Statistična obravnava

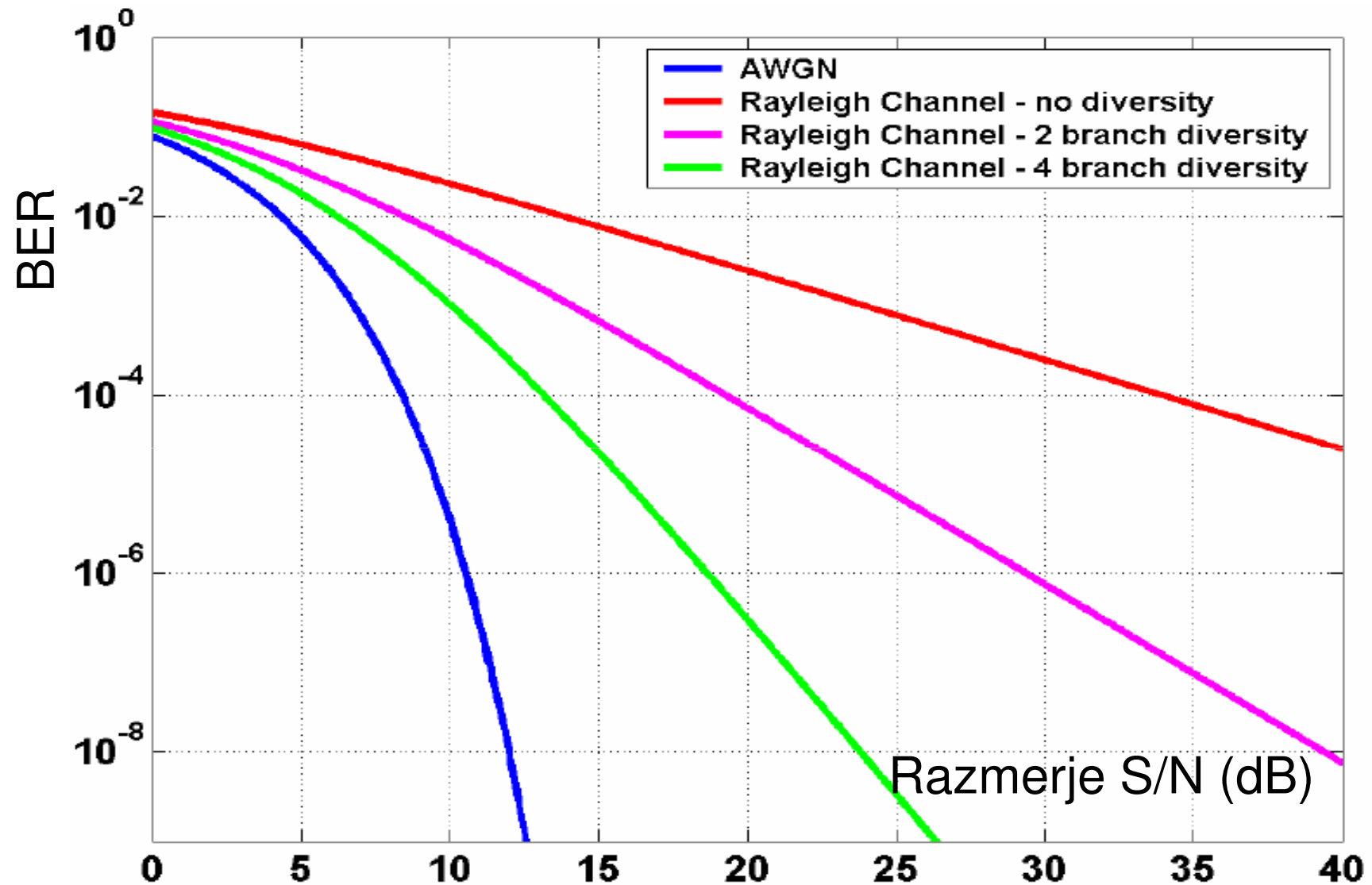
1. Rayleigh-jeva statistika (NLOS)

- Polje je kompleksna veličina s komponentama I in Q , ki sta po teoremu centralne limite normalno (Gauss) porazdeljeni. Amplituda polja, ki je seštevek velikega števila prispevkov, primerljivih po jakosti in naključnih po fazi, sledi Rayleigh-jevi porazdelitvi.

2. Rice-ova statistika (LOS).

- Signal, ki poleg naključne množice izenačenih prispevkov vsebuje še prevladujočo komponento, se pokorava Rice-ovi porazdelitvi.

Kakovost prenosa v različnih kanalih⁴⁷



Kakovost prenosa v Rayleigh–jevem kanalu je **mного nižja** od kakovosti prenosa v kanalu AWGN (aditivni beli Gaussov šum).

Vrste kratkega presiha, sklep

48

Presih na majhnem območju
Večstezna razpršitev zakasnitve signala

MIMO:

Frekvenčno **neselektiven (raven)**
presih. Časovno nerazpršilen

1. B_s signala $\ll B_c$ kanala
2. Razpršitev zakasnitve \ll
simbolna perioda

Frekvenčno **selektiven (neraven)**
presih. Časovno razpršilen

1. B_s signala $\gg B_c$ kanala
2. Razpršitev zakasnitve \geq
simbolna perioda

Presih na majhnem območju
Večstezna razpršitev Dopplerjeve frekvence

MIMO:

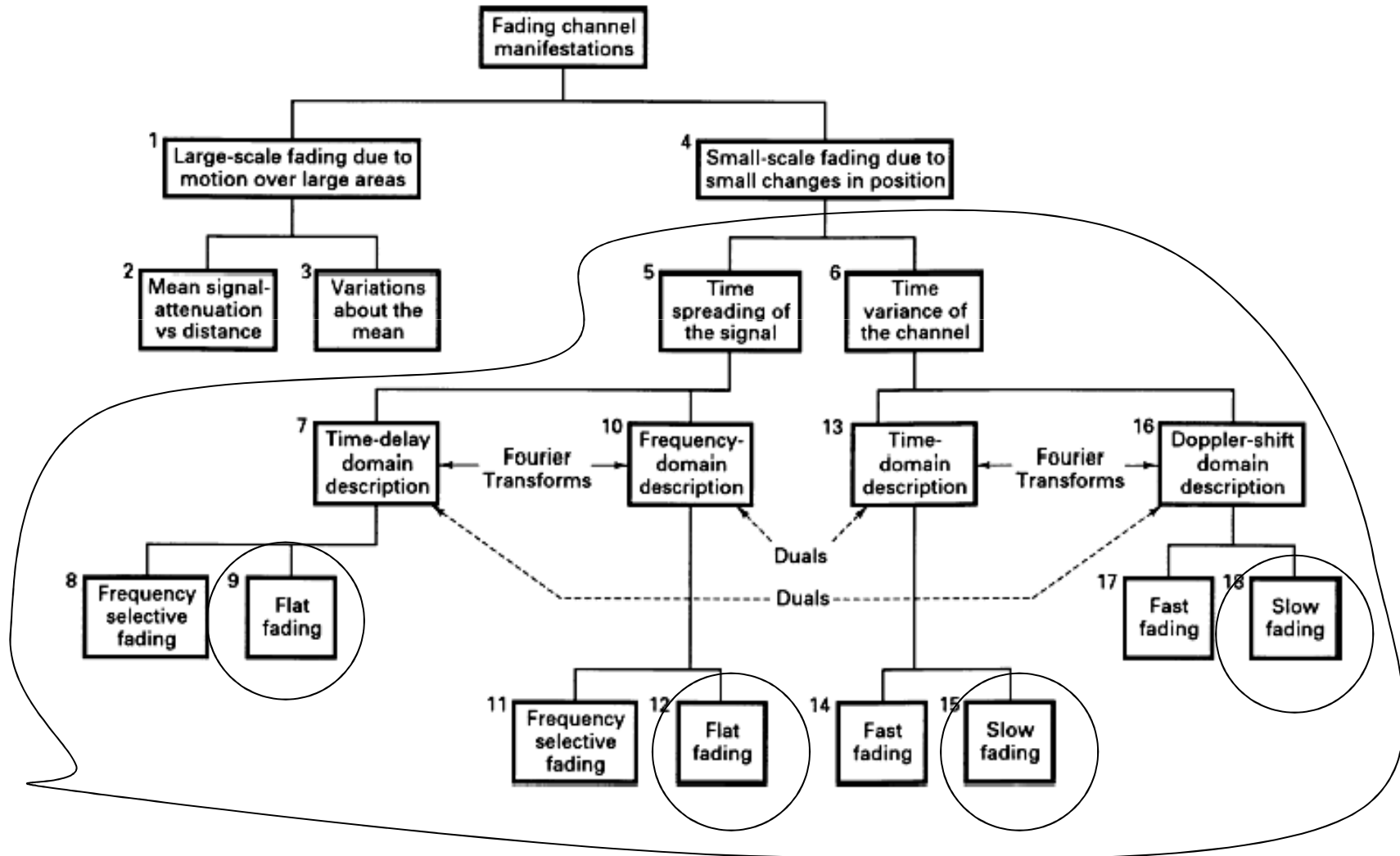
Hitri presih

1. Visoka Dopplerjeva razpršitev
2. Koherenčni čas $T_c \ll$ simbolna
perioda T_s
3. Spremembe kanala hitrejše od
spremembe signala v osnovnem
pasu

Počasni presih

1. Nizka Dopplerjeva razpršitev
2. Koherenčni čas $T_c \gg$ simbolna
perioda T_s
3. Spremembe kanala počasnejše od
spremembe signala v osnovnem
pasu

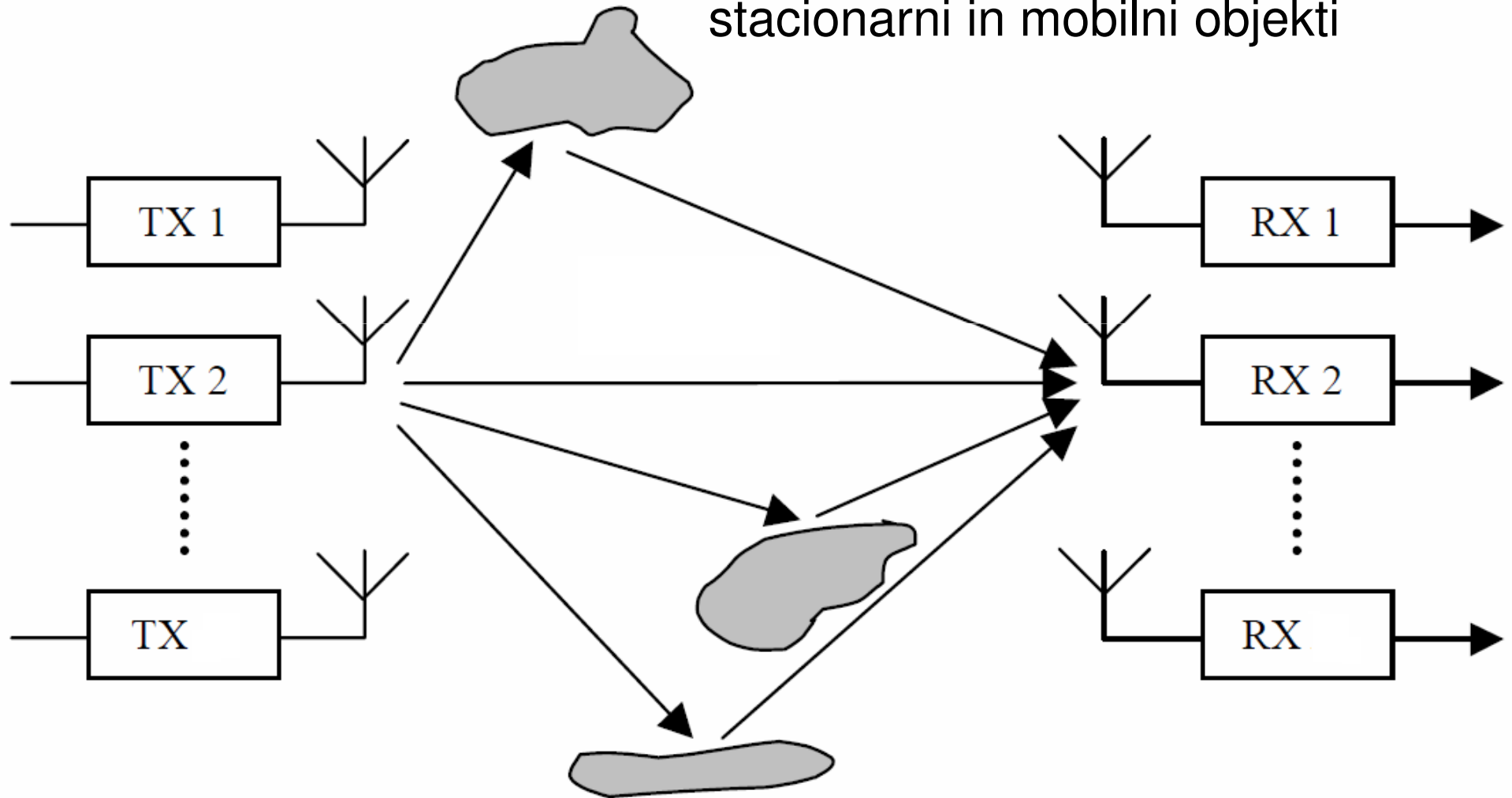
Types of Channels



MIMO

MIMO okolje

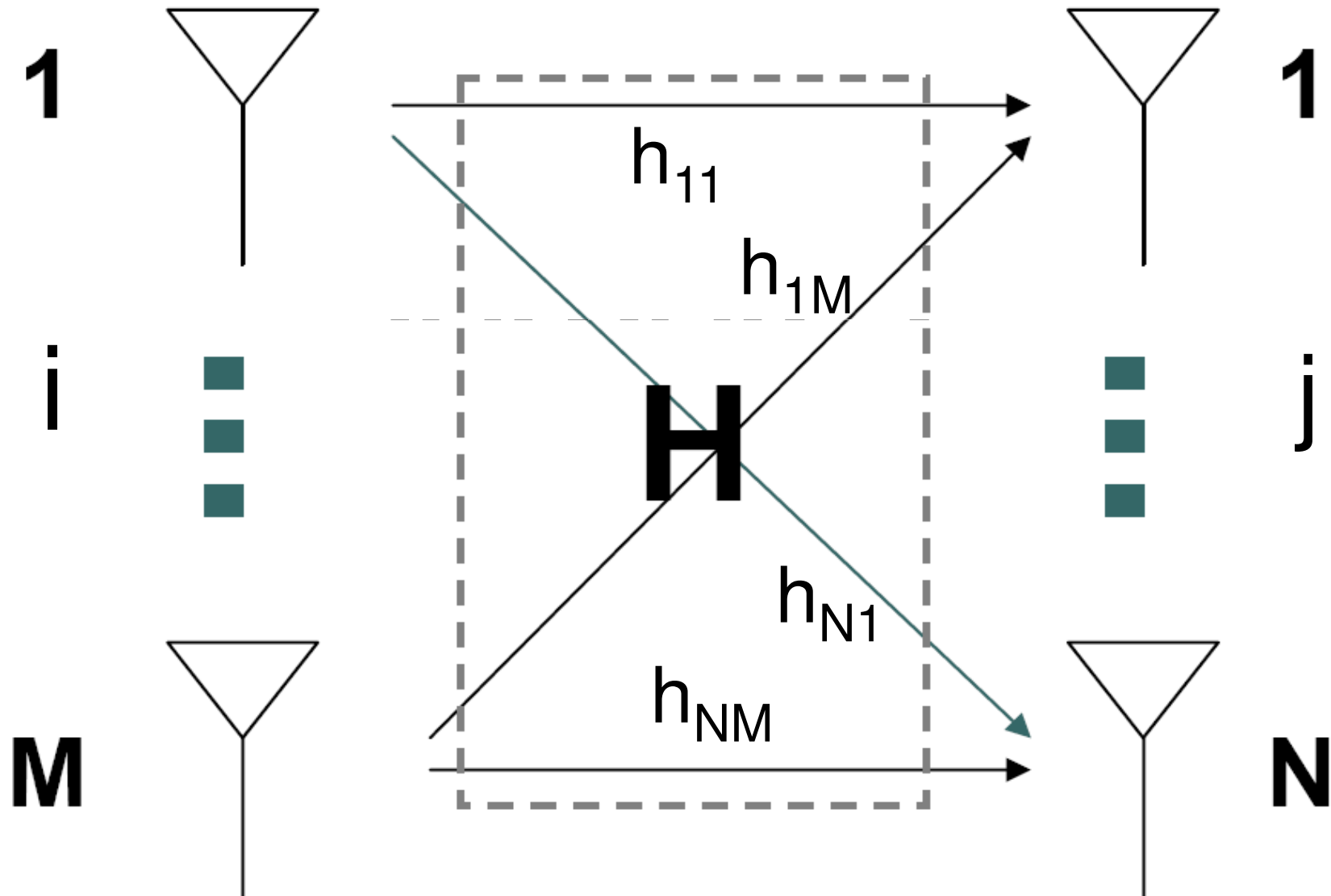
Številni odbojno-razpršilni
stacionarni in mobilni objekti



Notranji prostori in urbano področje sta tipična zgloda.

Večantenski sistemi

Prostorsko multipleksiranje



MIMO novosti in posebnosti

MIMO **prostorski multipleks** SDM ali SDMA (začetniki Winters 1987, Foschini, 1998, mnogo drugih avtorjev) ali **prostorski diversiti** (že znan in uveljavljen koncept):

- Teor. novost: Informacija kodirana v času in prostoru. Različni prostorski kanali uporabljajo eno in **isto frekvenco** za prenos različne informacije.
- **Mnogosteznost**, ki je sicer škodljiva, uporablja MIMO kot koristen pojav, ki omogoča prostorski multipleks.
- Mimo povečuje bitni pretok tem bolj, čim bolj je **prenosna pot disperzna**, vendar z nekaterimi omejitvami (presih naj ne bo frekvenčno selektiven, tudi ne časovno prehiter).

Pogoji in omejitve

1. Pogoji delovanja:

- Rayleigh-jev presih (NLOS)
- Frekvenčno raven (neselektiven) presih
- Kvazistacionaren (počasni) presih
- AWGN.

2. Omejitve delovanja:

- Riceov presih (LOS)
- Frekvenčno selektiven presih (sicer OFDM)
- Malo objektov, nezadostno razprševanje, ozek zorni kot razpršilnikov.

Motivi in izzivi

1. Omogočiti čim večjo kapaciteto kanala oz. visok spektralni izkoristek v kanalu z Rayleigh-jevim presihom.
2. Izkoristiti nekoreliranost signala ali/in ortogonalnost polarizacije in doseči večji bitni prenos kot v kanalu brez presiha.
3. Izboljšati druge karakteristike (verjetnost napake, pokrivanje, moč).
4. Uporabiti hkrati prostorski in frekvenčni in polarizacijski multipleks.

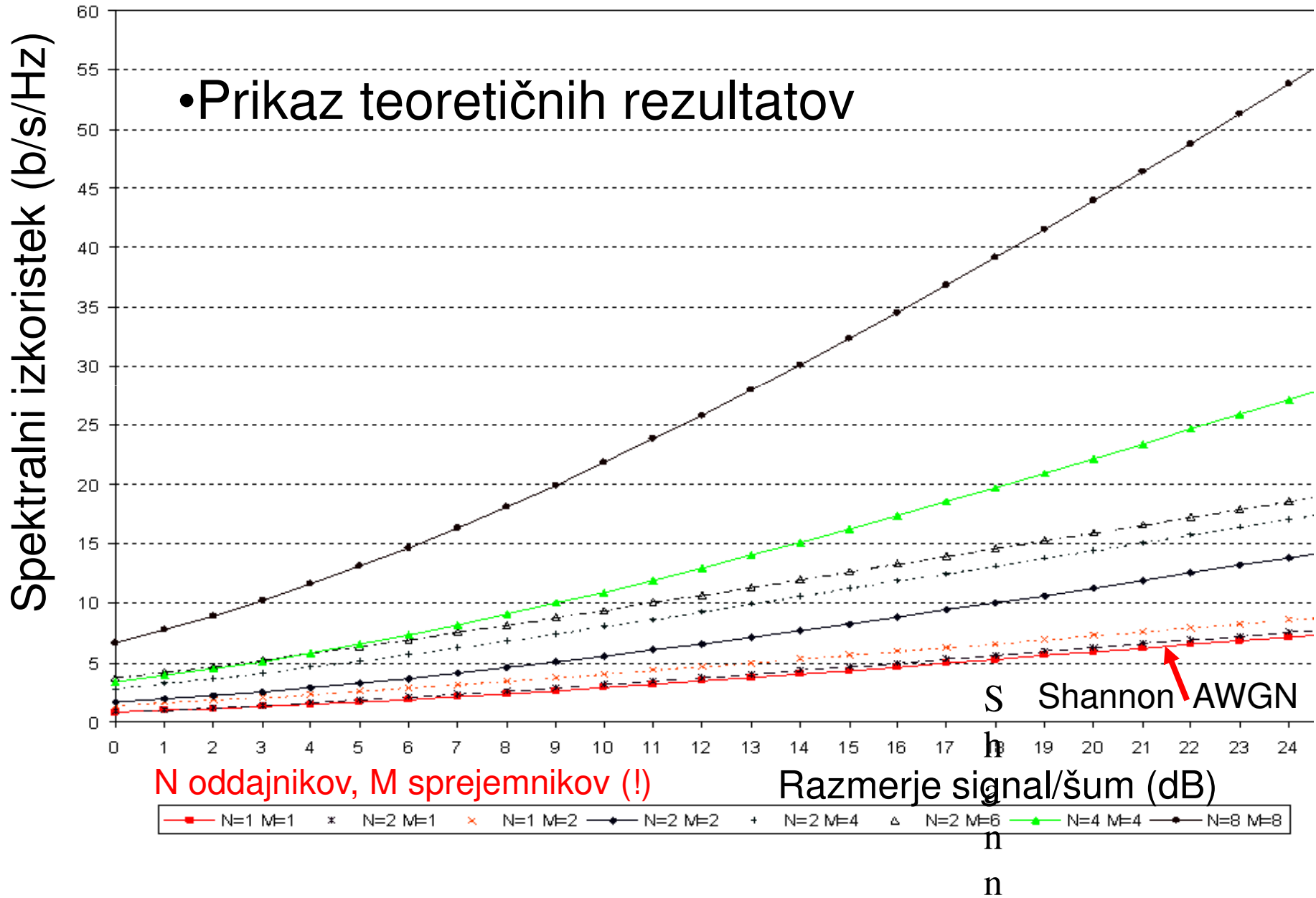
Cilji

Dopolniti **Shannonovo mejo**, ki velja za kanal z AWGN, z novo mejo za kanal z Rayleighovim presihom in izkoristiti nove možnosti, ki jih ta kanal omogoča.

Uresničiti širokopasovne radijske zveze in omrežja z bitno hitrostjo do **1 Gb/s (10 Gb/s?)** pri realno dosegljivem razmerju signal/šum in razpoložljivi spektralni širini.

V stacionarnih in mobilnih omrežjih uresničimo **prostorsko multipleksiranje**, ki daje dodatno število neodvisnih kanalov, delujočih na isti frekvenci (število kanalov se poveča 2x, 4x, itd. pri enaki širini spektra).

Spektralni izkoristek sistema MIMO



Mimo – ortogonalnost in nekoreliranost⁵⁸

1. Mimo- oblikovanje diagrama antene

- Povečanje sevanja oz. sprejema v določeno smer
- Zmanjšanje sprejema motilnega signala iz smeri motilnika
- Izboljšanje kakovosti prenosa in sprejema.

2. Mimo–prostorska raznolikost in polarizacijska ortogonalnost

Enokanalni prenos s prostorsko razmeščenimi ali/in ortogonalno polariziranimi antenami pri oddaji ali sprejemu

- Izboljšanje kakovosti prenosa na osnovi redundance in logaritmično (skromno!) povečanje kapacitete.

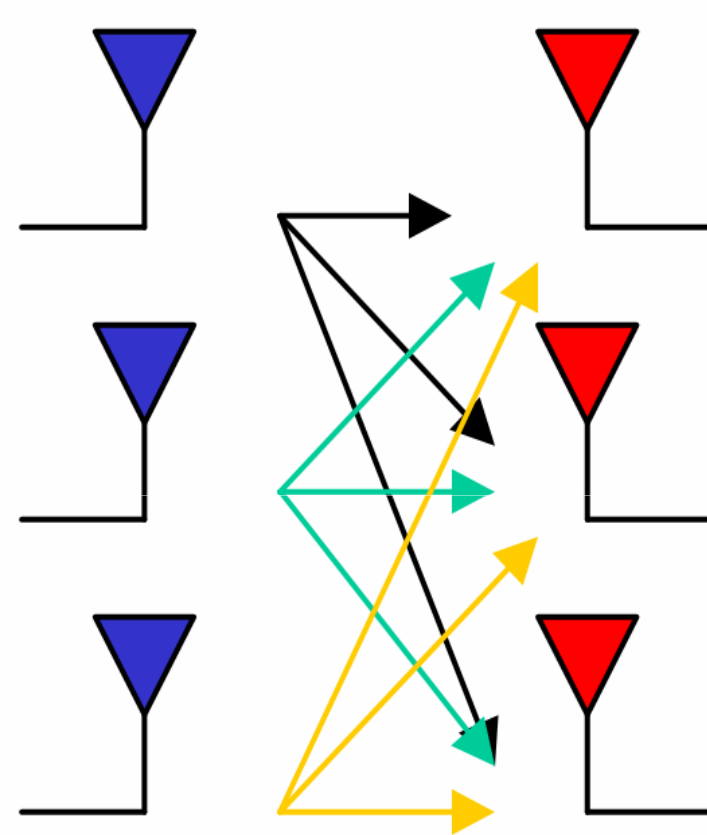
3. Mimo–prostorska nekoreliranost, prostorski multipleks

- Večkanalni prenos (spatial multiplexing), dekompozicija v $\min(M,N)$ neodvisnih kanalov
- Linearno (znatno!) povečanje kapacitete kanala.

Dosežki, povzetek

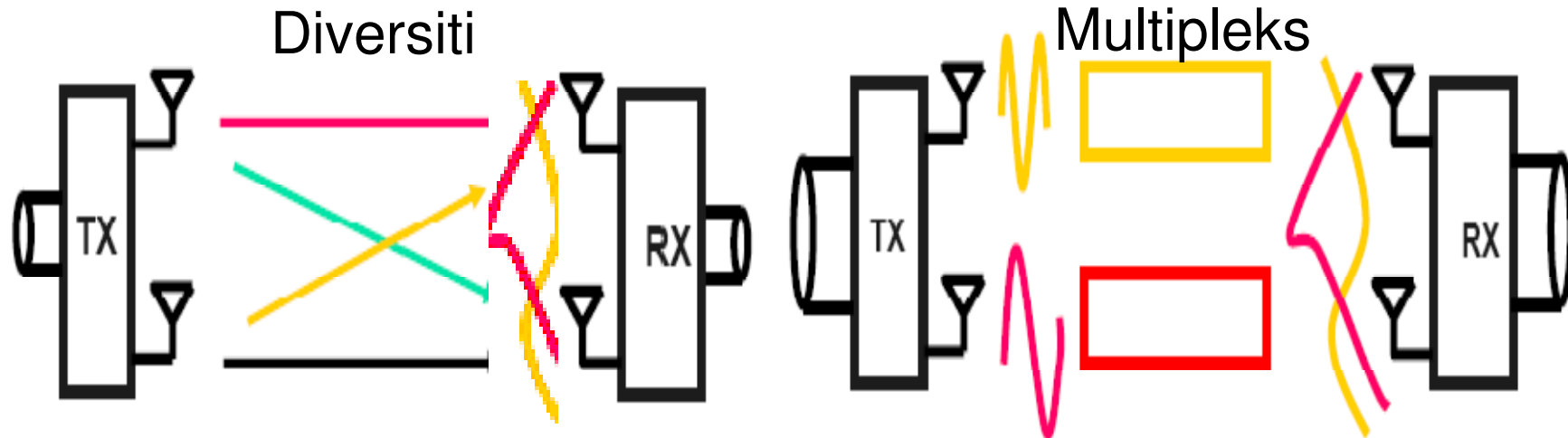
- Oblikovanje smernega diagrama (Beamforming)

- Raznoliki (prostorski in polarizacijski) prenos (Diversity transmission and reception)



- Prostorski ali prostorsko – polarizacijski multipleks: vzporedni kanali na isti frekvenci (Spatial Division Mux, Spatial/Polarization Mux)

Dve tehniki večantenskih sistemov



1. Raznolika oddaja in sprejem:

- Zvišana Q zveze
- Zmanjšani učinek presiha
- Uporaba redundance signala
- **Logaritmično** povečanje C kanala
- Sistem manj kompleksen

2. Prostorski multipleks:

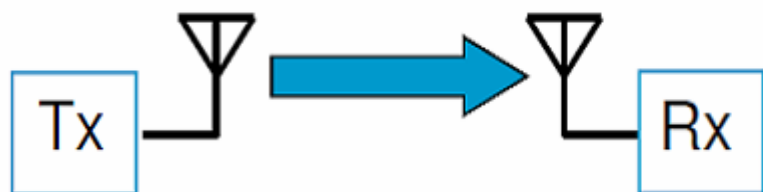
- Izkoriščanje prostora
- Vsi kanali uporabljajo skupen spektralni pas, velik spektralni izkoristek
- **Linearno** povečanje C kanala
- Sistem bolj kompleksen



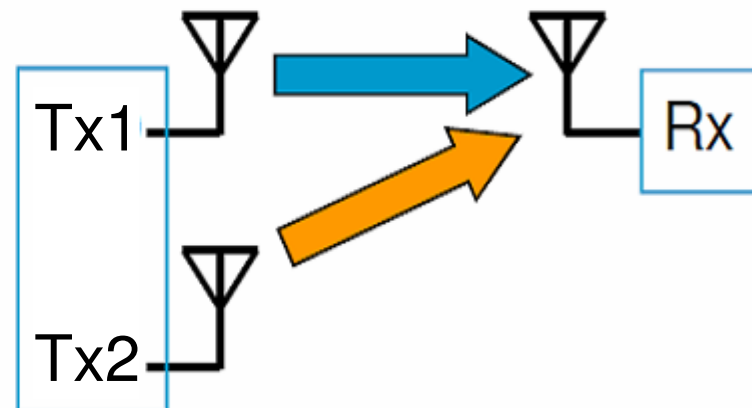
- Prenosni sistem, ki izkorišča polarizacijsko, prostorsko ali prostorsko in polarizacijsko raznolikost oz. ortogonalnost.
- Večantenski sistem: Oddaja in sprejem z (M,N) antenami, npr. (2,2), (4,4), (4,2).
- Dekompozicija mnogosteznih prenosnih poti v neodvisne kanale, kapaciteta spektralni izkoristek in bitni pretok se $\min(M,N)$ krat povečata.
- Večantenski dvopolarizacijski sistem (prostorska nekoreliranost in polarizacijska ortogonalnost): Kapaciteta kanala se poveča še za 2 ali 3 krat (dvopolarizacijske ali tripolarizacijske antene).
- Zadostna razdalja ($>\lambda/2$) za nekoreliranost med kanali.

Osnovni sistemi

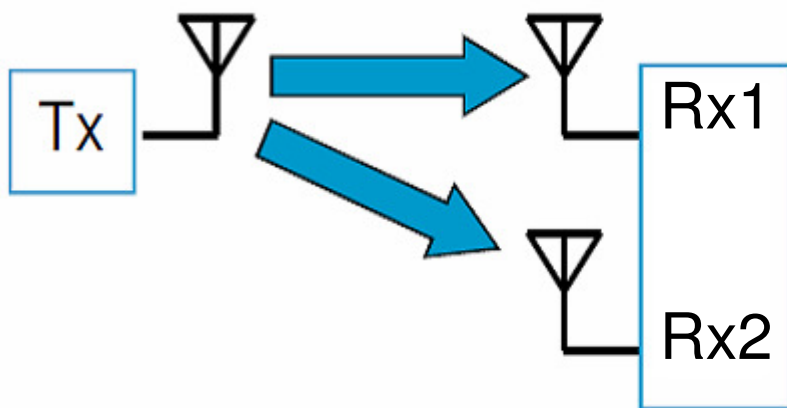
SISO



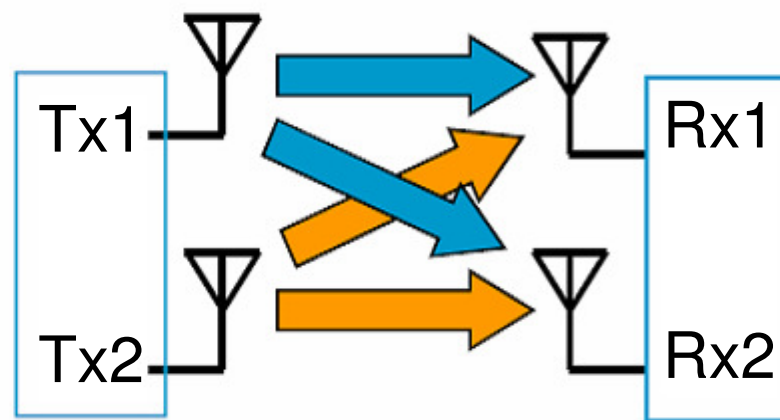
MISO



SIMO



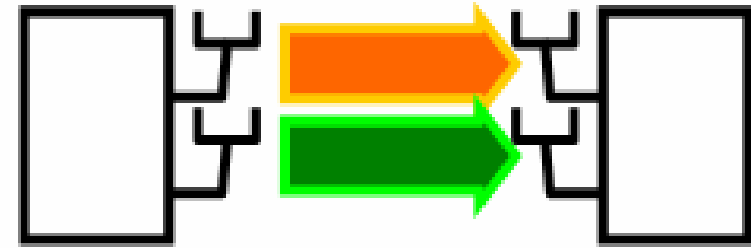
MIMO



MIMO, zveza T-T in T-MT

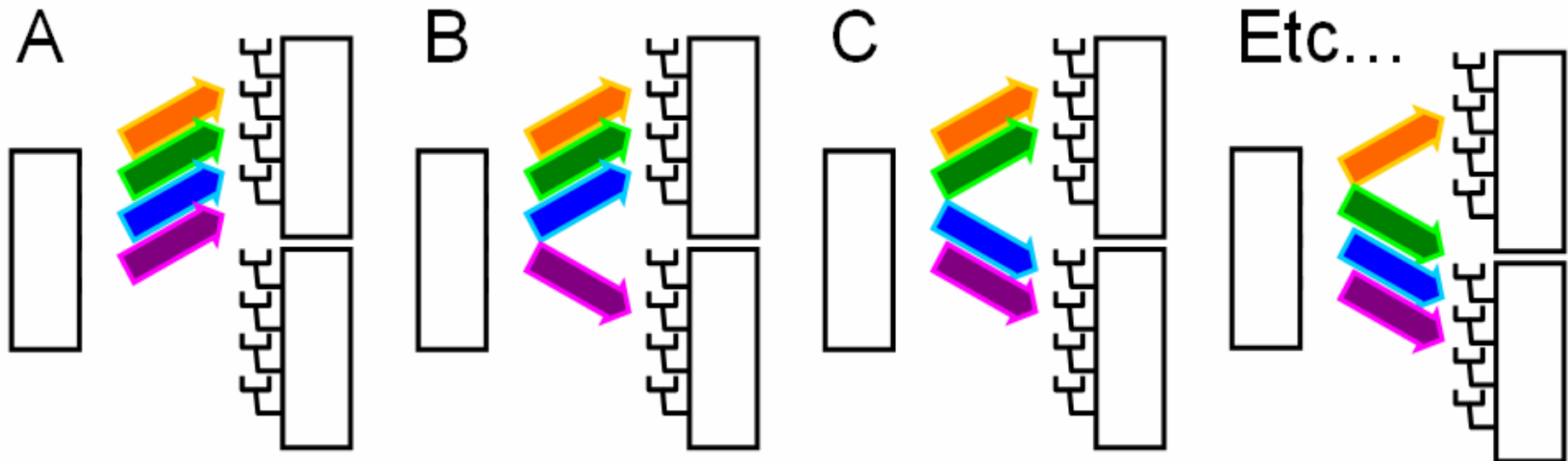
- **T-T (točka-točka):**

Vzpostavlja neodvisne kanale, optimizira skupni C s porazdelitvijo moči na posameznih antenah



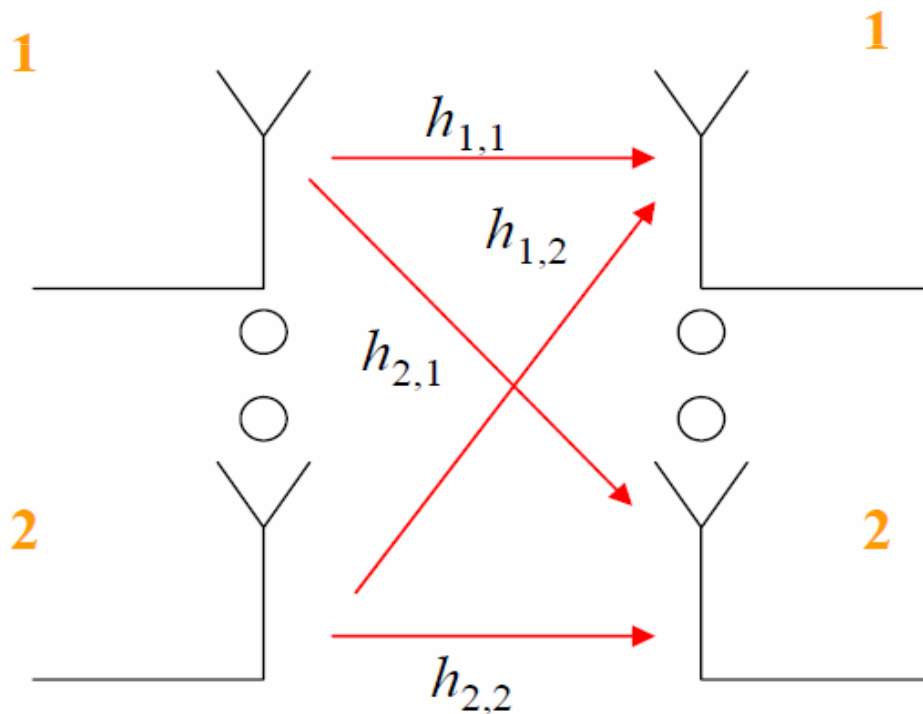
- **T-MT (točka-mnogo točk):**

Porazdeljuje neodvisne kanale med različnimi uporabniki in optimizira skupni prenos.



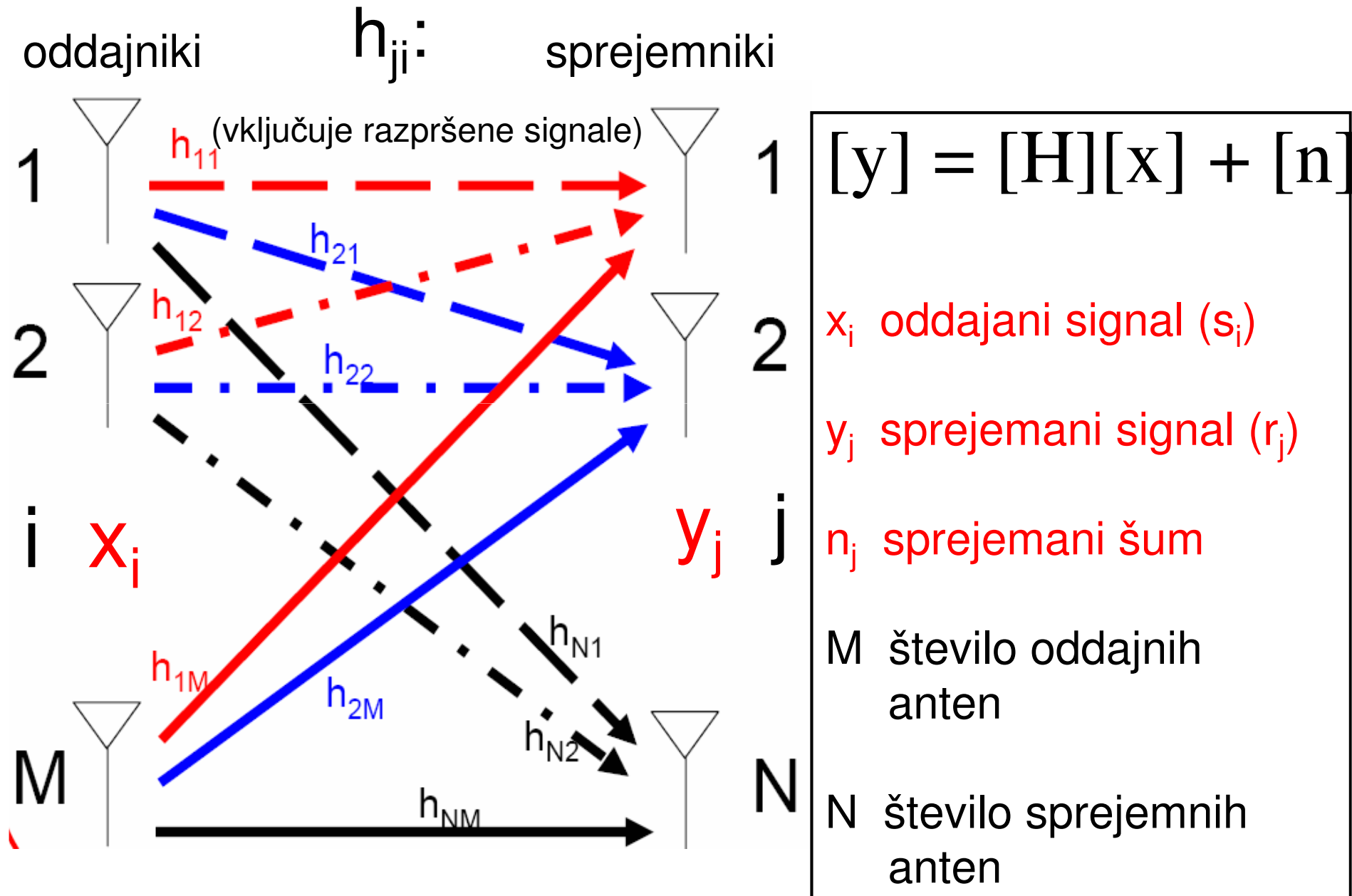
MIMO 2×2

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ h_{2,1} & h_{2,2} \end{bmatrix}$$

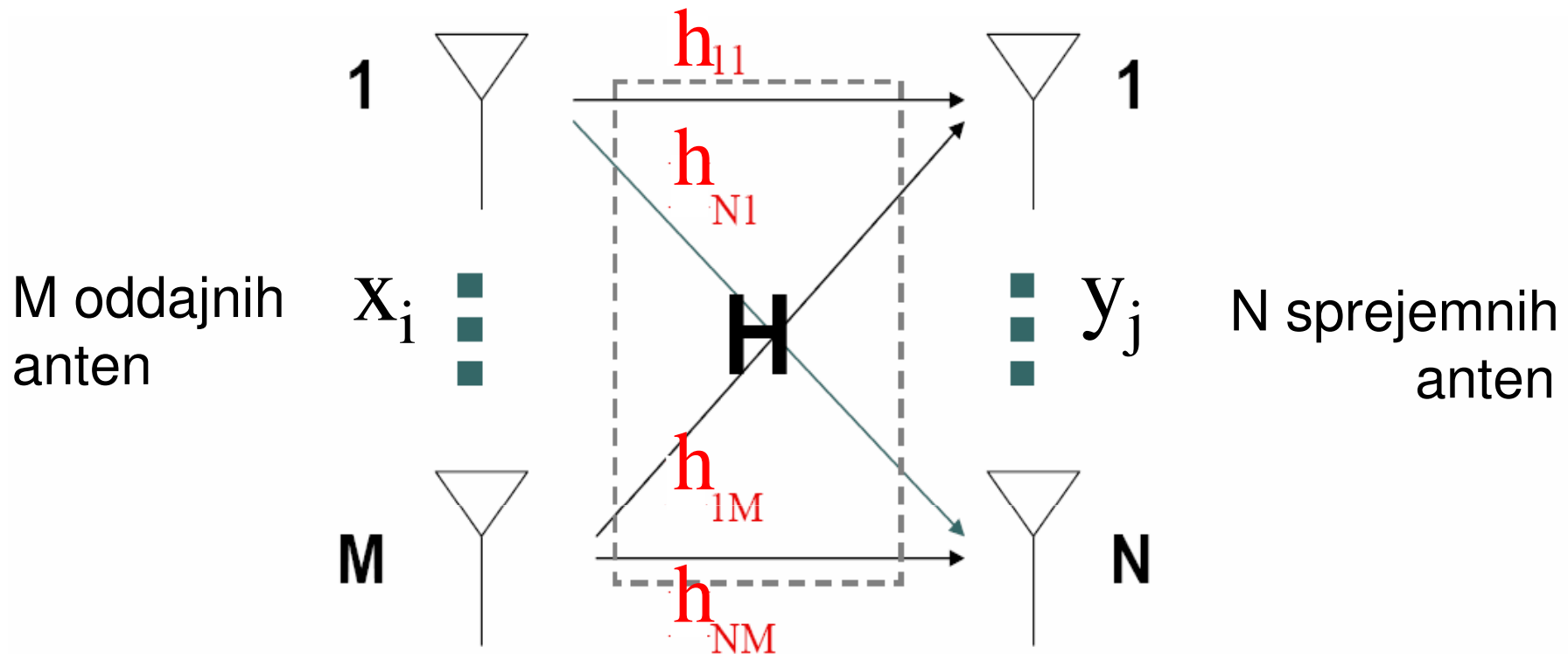


Najverjetnejši sistem
za vgradnjo v ročno
napravo

Zveza MIMO



Signali na oddajnih in sprejemnih antenah ⁶⁶



$$y_1 = h_{11}x_1 + h_{12}x_2 + \dots + h_{1M}x_M + n_1 = [h_{11} \quad h_{12} \quad \dots \quad h_{1M}] \underline{x} + n_1$$

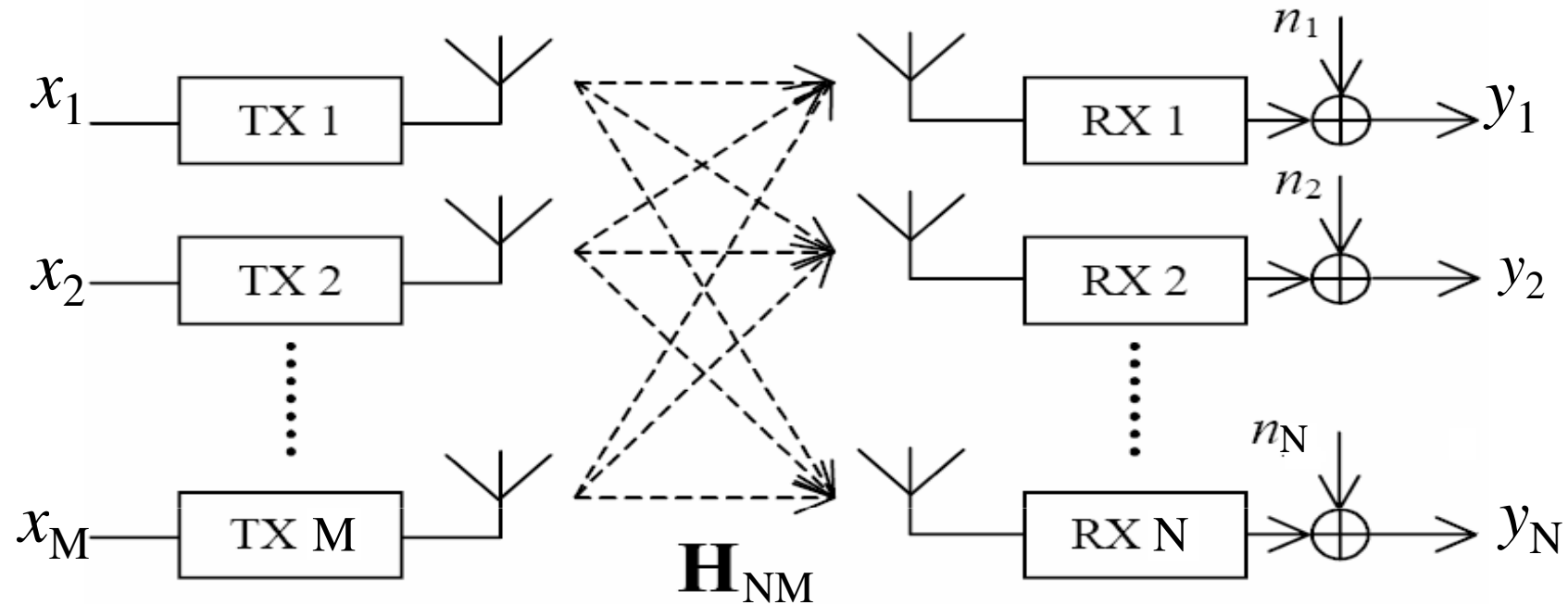
$$y_i = h_{i1}x_1 + h_{i2}x_2 + \dots + h_{iM}x_M + n_i = [h_{i1} \quad h_{i2} \quad \dots \quad h_{iM}] \underline{x} + n_i$$

Stolpec izhodnega signala

$$\underline{y}_{N \times 1} = \mathbf{H}_{N \times M} \underline{x}_{M \times 1} + \underline{n}_{N \times 1}$$

Vhodni signali in šum

MIMO $M \times N$ oddajno–sprejemni sistem⁶⁷



$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdot & h_{1M} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{N1} & \cdot & h_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ n_N \end{bmatrix}$$

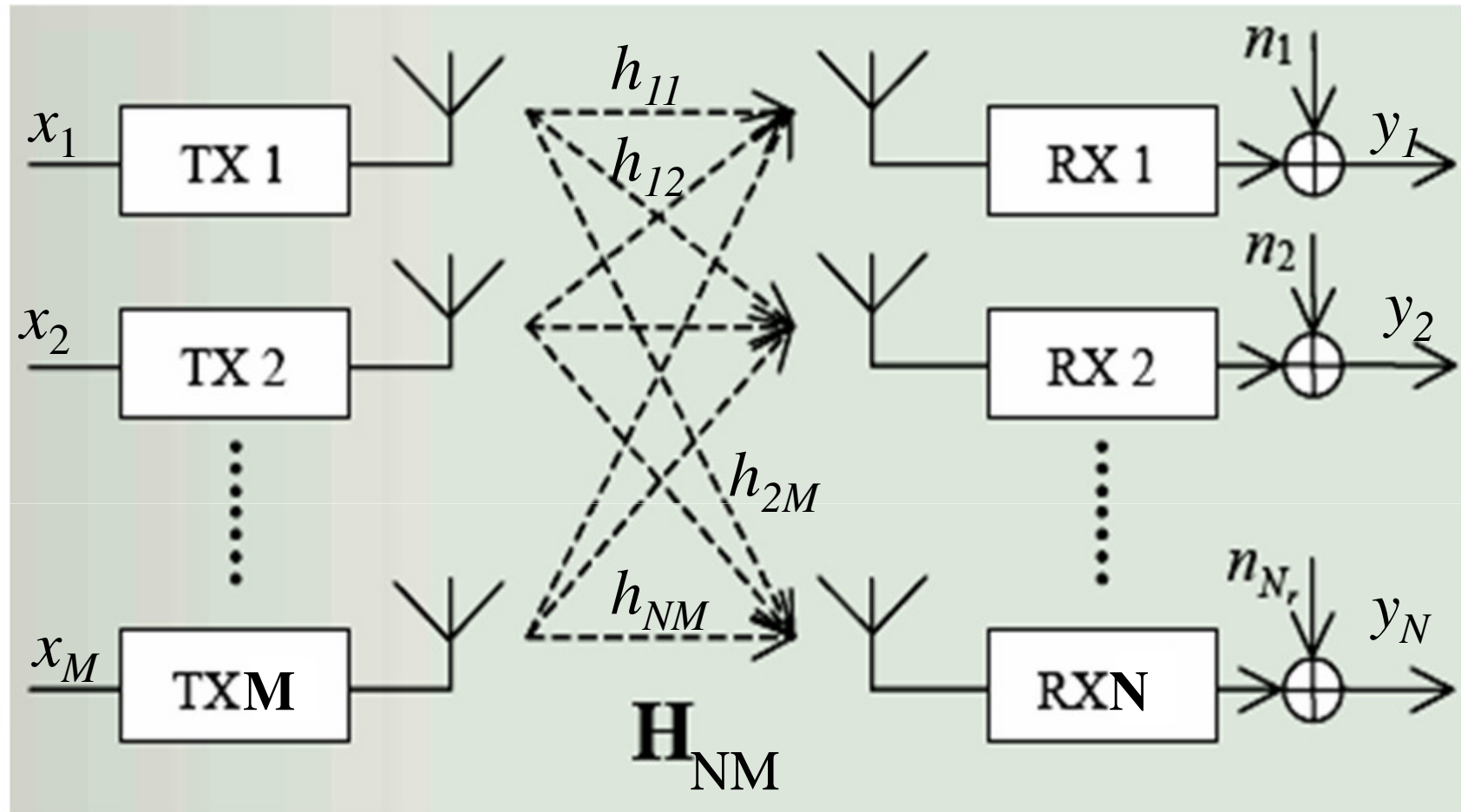
N vrstic, M stolpcev

Koeficienti matrike H

$$h_{qp} = \sqrt{\frac{P_t \lambda^2}{(4\pi)^2 d_{qp}^2}} \exp\left(-j2\pi \frac{d_{qp}}{\lambda}\right)$$

MIMO – zamisel odkrivanja signala

69



Ideja za sprejemnik: $\mathbf{x} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{y} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{x} = \mathbf{x}$

Koeficienti h_{ji} vključujejo mnogostezne odbojne in razpršilne poti.

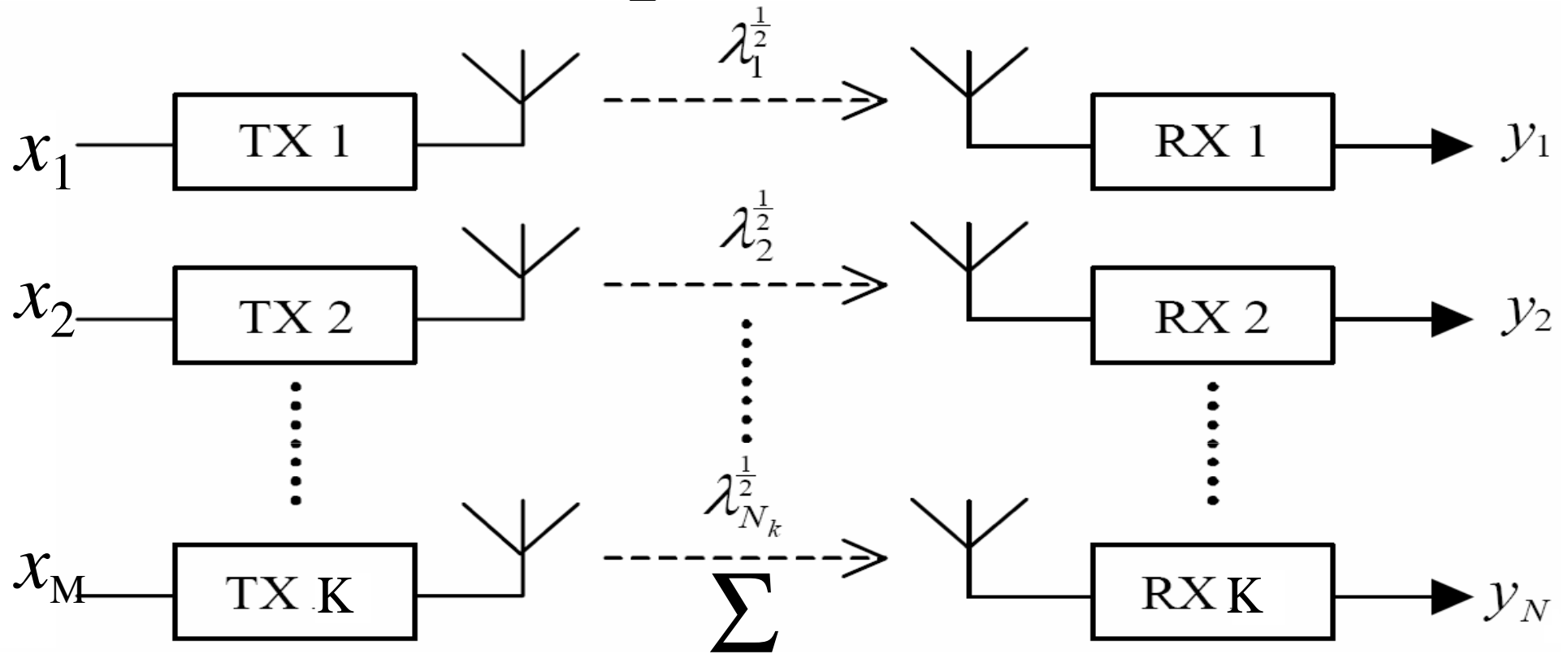
MIMO – možnost odkrivanja signala

70



- Enačba $[x] = [H]^{-1} [y]$ v principu nakazuje možnost, da iz sprejetega sporočila $[y]$ izluščimo oddano sporočilo $[x]$, če le poznamo inverzno vrednost razpršilne matrike $[H]^{-1}$ kanala.
- Računanje inverzne vrednosti $[H]^{-1}$ je povezano s težavami pri slabi pogojenosti matrike (v odsotnosti mnogosteznosti).
- Postopek odkrivanja sporočila $[x]$ zasnujemo na DSP na sprejemni ali sprejemni in oddajni strani. Ta omogoča diagonalizacijo matrike in razloži vzpostavitev določenega števila neodvisnih kanalov.
- Iz podatka o trenutnem stanju kanala lahko optimiziramo porazdelitev moči med kanali tako, da je prenašana informacija največja.

MIMO diagonaliziran sistem

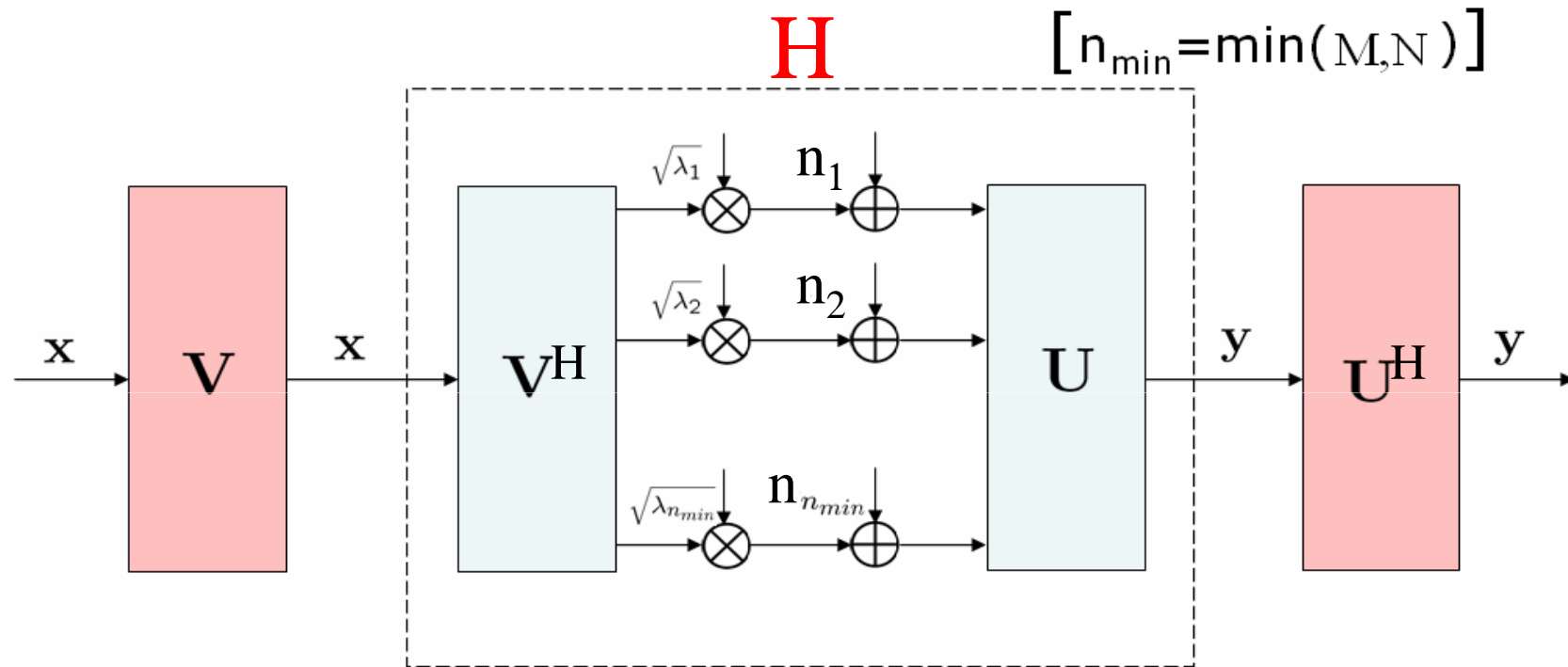


$$K = \min(M, N)$$

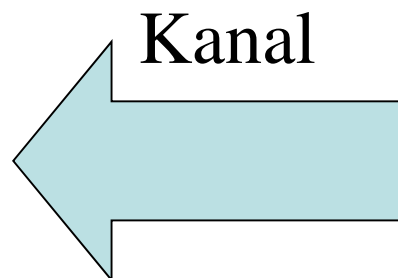
$$y_k = \lambda_k^{\frac{1}{2}} s_k + n'_k$$

Kanalna dekompozicija

- Princip diagonalizacije lastnih oz. singularnih vrednosti matrike \mathbf{H}
Ekvivalentni vzporedni (pod)kanali s singularnimi koeficienti



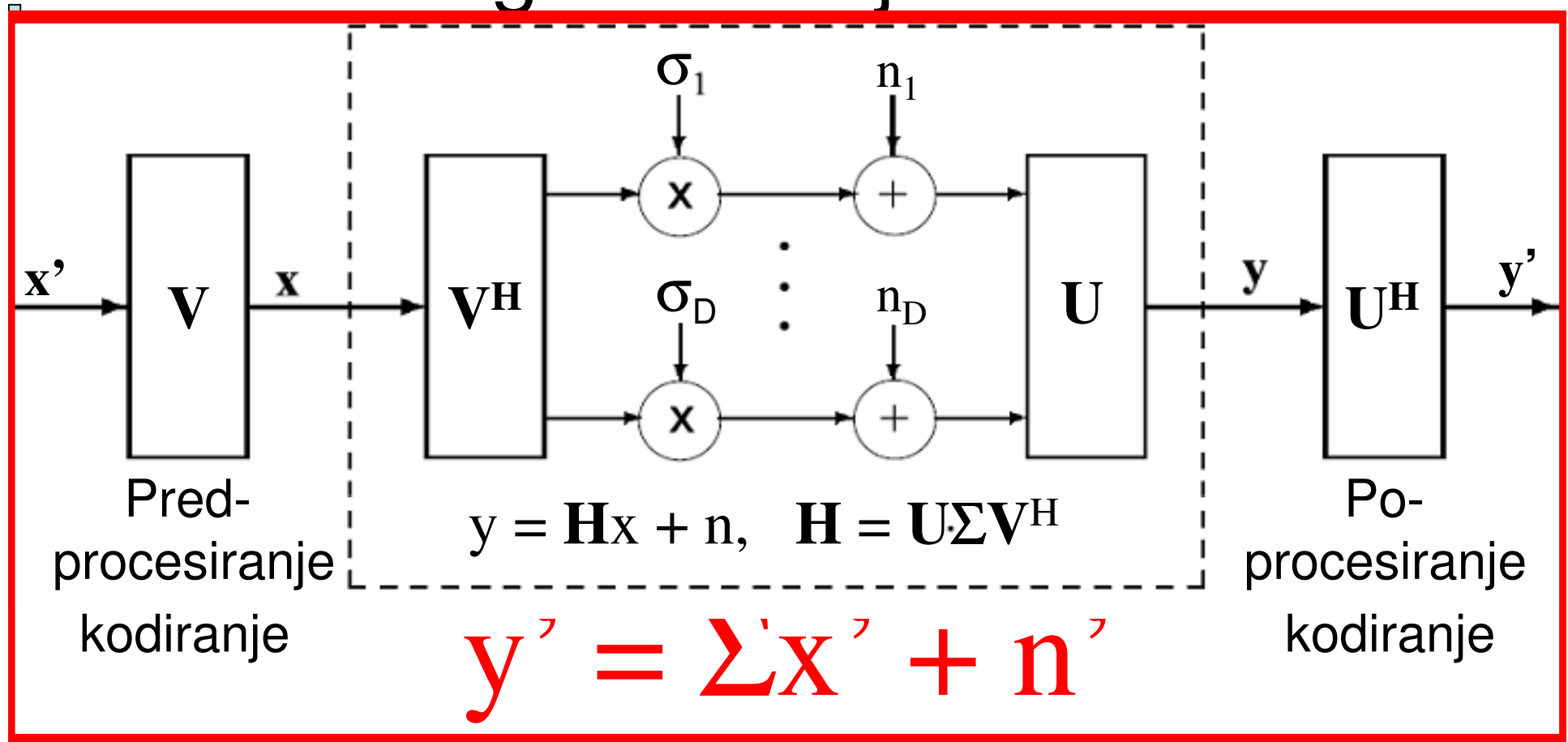
Pred-procesiranje
Oddajnik prejme
stanje kanala



Povratna zveza

Po-procesiranje
Sprejemnik ugo-
tavlja stanje kanala
(pilotski signali)

Diagonalizacija s SVD



$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(M,N)}); \quad \sigma = (\lambda)^{1/2}$$

$$\begin{aligned}
 y' &= \mathbf{U}^H y = \mathbf{U}^H (\mathbf{H}x + n) = \mathbf{U}^H (\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H x + n) = \\
 &= \mathbf{U}^H (\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H\mathbf{V}x' + n) = \mathbf{U}^H\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H\mathbf{V}x' + \mathbf{U}^H n = \Sigma x' + n'
 \end{aligned}$$

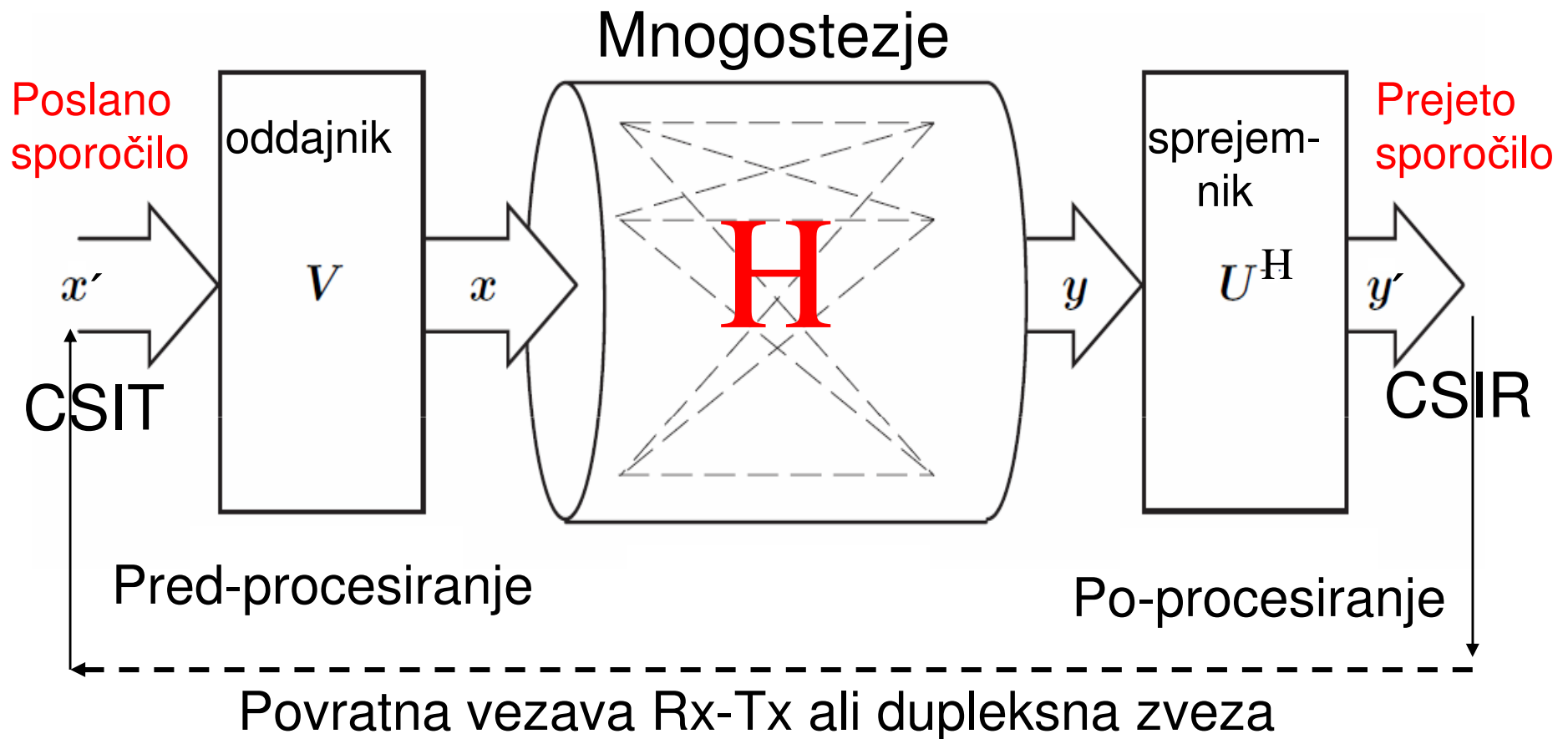
Računski primer dekompozicije

$$\underline{y} = \mathbf{H}\underline{x} + \underline{n} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \underline{x} + \underline{n} =$$

$$\mathbf{U}\mathbf{\Sigma} \begin{bmatrix} \underline{v}_1^H \\ \underline{v}_2^H \\ \vdots \\ \underline{v}_M^H \end{bmatrix} \underline{x} + \underline{n} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma} \begin{bmatrix} \underline{v}_1^H \underline{x} \\ \underline{v}_2^H \underline{x} \\ \vdots \\ \underline{v}_M^H \underline{x} \end{bmatrix} + \underline{n} = \mathbf{\Sigma} \begin{bmatrix} u_1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & u_K & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_1^H \underline{x} \\ \underline{v}_2^H \underline{x} \\ \vdots \\ \underline{v}_M^H \underline{x} \end{bmatrix} + \underline{n} =$$

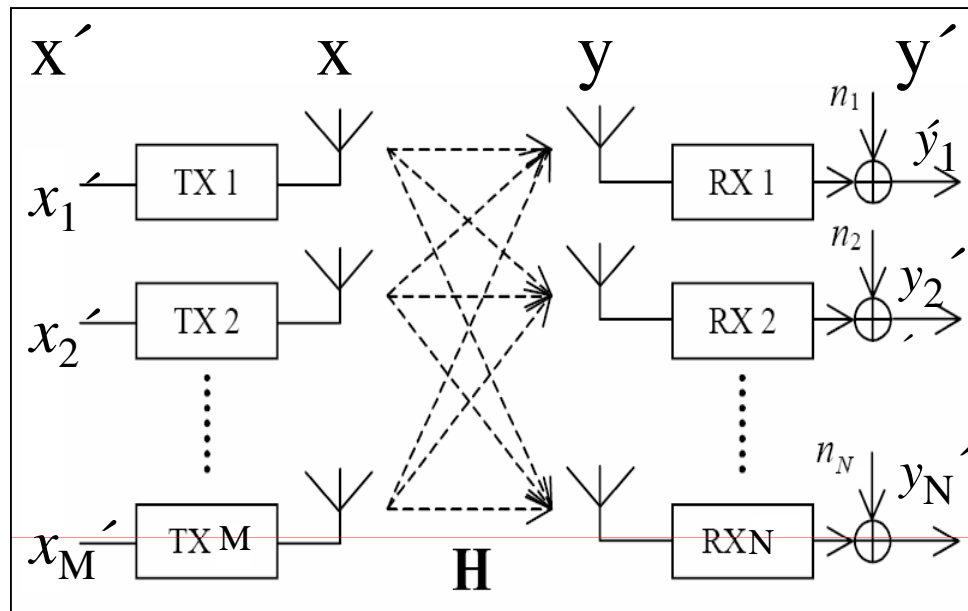
$$\mathbf{\Sigma} \begin{bmatrix} u_1 \underline{v}_1^H \underline{x} \\ u_2 \underline{v}_2^H \underline{x} \\ \vdots \\ u_M \underline{v}_M^H \underline{x} \end{bmatrix} + \underline{n} = \begin{bmatrix} \underline{s}_1 & \underline{s}_2 & \cdots & \underline{s}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \underline{v}_1^H \underline{x} \\ u_2 \underline{v}_2^H \underline{x} \\ \vdots \\ u_M \underline{v}_M^H \underline{x} \end{bmatrix} + \underline{n} = \sum_{i=1}^{\min(N,M)} \underline{s}_i u_i \underline{v}_i^H \underline{x} + \underline{n}$$

Obdelava signala

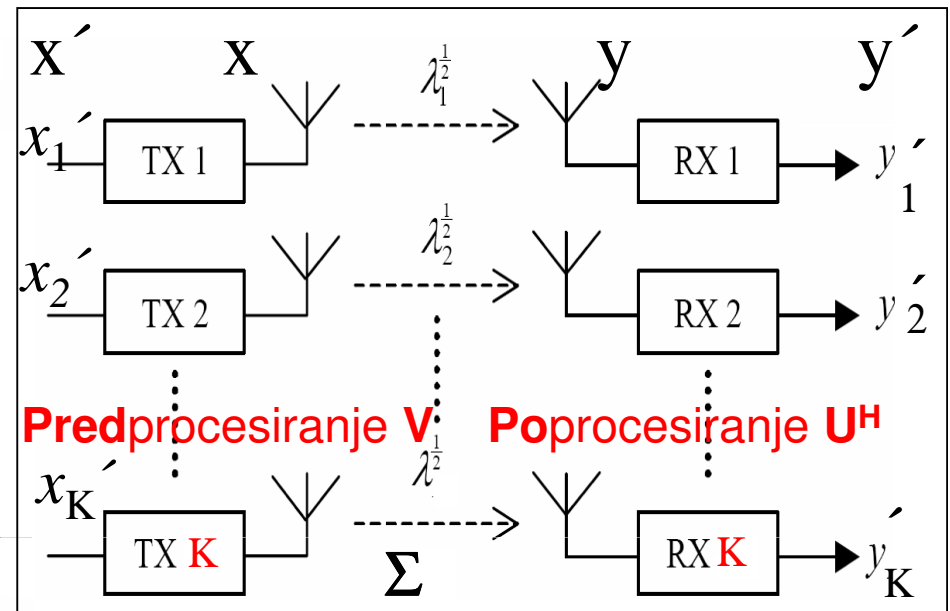


Med podatkovnimi signali pošilja oddajnik pilotne signale, s katerimi ugotavlja sprejemnik informacijo o stanju kanala CSI. Če ni povratne zveze, se predprocesiranje ne opravlja,

Fizični model



Ekvivalentni model



Enačbe prostora:

$$y = H x + n$$

Singularna dekompozicija:

$$H = U \Sigma V^H$$

$$y = U \Sigma V^H x + n$$

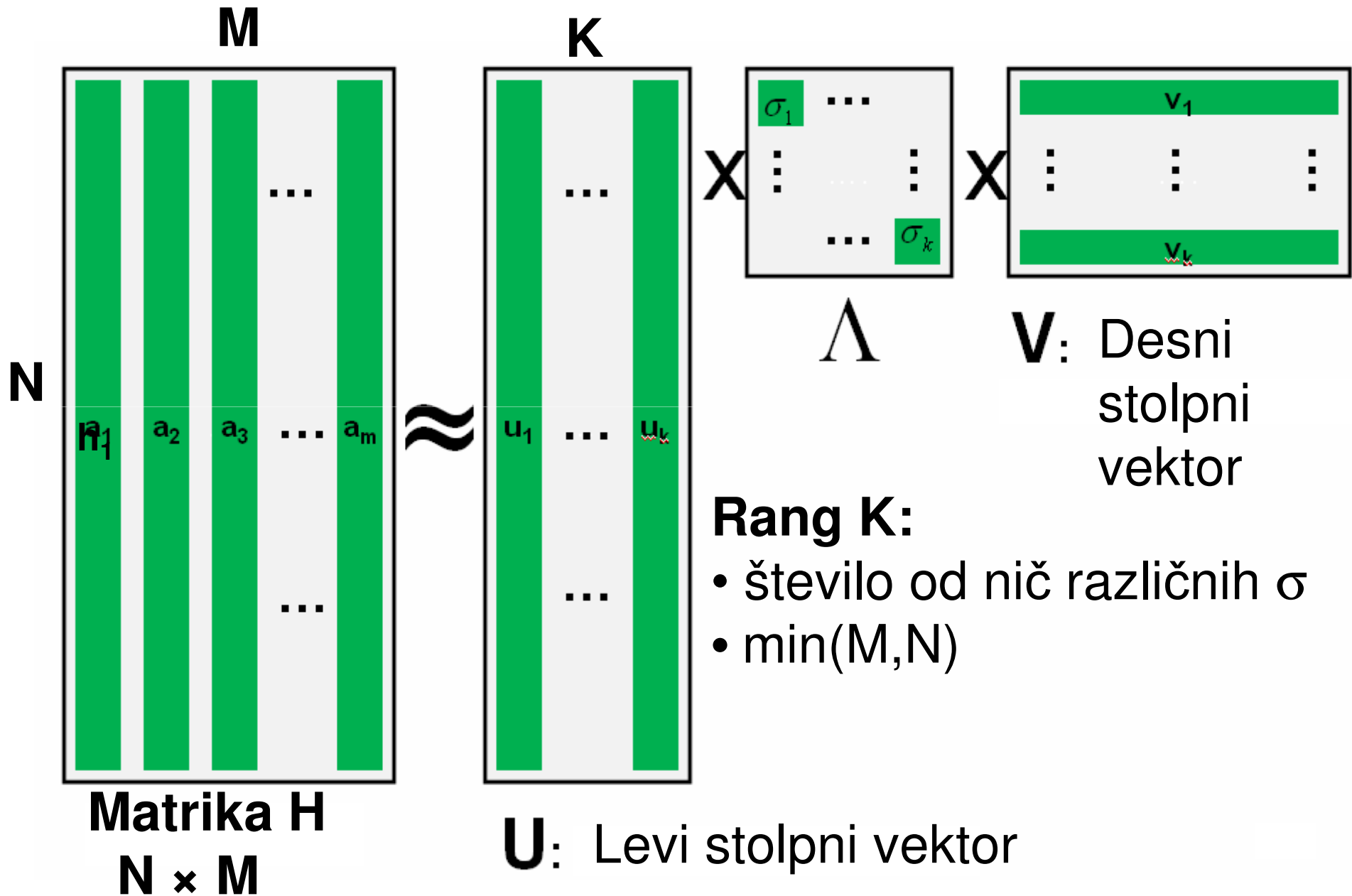
Enačbe prostora s Tx in Rx:

$$y' = U^H y = U^H U \Sigma V^H V x + n$$

$$y' = \Sigma x' + n$$

$$y_k = \lambda_k^{\frac{1}{2}} x_k + n_k$$

Dekompozicija



Procesiranje signala kanalov

Predprocesiranje
v oddajniku:

Desni vektor \underline{V}

$$\langle \underline{X}, \underline{V}_1 \rangle$$

$$\langle \underline{X}, \underline{V}_2 \rangle$$

$$\langle \underline{X}, \underline{V}_K \rangle$$

Kanal

 λ_1

 λ_2


⋮

 λ_K


Poprocesiranje
v sprejemniku:

Levi vektor \underline{U}^H

$$\langle \underline{X}, \underline{V}_1 \rangle \lambda_1 \underline{u}_1$$

$$\langle \underline{X}, \underline{V}_2 \rangle \lambda_2 \underline{u}_2$$

$$\langle \underline{X}, \underline{V}_K \rangle \lambda_K \underline{u}_K$$

Sistem MIMO – glavne enačbe

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H$$

singularna
dekompozicija

$$\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{V} \mathbf{V}^H = \mathbf{I}$$

unitarnost

$$\mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V} = \mathbf{\Sigma}$$

pred-kodiranje \mathbf{V}
po-kodiranje \mathbf{U}^H

diagonalna matrika singularnih vrednosti:

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(M,N)})$$

Singularna dekompozicija

$$H_{N \times M} = U_{M \times M} \Sigma_{M \times N} V^H_{N \times N}$$

- H matrika prenosnih koeficientov h_{ij}
- Σ diagonalna matrika singularnih vrednosti σ_i
- U unitarna matrika levih singularnih vektorjev
- V unitarna matrika levih singularnih vektorjev
- V^H Hermitova matrika V (konjug. in transp.)

Primer $M=2$, $N=3$:

$$\begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 2 & 9 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.628 & -0.683 & 0.374 \\ 0.490 & 0.720 & 0.492 \\ 0.605 & 0.126 & -0.787 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16.491 & 0 \\ 0 & 6.1672 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.660 & -0.751 \\ 0.751 & 0.660 \end{bmatrix}$$

Singularna dekompozicija

$$H_{N \times M} = U_{M \times N} \Sigma_{M \times N} V^H_{N \times N}$$

- Singularne vrednosti matrike H :

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(M,N)}), \quad \sigma = \text{SQR}(\lambda)$$

Lastne vrednosti matrike H :

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\min(M,N)}),$$

- U matrika levih lastnih vektorjev matrike $H H^H$:

lastnost unitarnosti $U U^H = I$

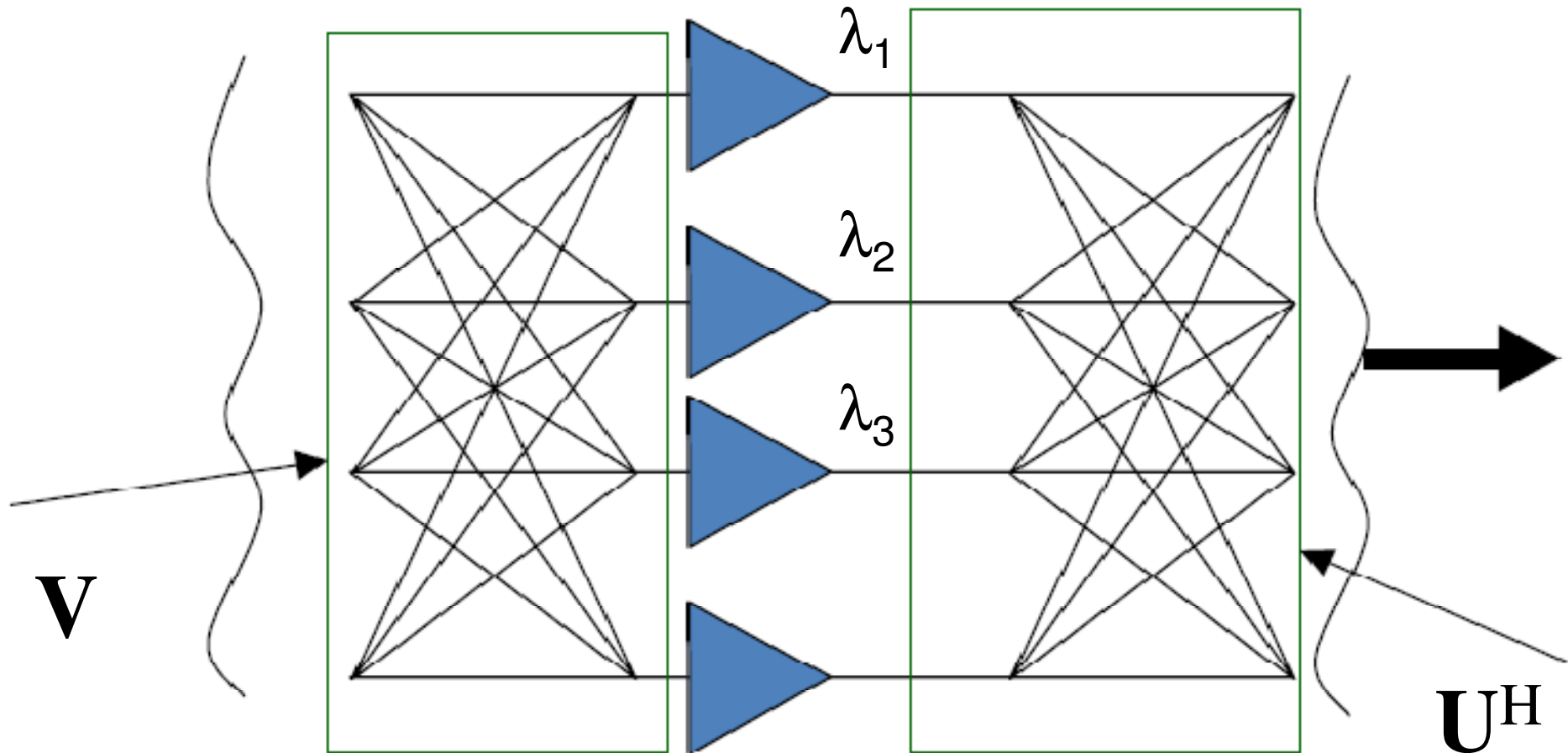
- V matrika desnih lastnih vektorjev matrike $H^H H$:

lastnost unitarnosti $V V^H = I$

$$H H^H = (U \Sigma V^H)(U \Sigma V^H)^H = (U \Sigma V^H)(V \Sigma^T U^H) = U \Sigma \Sigma^T U^H$$

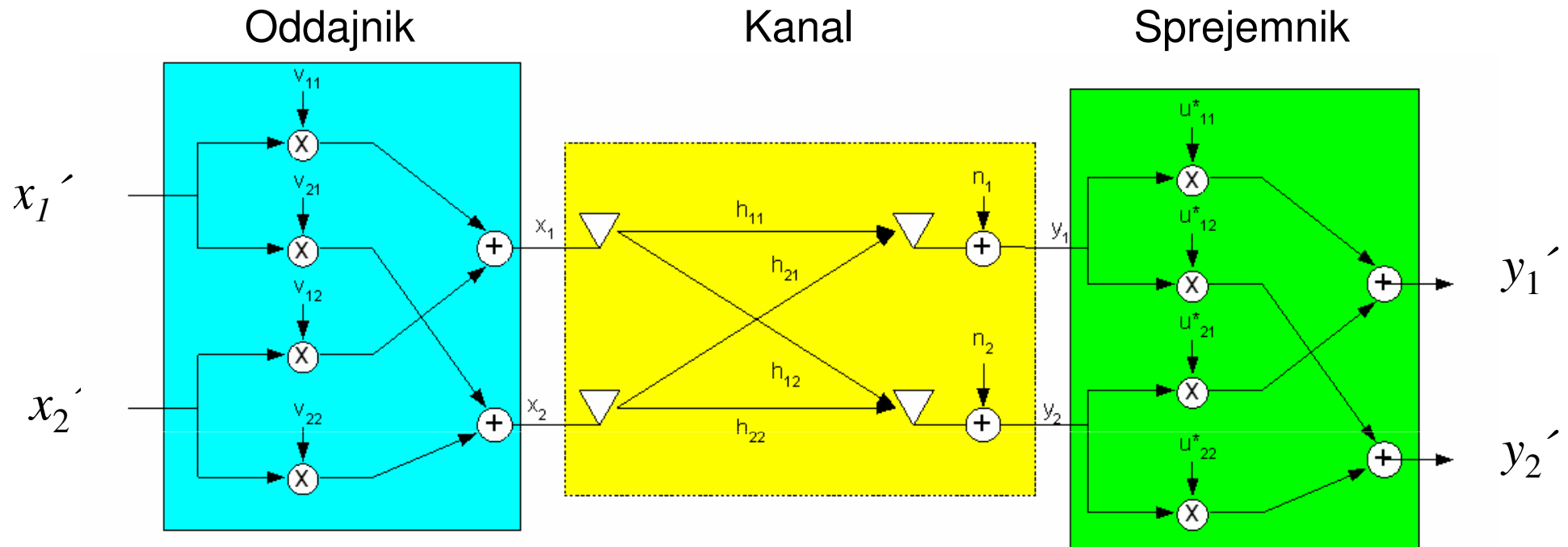
$$H^H H = (U \Sigma V^H)^H (U \Sigma V^H) = (V \Sigma^T U^H)(U \Sigma V^H) = V \Sigma \Sigma^T V^H$$

Diagonalizacija



Koeficienti λ_i so lahko različni. V najboljšem primeru se med seboj malo razlikujejo ($\lambda_i = 1$), v naslabšem je razlika velika in so nekateri blizu nič. Potreben je poseben ukrep optimizacije koeficientov.

MIMO dekompozicija 2x2



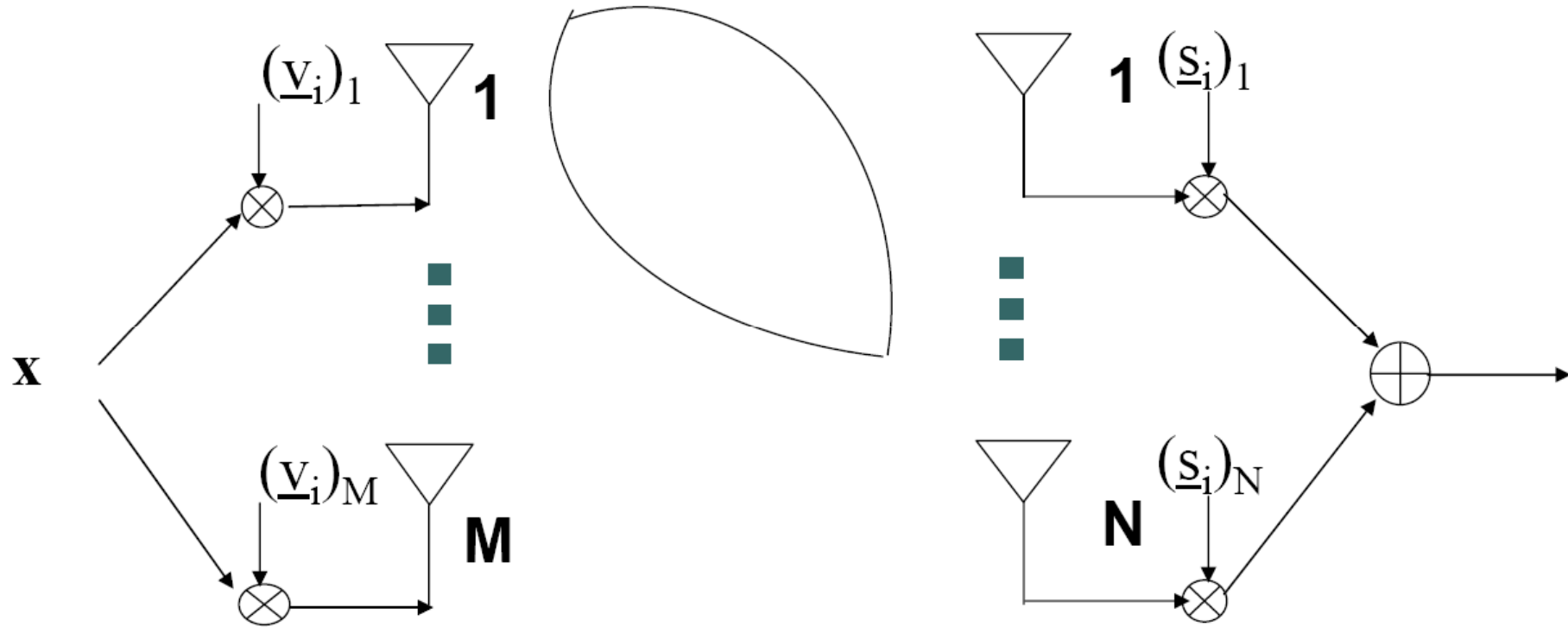
$$\mathbf{y}' = \mathbf{U}^H \mathbf{y} = \mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{x} = \mathbf{U}^H (\mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H) \mathbf{x} = \mathbf{U}^H (\mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H) \mathbf{V} \mathbf{x}' = \mathbf{\Sigma} \mathbf{x}'$$

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2)$$

$$y_1' = \sigma_1 x_1' \quad \text{Sorazmernost med vhodnimi in izhodnimi signali}$$

$$y_2' = \sigma_2 x_2'$$

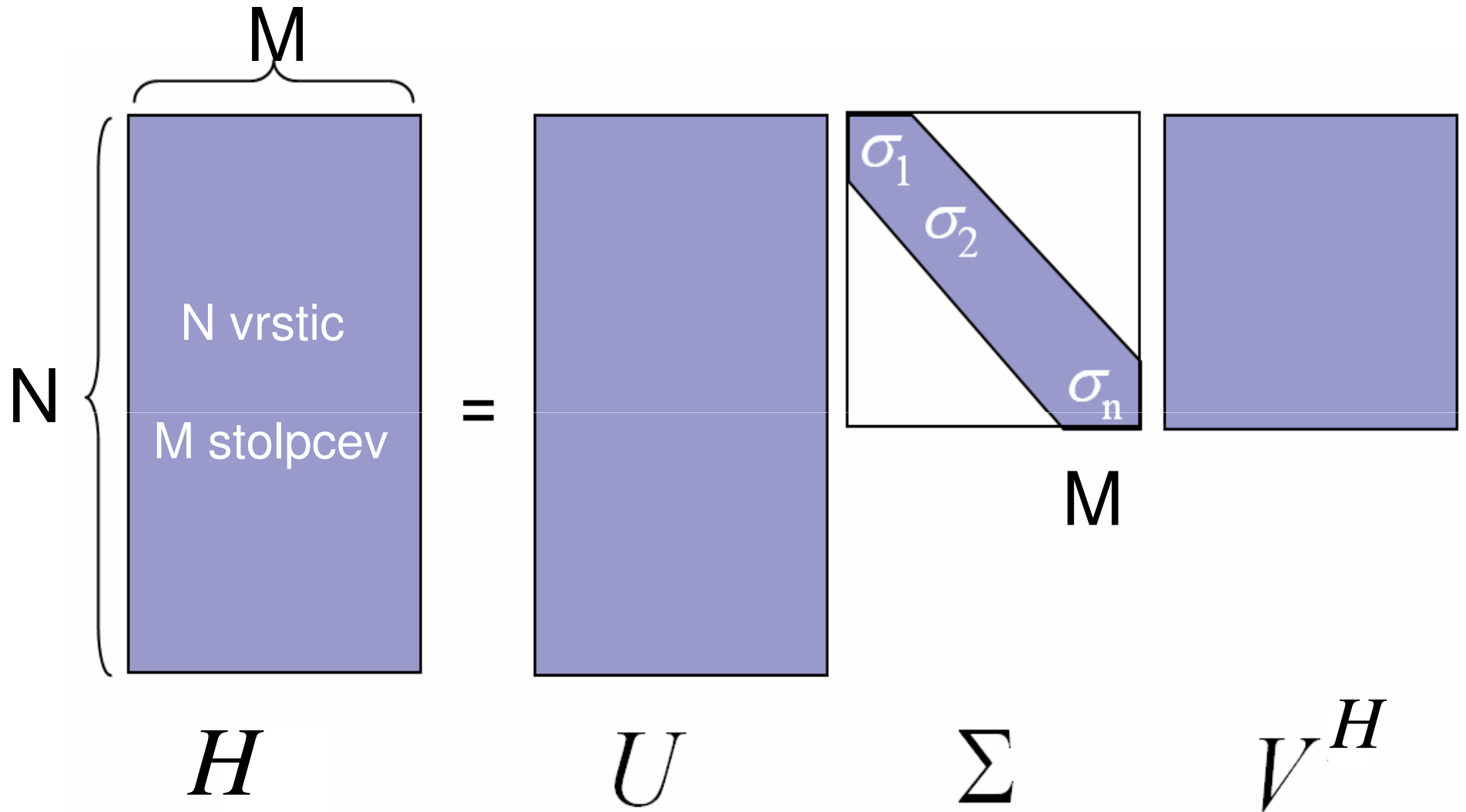
Koeficienti u_i in v_i pri oblikovanju snopa



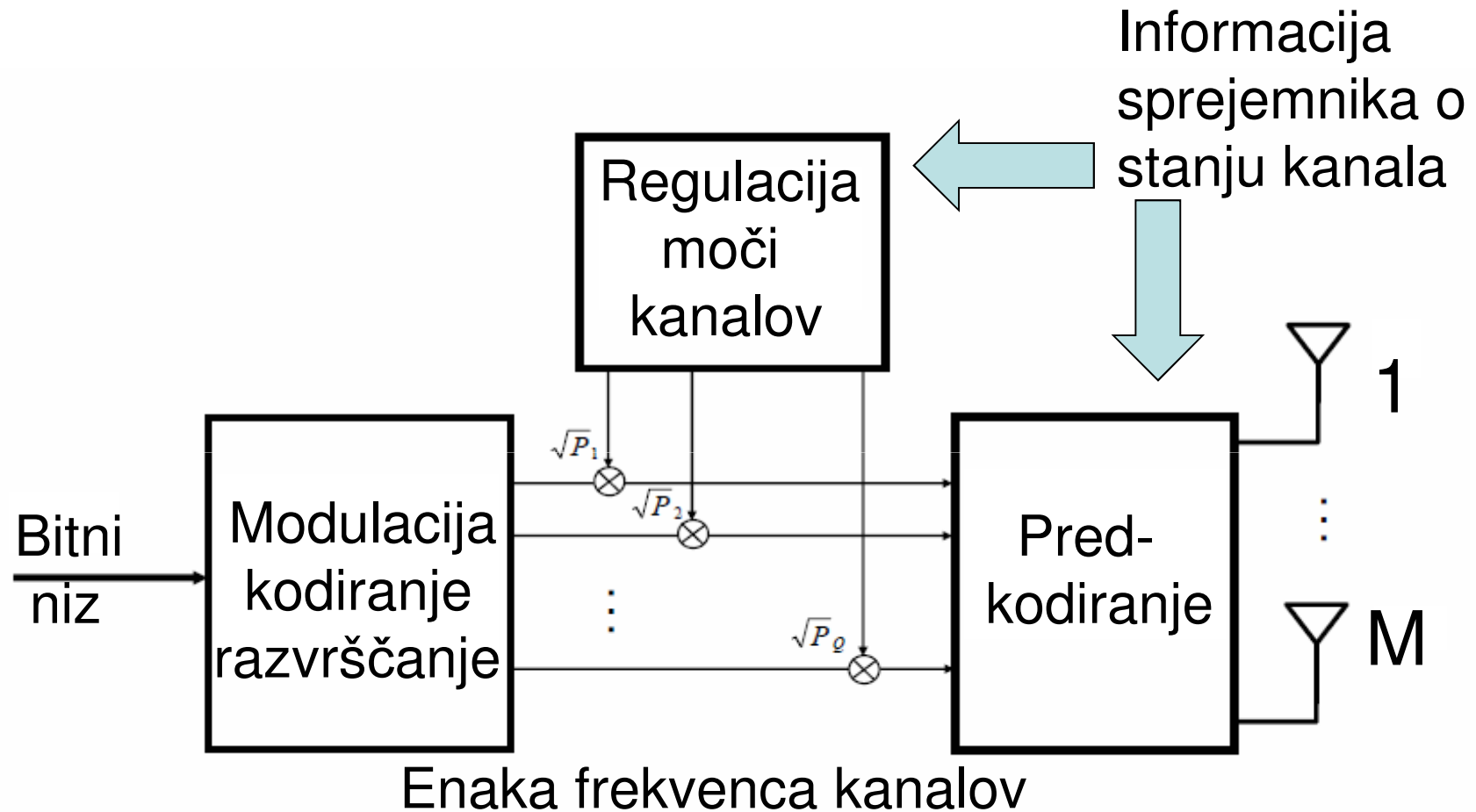
Informacija o stanju kanala (CSI)

- Trenutna vrednost matrike H (trenutne vrednosti prenosnih koeficientov h_{ji} od i -tega oddajnika do j -tega sprejemnika). Možnosti:
 1. Popolna informacija o stanju kanala na oddajni in sprejemni strani. Dobimo največjo možno kapaciteto
 2. Delna (koherenčna matrika impulznih odzivov) informacija na oddajni strani in polna informacija na sprejemni strani. Zadošča počasna povratna vez
 3. Oddajnik brez informacije, sprejemnik s polno informacijo.
 4. Oddajnik in sprejemnik brez informacije o stanju kanala. Tudi v tem primeru še dobimo izboljšano vrednost kapacitete.

Predstavitev matrik

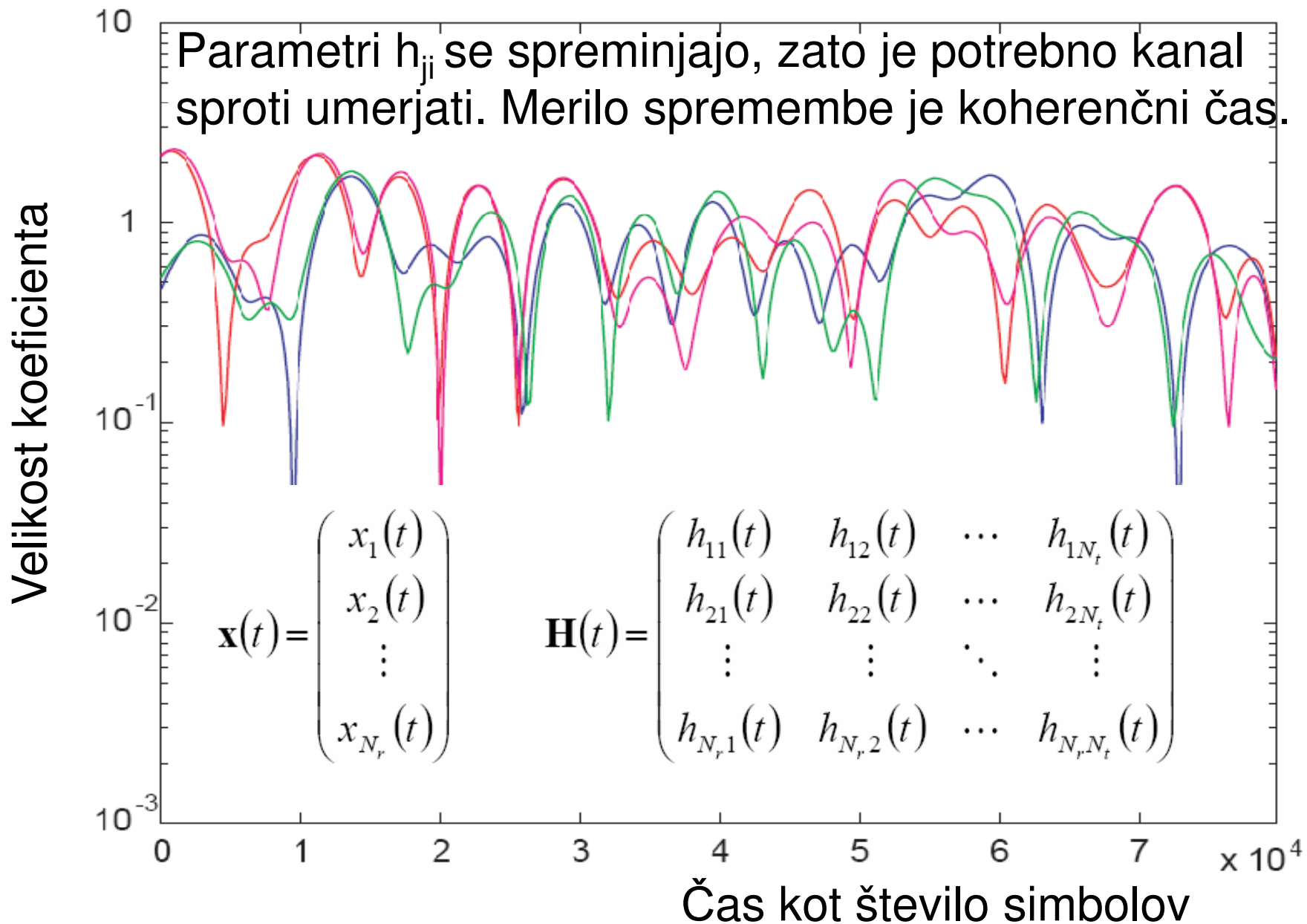


Procesiranje v oddajniku



- Bitni niz se razdeli na M podtokov za posamezne antene.

Primer naključnih vrednosti koeficientov h_{ji} ⁸⁸



Časovna odvisnost parametrov

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(t) \cdots & h_{1M}(t) \\ \vdots & \ddots \\ h_{N1}(t) \cdots & h_{NM}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} + n(t)$$

$$h_{ij}(t) = \sum_{l=1}^L h_{ij,l} \delta(t - \tau_l) e^{-jkc\tau_l} \quad \begin{array}{l} L \dots \text{število} \\ \text{razpršilnikov} \\ \text{med } i \text{ in } j \end{array}$$

$$y_j(t) = \sum_{l=1}^L h_{ij,l}(t) \otimes x_i(t) + n_i(t) = h_{ij}$$

Kapaciteta kanala

Shannon

Bell Labs Journal, 1948

C kapaciteta AWGN kanala v b/s,
ki je ni mogoče preseči

$$C \leq \Delta f \log_2(1 + S/N), \text{ b/s}$$

Δf širina pasu v Hz

S signalna moč v W

N šumna moč v W

$C/\Delta f$ spektralni izkoristek kanala
v b/s/Hz, ki ga ni mogoče
preseči.

$$C/\Delta f \leq \log_2(1 + S/N), \text{ b/s/Hz}$$

Pri $S/N = 1$ dobimo 1b/s/Hz



Teorem kanalskega kodiranja

- Pri $B < C$ obstaja način kodiranja, s katerim dosežemo poljubno majhno verjetnost pogoška, ko dolžina kode zadosti naraste. (Teorem ne daje nobene informacije o tem, kakšen naj bo način kodiranja, ki je predmet raziskav vse do danes).
- Pri $B > C$ je bitni pogošek vedno od nič različen pri vsakem načinu kodiranja.

Shannonovo mejo zapišemo kot **mejni spektralni izkoristek**:

$$\eta_{\max} = \log_2 \left(1 + \frac{B E_b}{N_0 \Delta f} \right).$$

Shannonova omejitev je

E_b energija bita

Δf širina spektra

B bitna hitrost

N_0 šumna moč na enoto spektra

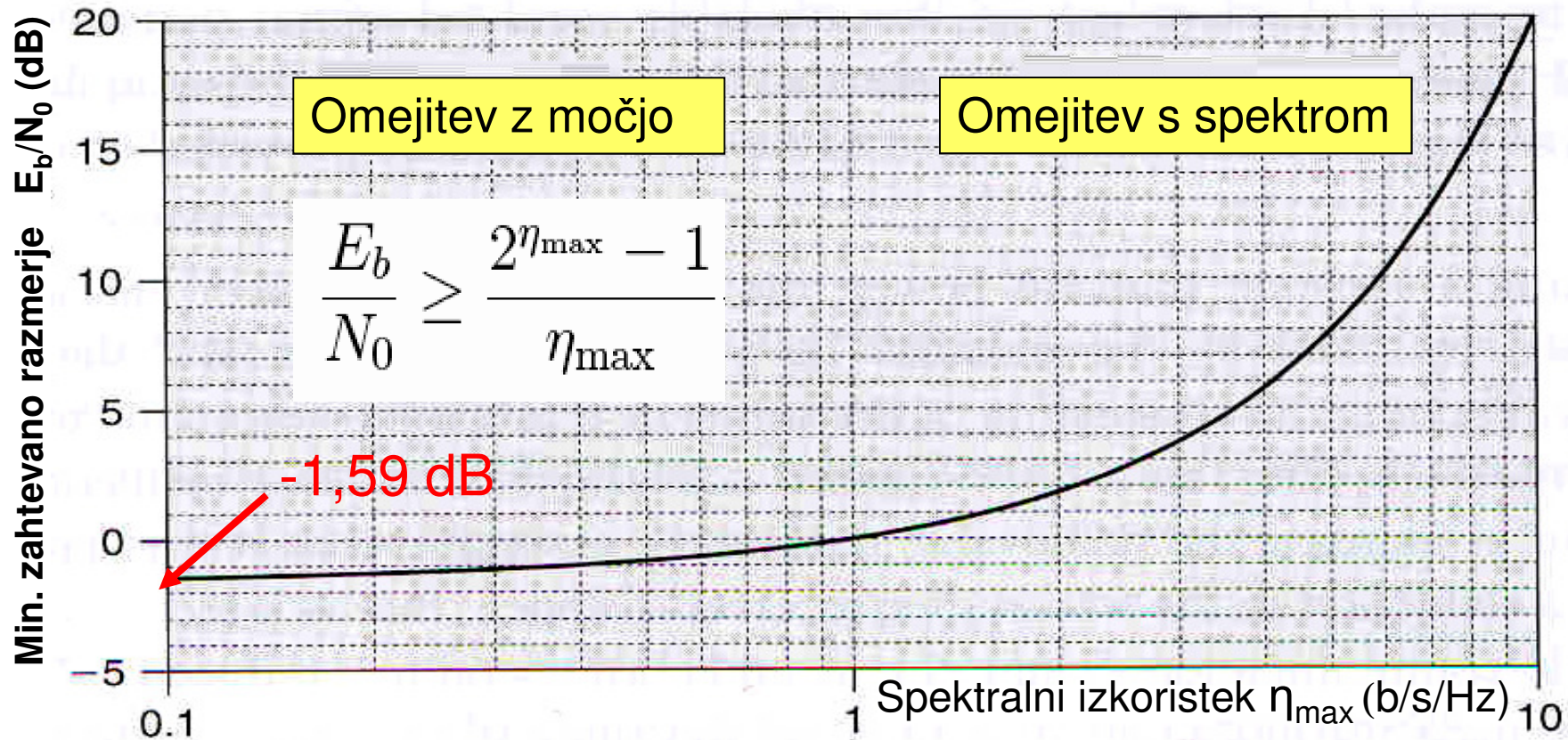
$B/\Delta f$ spektralni izkoristek

$$\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^{\eta_{\max}} - 1}{\eta_{\max}}$$

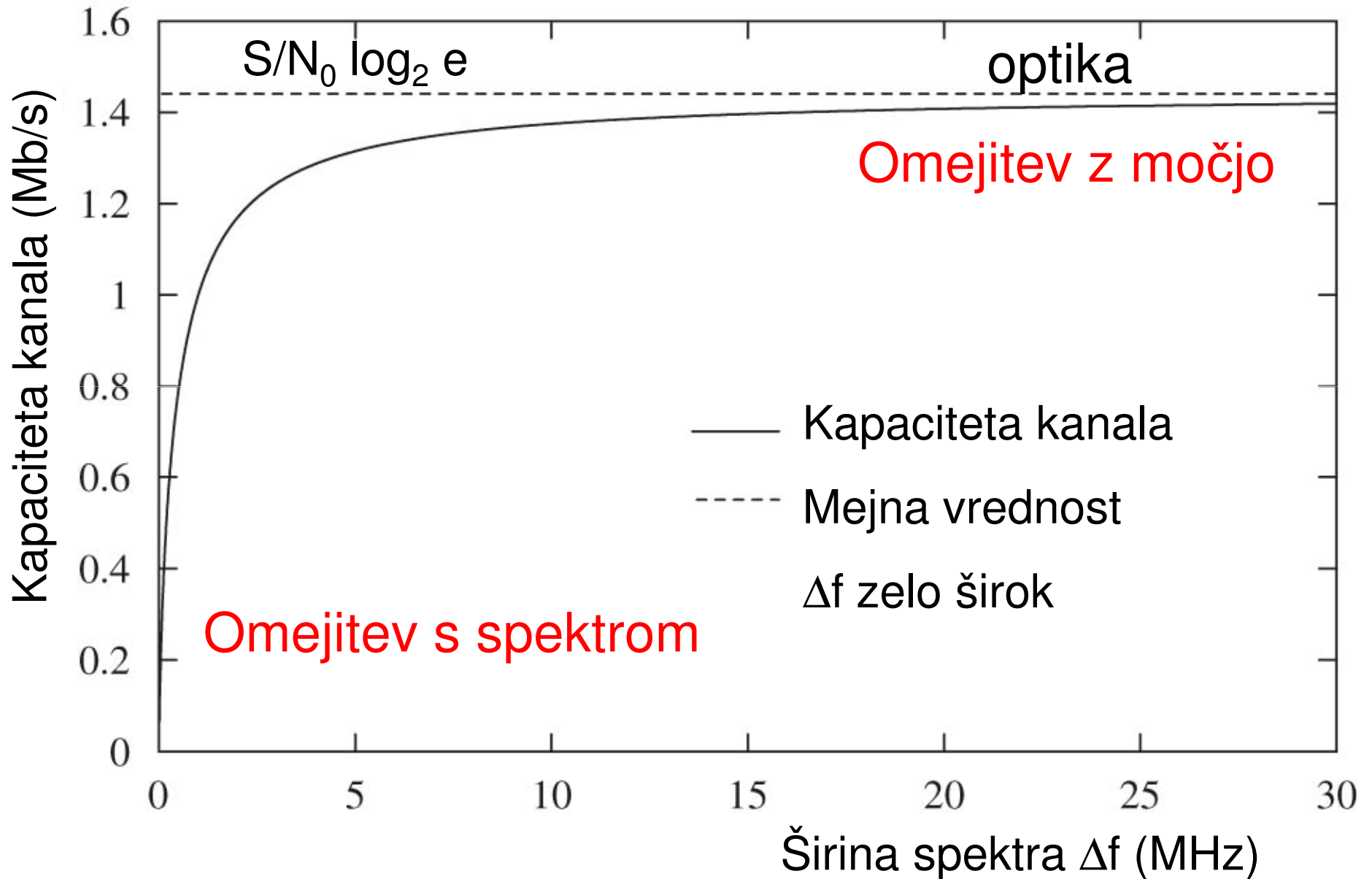
Kapaciteta AWGN kanala in spektralni izkoristek⁹³

$$B \leq C = \Delta f \cdot \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) = \Delta f \cdot \log_2 \left(1 + \frac{E_b \cdot B}{N_0 \cdot \Delta f} \right)$$

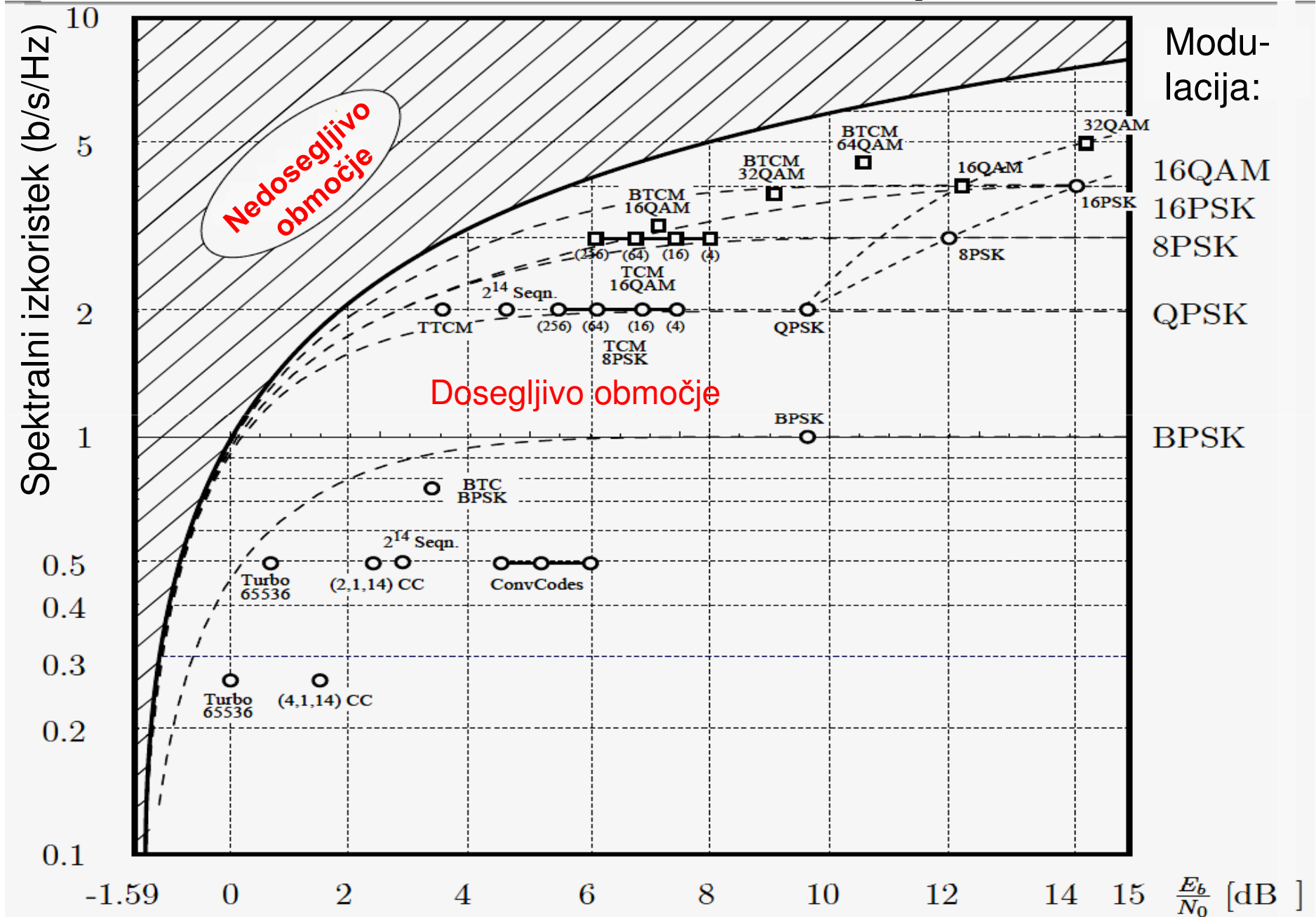
B (b/s) bitna hitrost Δf (Hz) širina pasu $\eta = B/\Delta f$ spektralni izkoristek
 E_b (J) energija bita N_0 (W/Hz) gostota šumne moči



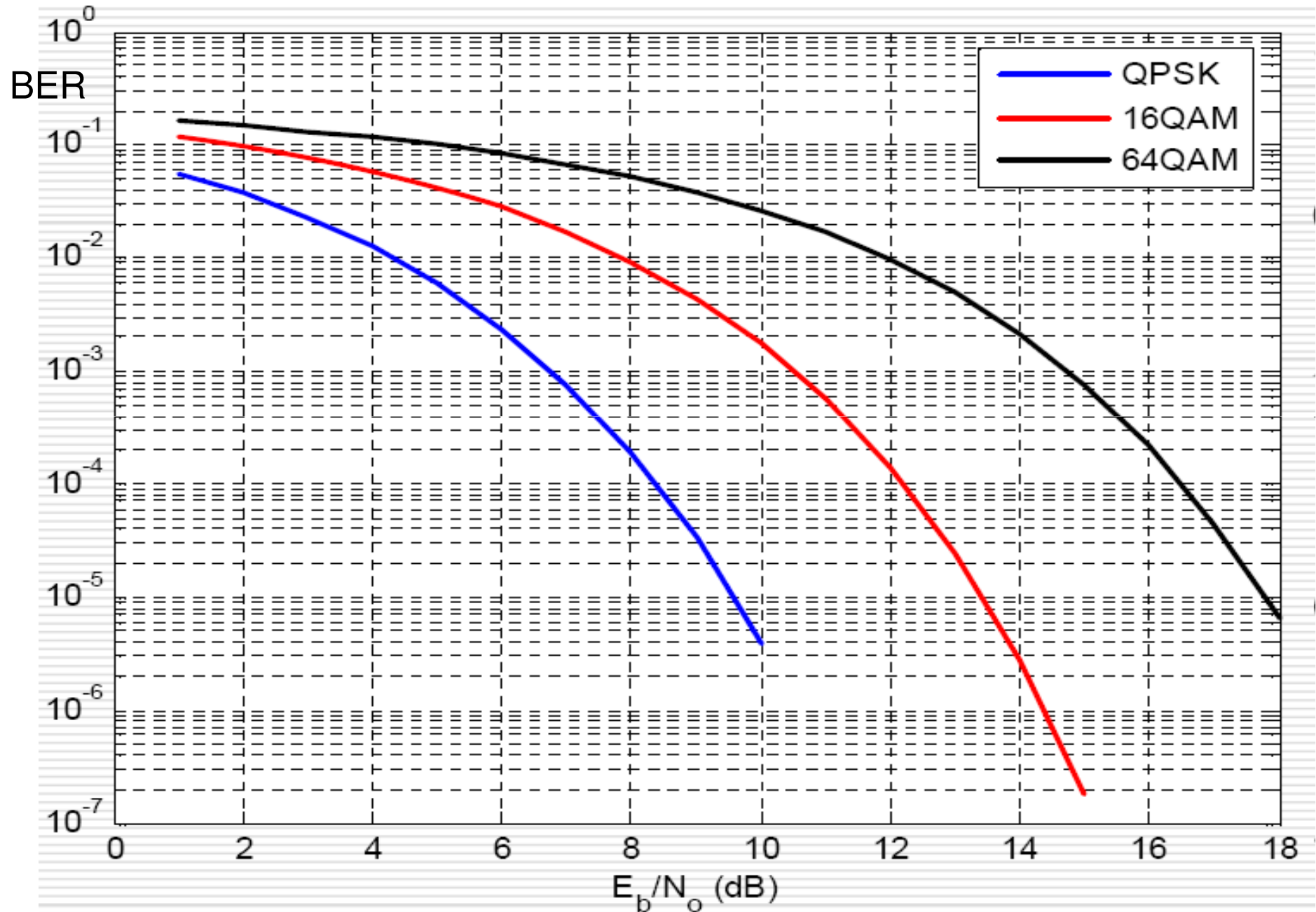
Odvisnost kapacitete kanala od Δf



Shannonova meja

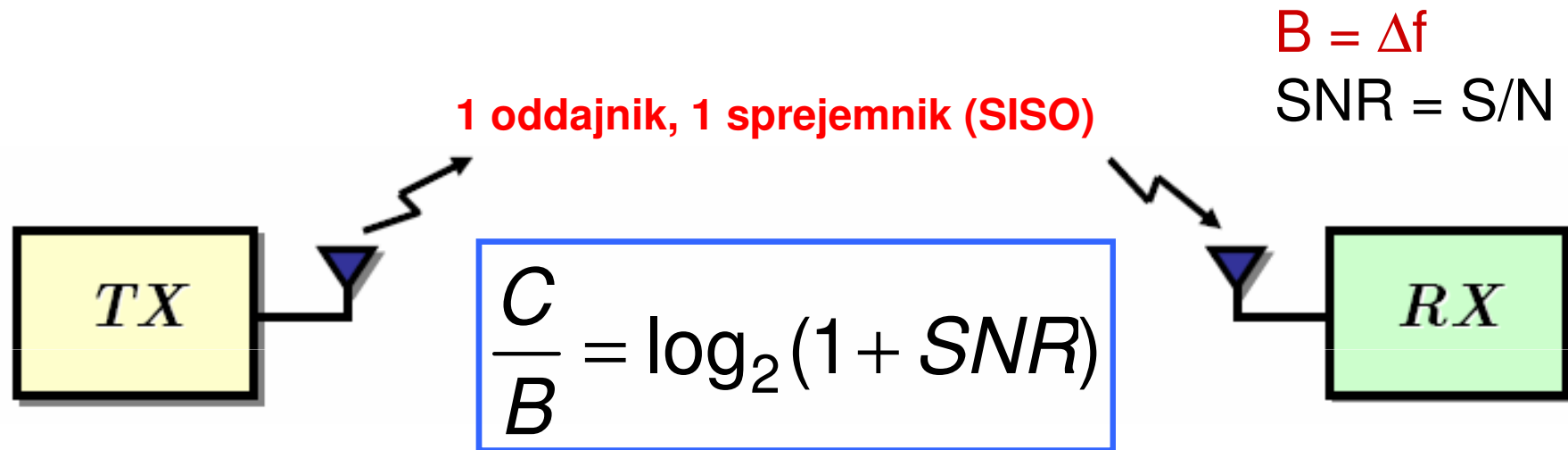


Digitalne modulacije - AWGN



Shannonova kapaciteta kanala

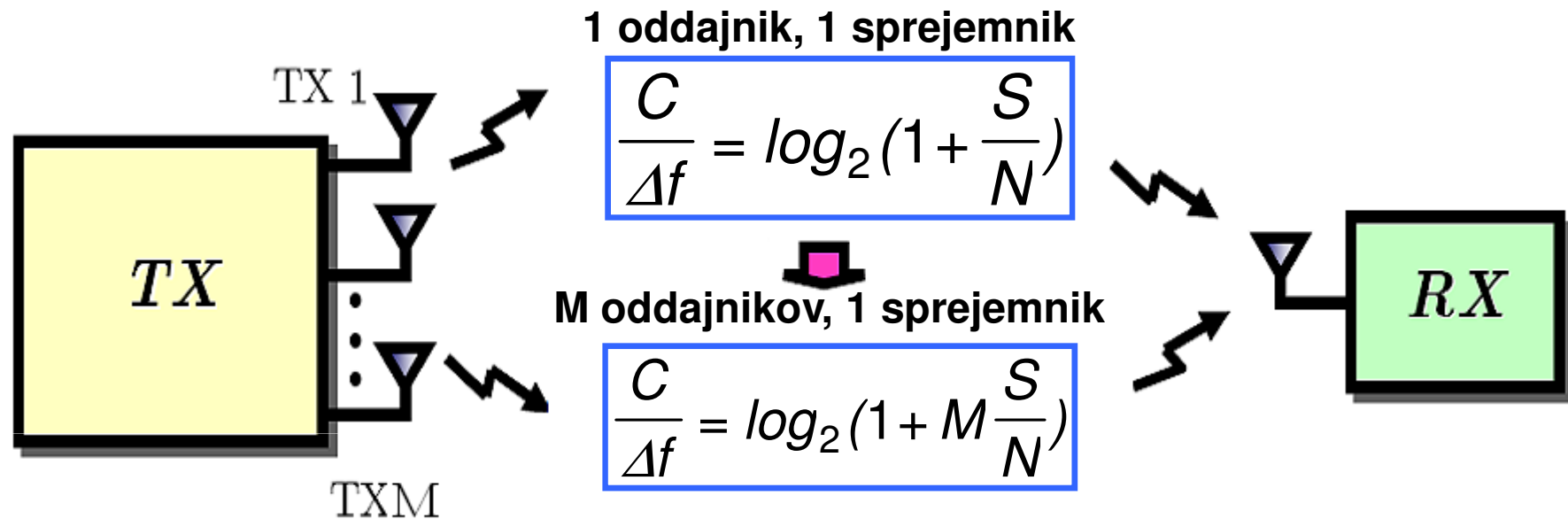
Shannonova kapaciteta kanala z belim Gaussovim šumom (AWGN) podaja mejno vrednost bitnega pretoka, ki se ji lahko približamo s primerno modulacijo:



- Povišanje razmerja S/N za 10 krat (10 dB) prinaša povišanje spektralnega izkoristka kanala C/B (kapaciteta na Hz) za približno 3 b/s/Hz.
- Povišanje razmerja S/N za 1000 krat (30 dB) prinaša povišanje spektralnega izkoristka kanala C za približno 10 b/s/Hz.
- Za vsak dodaten bit/s/Hz moramo razmerje S/N približno podvojiti (3 dB).

Diverzna oddaja - MISO

Primer: M oddajnikov, 1 sprejemnik (MISO), Rayleighjev kanal

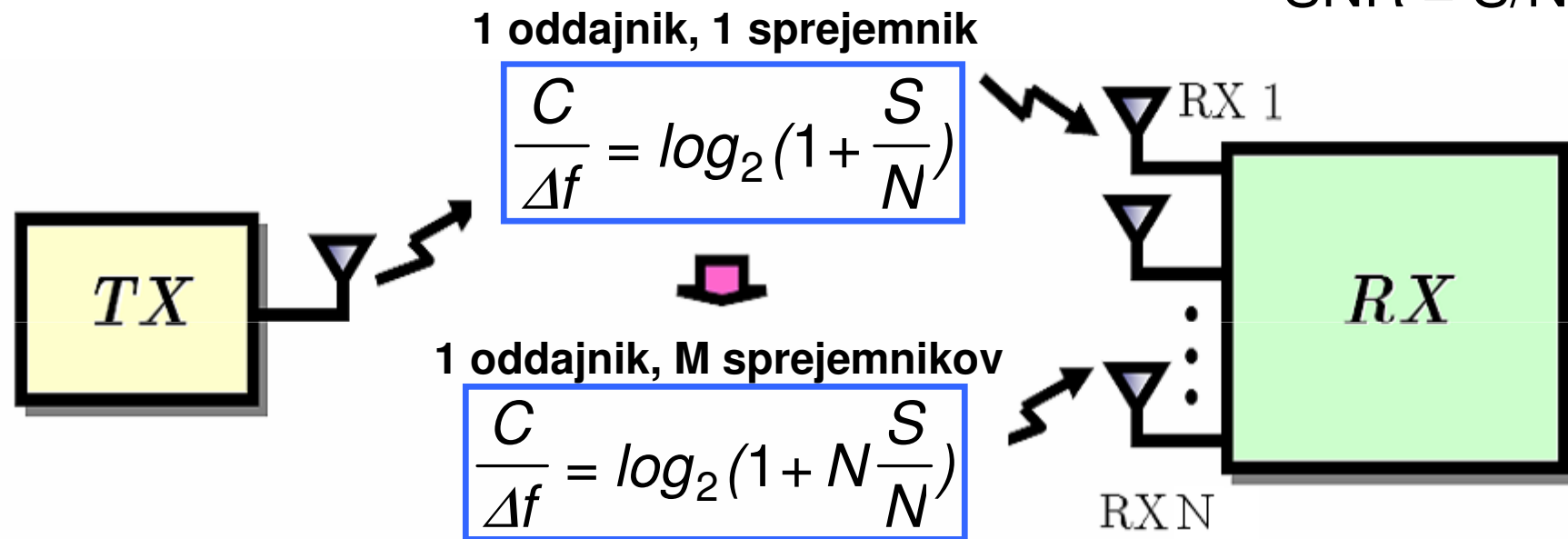


- Pri $M=2$ pridobimo približno 1 bit/s/Hertz.
- Vsak naslednji dodan oddajnik poviša kapaciteto za približno $\log_2((M+1)/M)$ b/s/Hz.
- Spektralni izkoristek je **logaritemsko sorazmeren** z večanjem števila M oddajnikov (odvisnost je počasna).

Diverzni sprejem, SIMO

Primer: 1 oddajnik, N sprejemnikov, SIMO, Rayleigh-jev kanal

$$\text{SNR} = S/N$$

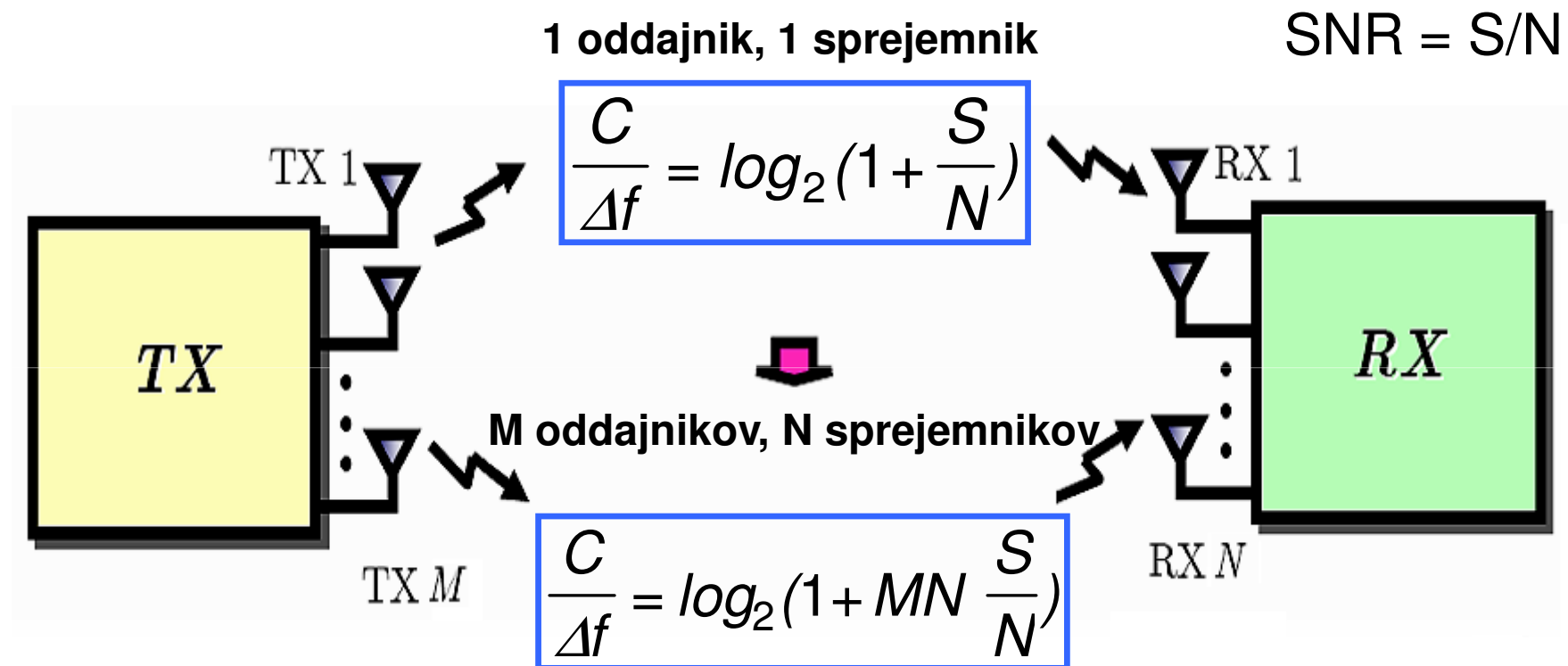


- Učinek multipleksiranja je enak kot v primeru MISO
- Spektralni izkoristek je **logaritemsko sorazmeren** z večanjem števila N sprejemnikov (odvisnost je počasna).

Diverzna oddaja in sprejem, MIMO

100

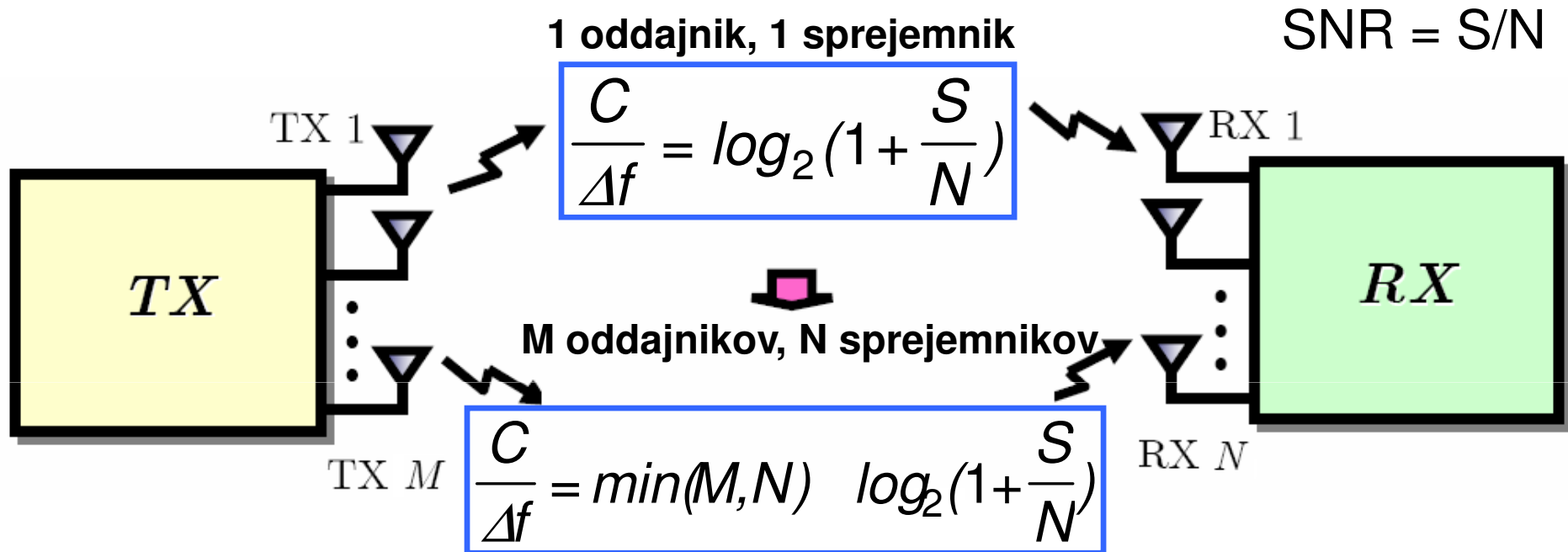
Primer: M oddajnikov, N sprejemnikov, Rayleigh-jev kanal



- Učinek multipleksiranja se poveča z večanjem števila oddajnikov in sprejemnikov
- Kapaciteta narašča **logaritemsko** (počasi) z večanjem števila MN. Informacija o stanju kanala (CSI) znana Tx in Rx.

Vzporedni prostorski multipleks - MIMO¹⁰¹

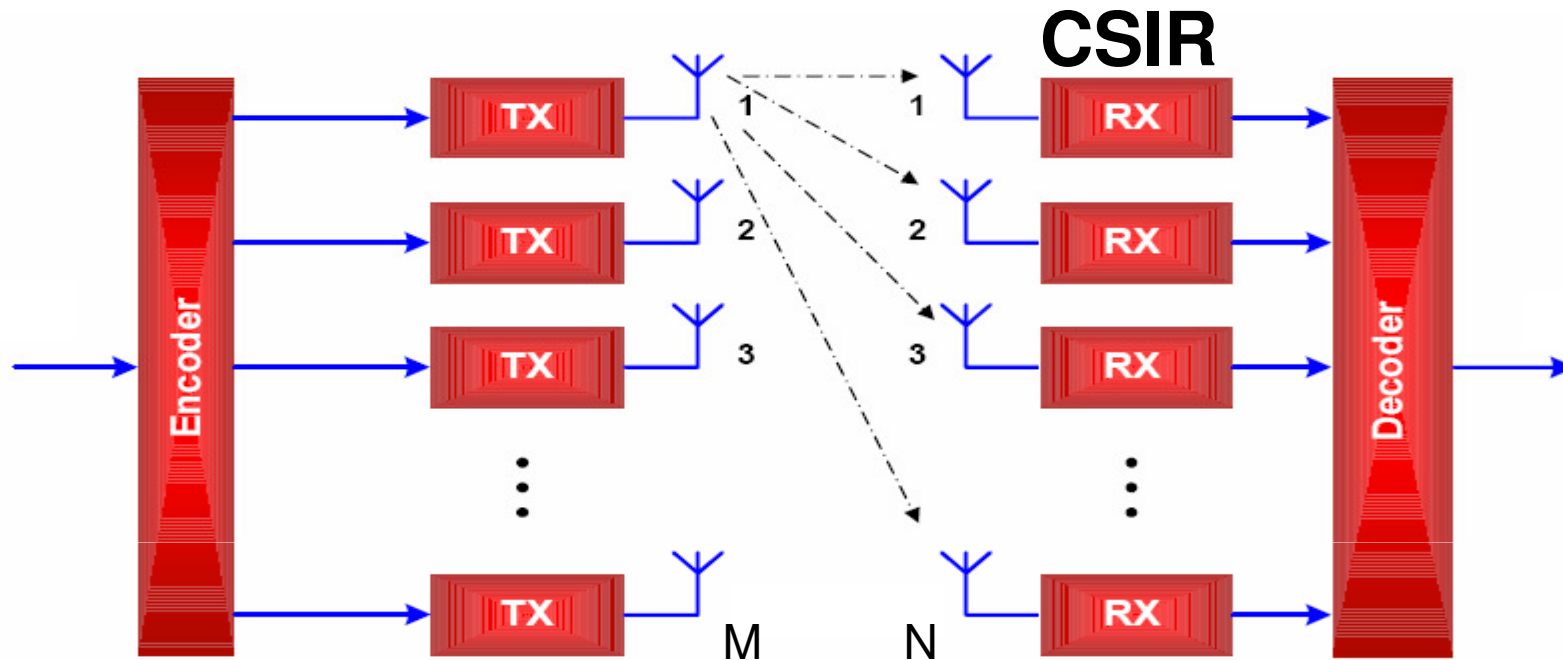
Primer: M oddajnikov, N sprejemnikov, Rayleighjev kanal:



Primer: Vzporedni komunikacijski kanali

- Kapaciteta je **linearno** sorazmerna manjšemu od števil $\min(M, N)$. Informacija o stanju kanala (CSI) znana RX.
- V primeru $M=N=2$, ki je za praktično izkoriščanje v mobilnih zvezah najbolj verjeten, se kapaciteta podvoji (dva vzporedna kanala, ekvivalentno dvema kabloma ali vlaknoma). Ta-Sung Lee

MIMO spektralni izkoristek



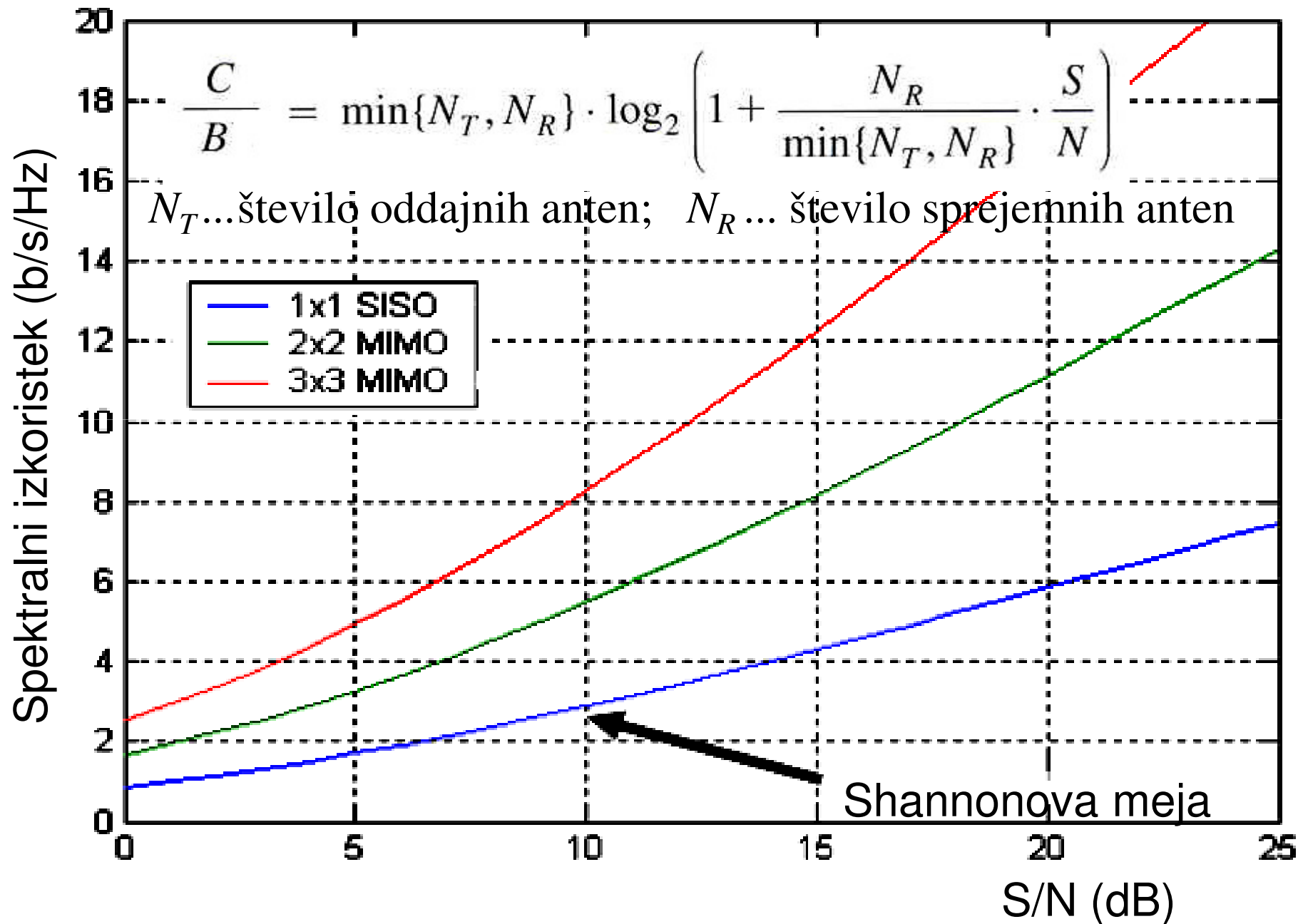
Informacija o stanju kanala znana pri sprejemniku (CSIR)-običajni primer

Spektralni izkoristek (približek za optimalni primer enakih kanalov):

$$\frac{C}{\Delta f} = \min(M, N) \times \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

Pri povečanju S/N za 3 dB se spektralni izkoristek poveča za $\min(M, N)$

Spektralni izkoristek MIMO, 1/3



Spektralni izkoristek - CSIR

$$C = \log \left| \mathbf{I} + \frac{P}{N_o M} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right|$$

$$C \approx n \log \frac{P}{N_o M} + \sum_{i=1}^n \log \lambda_i^2$$

M...število oddajnih anten

$$n = \min(M, N)$$

Spektralni izkoristek SISO - MIMO¹⁰⁵

- Telatar, Foschini:

$$C = E \left[\log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{E_x}{\sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right] \right] = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{M} \overline{\mathbf{H} \mathbf{H}^H} \right) \right]$$

$$C_{SISO}^D = \log_2 (1 + \rho h^2) \text{ bps/Hz}$$

$$\rho = P/N_0$$

$$C_{MISO}^D = \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M} \sum_{i=1}^M h_i^2 \right) \text{ bps/Hz}$$

$$r = \min(M, N)$$

$$C_{SIMO}^D = \log_2 \left(1 + \rho \sum_{i=1}^N h_i^2 \right) \text{ bps/Hz}$$

$$C_{MIMO}^D = \sum_{i=1}^r \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M} \lambda_i \right) \text{ bps/Hz}$$

Spektralni izkoristek pri zaprti in odprti zanki

1. Zaprta zanka: uravnavanje moči (waterfilling)

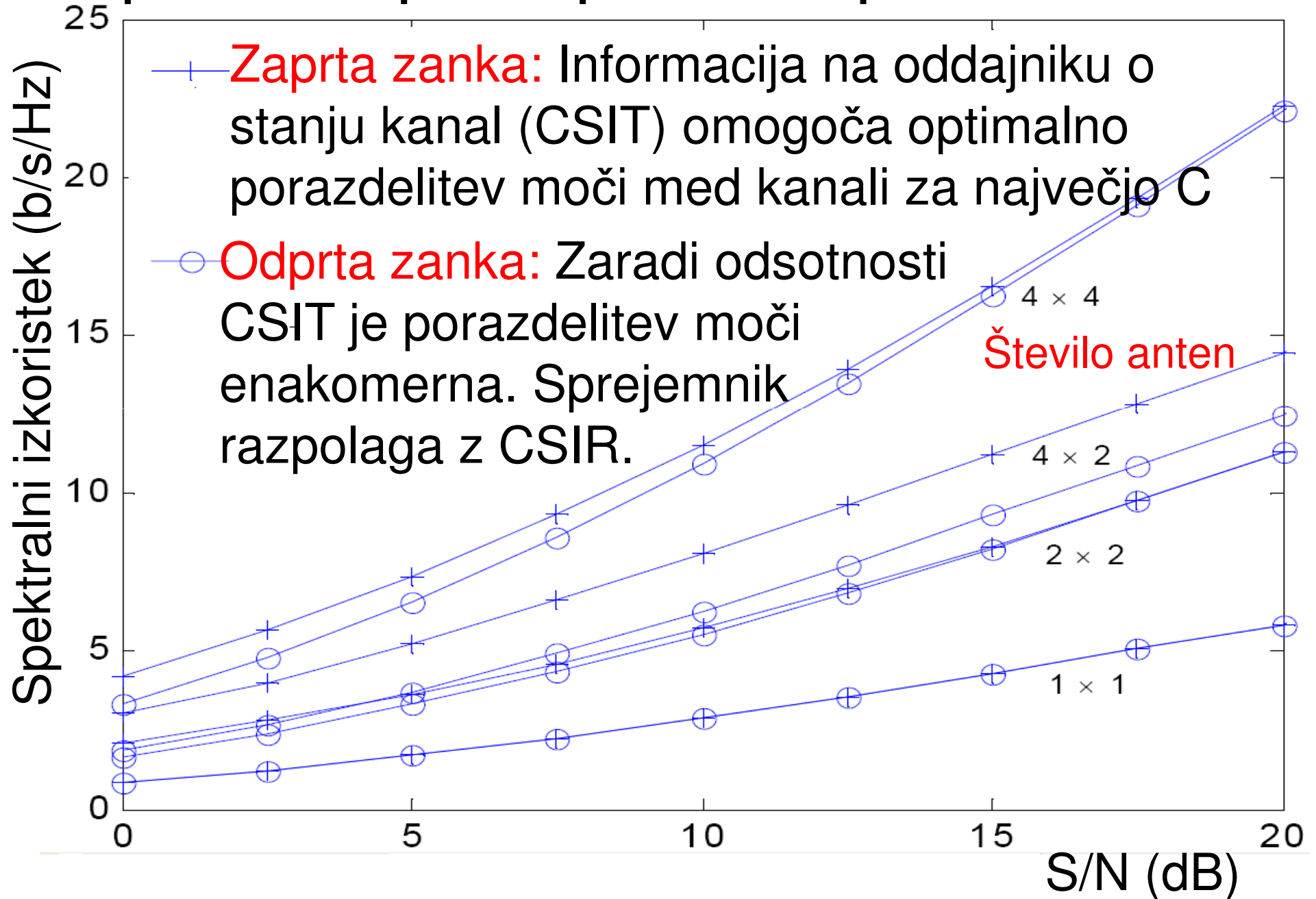
$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{H} \mathbf{Q}_s \mathbf{H}^H \right) = \sum_{k=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{1}{\sigma_n^2} P_k \lambda_k \right)$$

2. Odprta zanka: Enakomerna porazdelitev moči

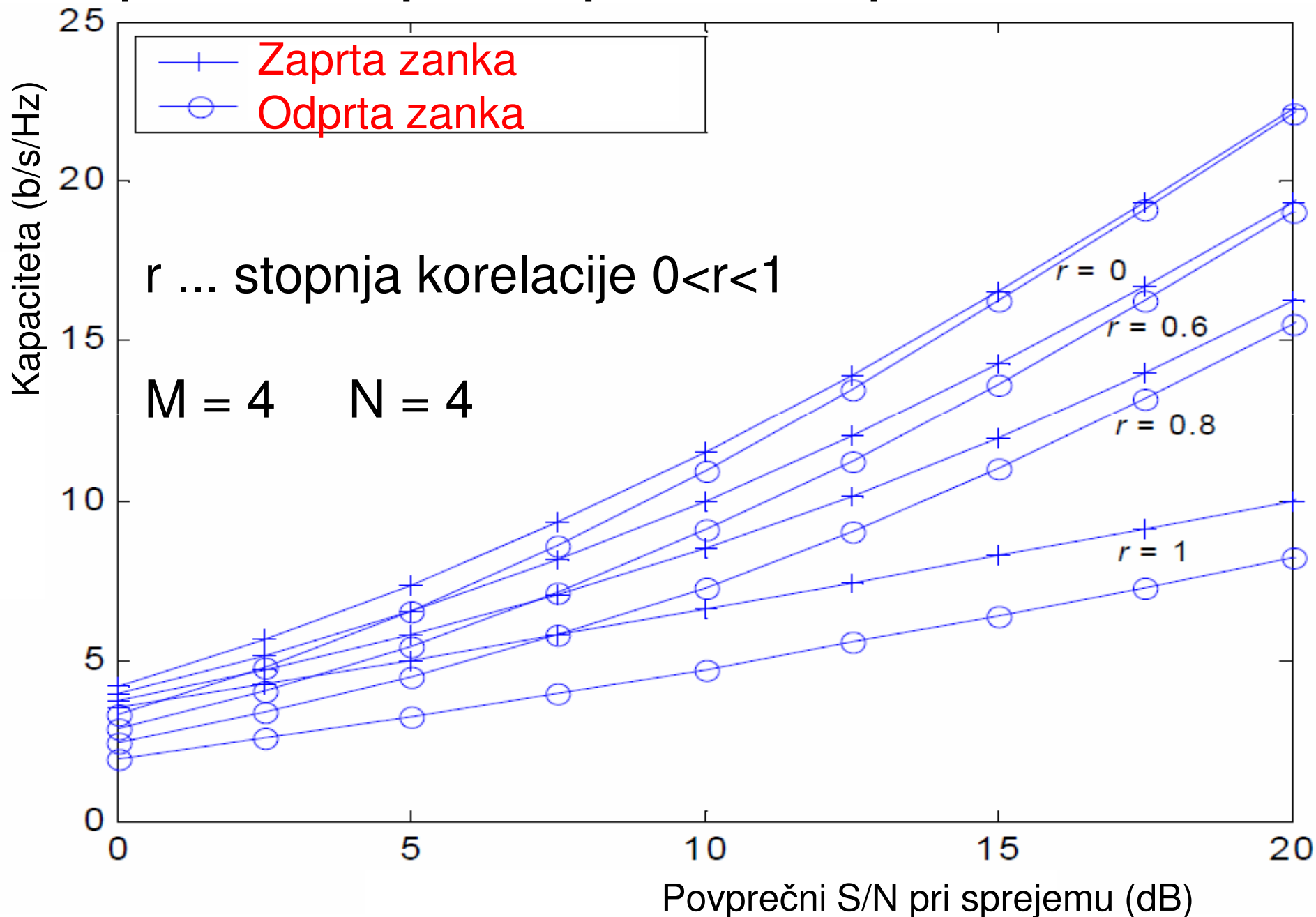
$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\rho}{M} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) = \sum_{k=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{M} \lambda_k \right)$$

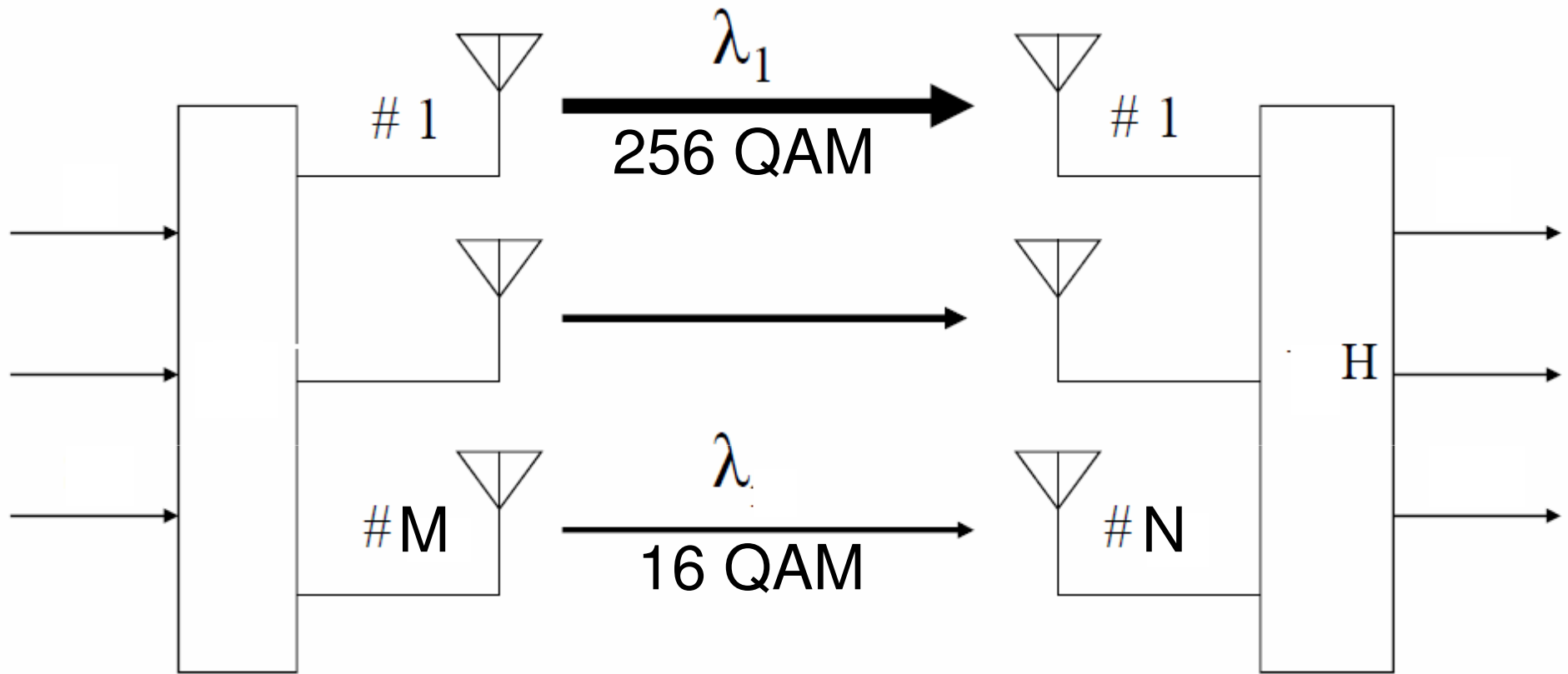
- ρ ... Razmerje: skupna moč signala/moč šuma
- zaprta zanka ... Povratna vezava CSIT (in CSIR)
- odprta zanka ... CSIR (brez CSIT)

Kapaciteta pri zaprti in odprti zanki 1/2¹⁰⁷



Kapaciteta pri zaprti in odprti zanki $2/2^{108}$





Kapaciteta pri polni in delni informaciji CSI¹¹⁰

Informacija CSI na sprejemniku

$$C = \log_2 \det \left[I + \frac{P_T}{\sigma^2 M} H H^H \right] =$$
$$= \sum_{i=1}^K \log_2 \left[1 + \frac{P_T}{\sigma^2 M} \lambda_i \right]$$

$$K = \min(M, N)$$

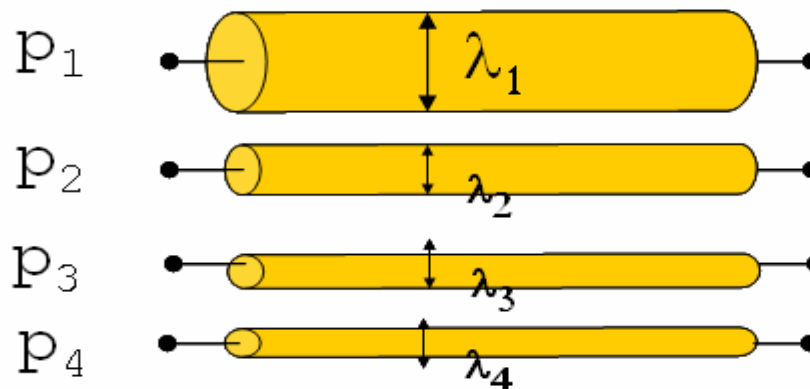
Rang matrike

Informacija CSI na sprejemniku
in oddajniku

$$C = \sum_{i=1}^K \log_2 \left[1 + \frac{p_i \lambda_i}{\sigma^2} \right]$$

Največja informacija pri delitvi
moči po načelu Waterfilling (zalivanje)

$$P_T = \sum_{i=1}^K p_i = \sum_{i=1}^K \left(\nu - \frac{1}{\lambda_i} \right)^+$$



$$\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 \dots > \lambda_K$$

$$\bullet p_1 > p_2 > p_3 \dots > p_K$$

Ortogonalni kanali

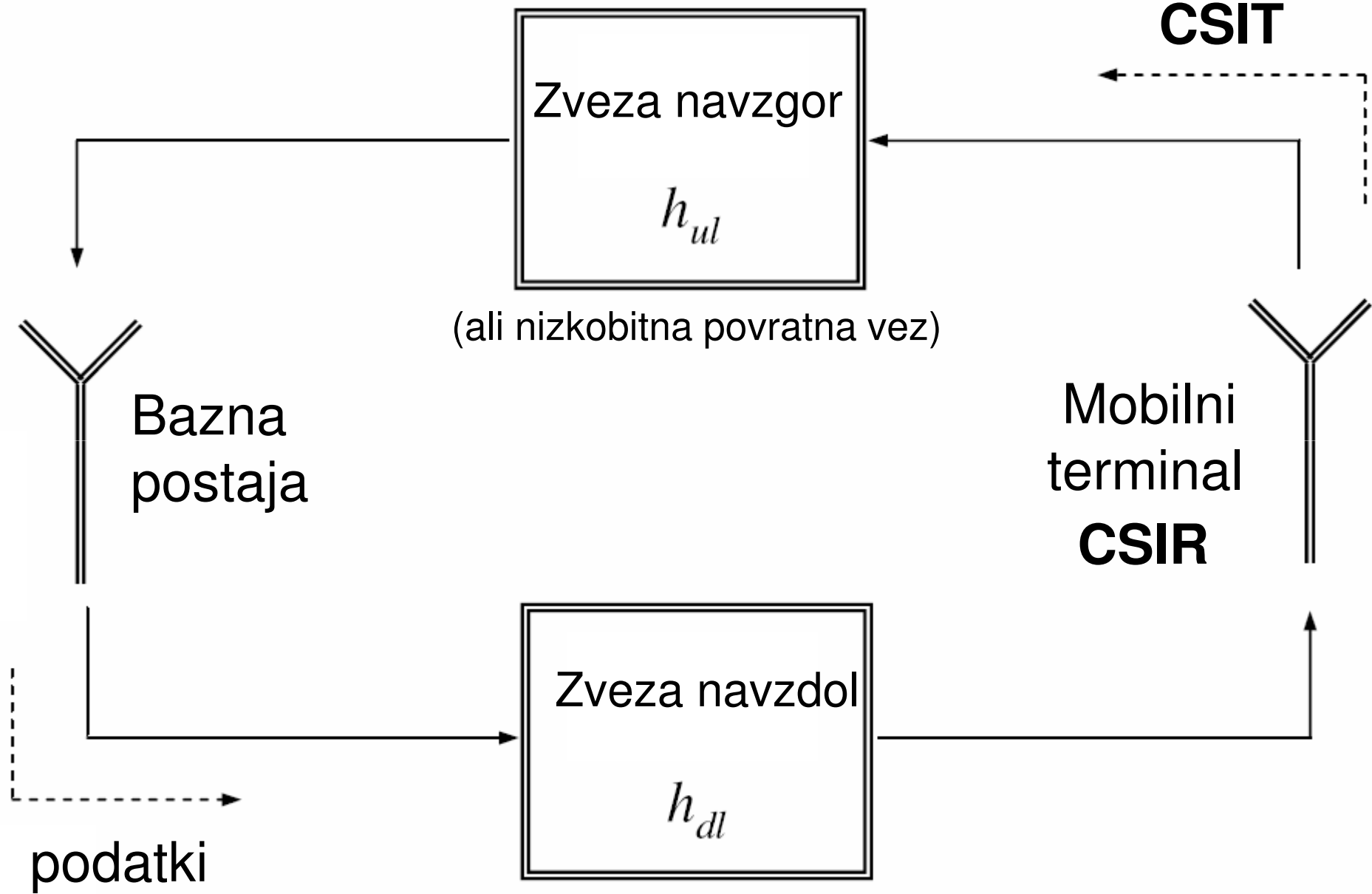
$$\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{I}, \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_K = 1$$

$$C = \sum_{i=1}^K \log_2 \left[1 + \frac{P_T}{\sigma^2 M} \lambda_i \right] = \min(M, N) \cdot \log_2(1 + P_T / \sigma^2 M)$$

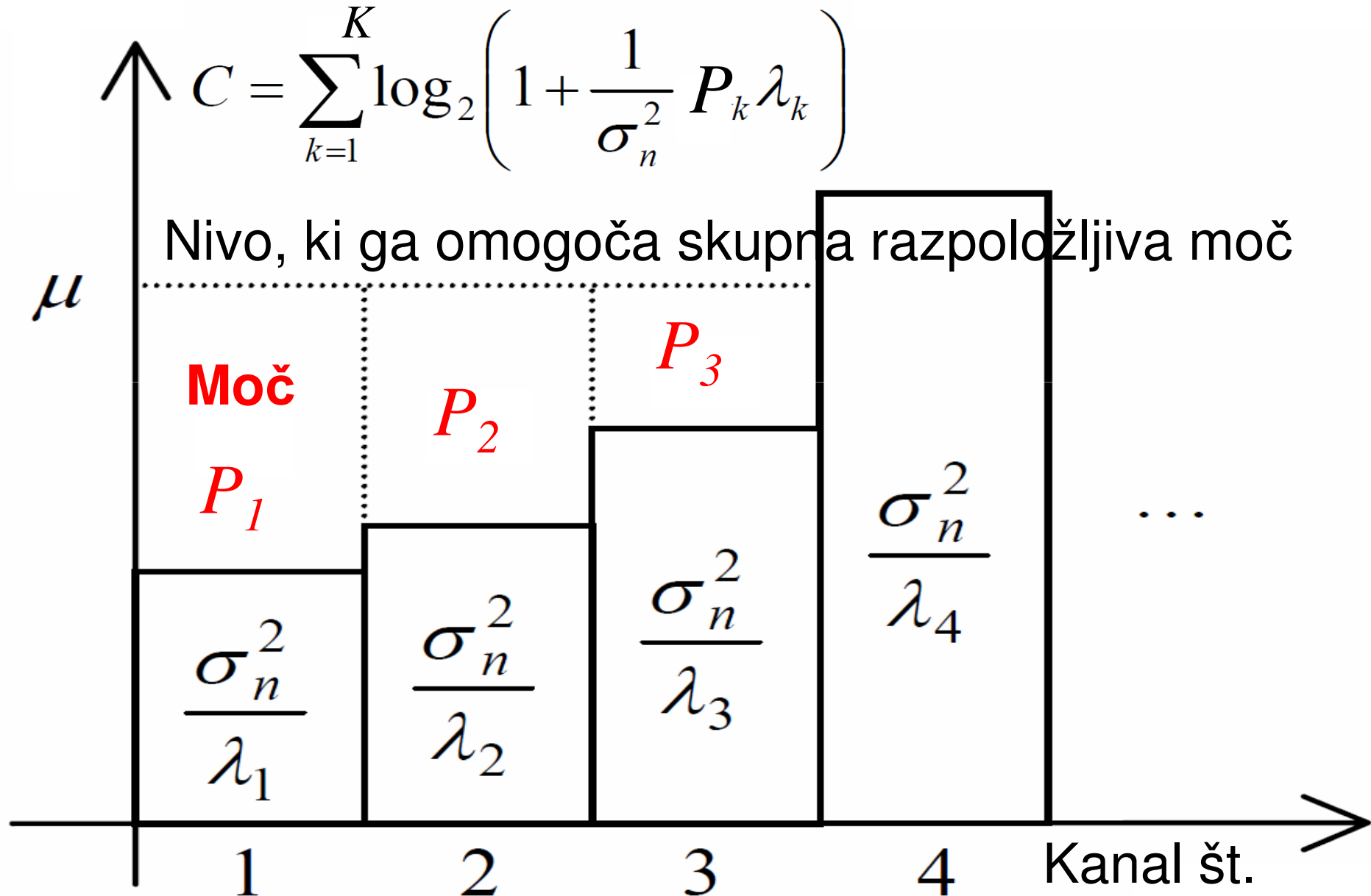
- ➔
- Kapaciteta je sorazmerna **min(M,N)**
 - Vsi kanali imajo enako moč P_T/M
 - Kapaciteta je največja



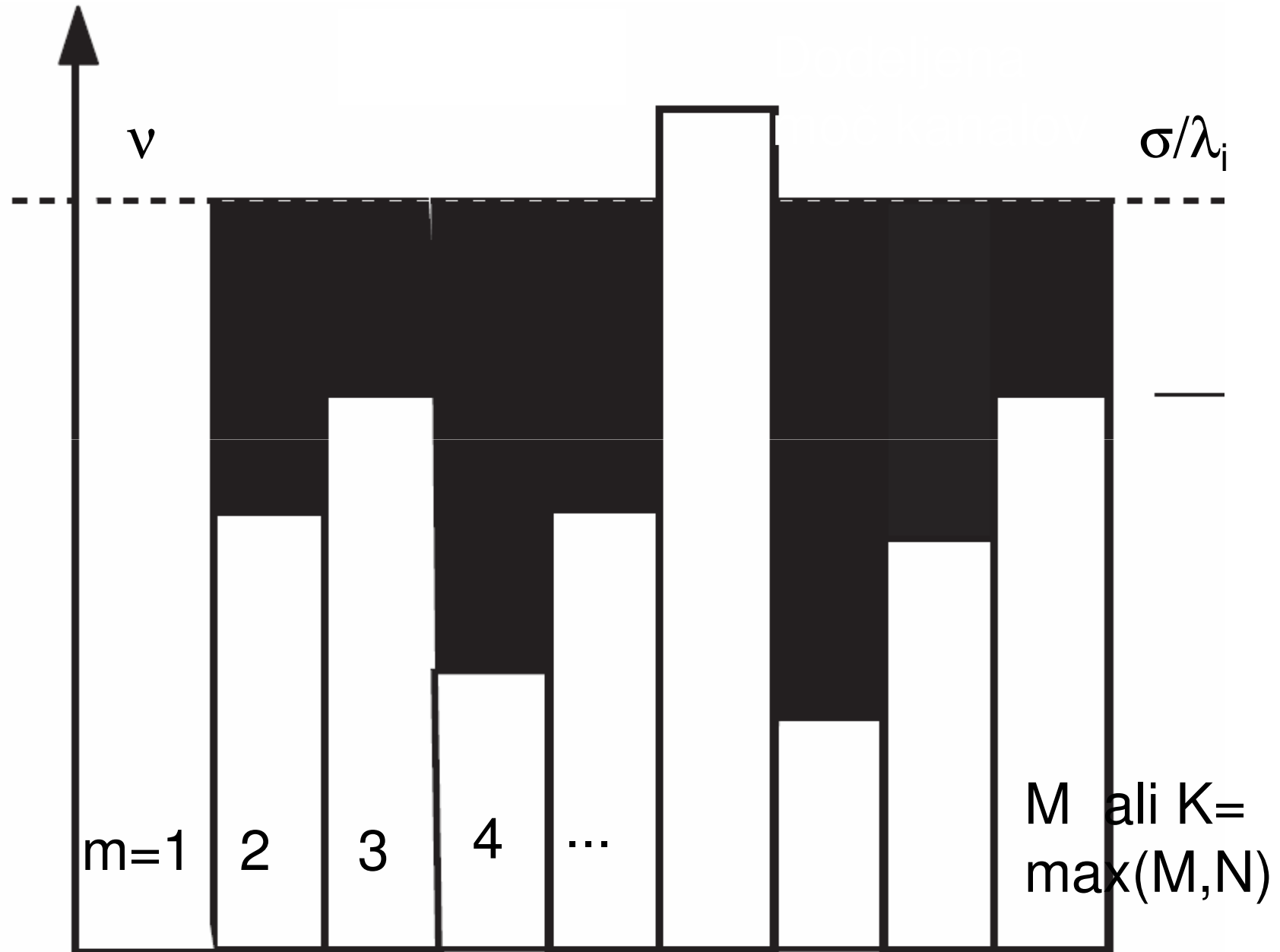
Zaprta zanka



Alokacija moči kanalov



Alokacija moči kanalov (waterfilling)¹⁴

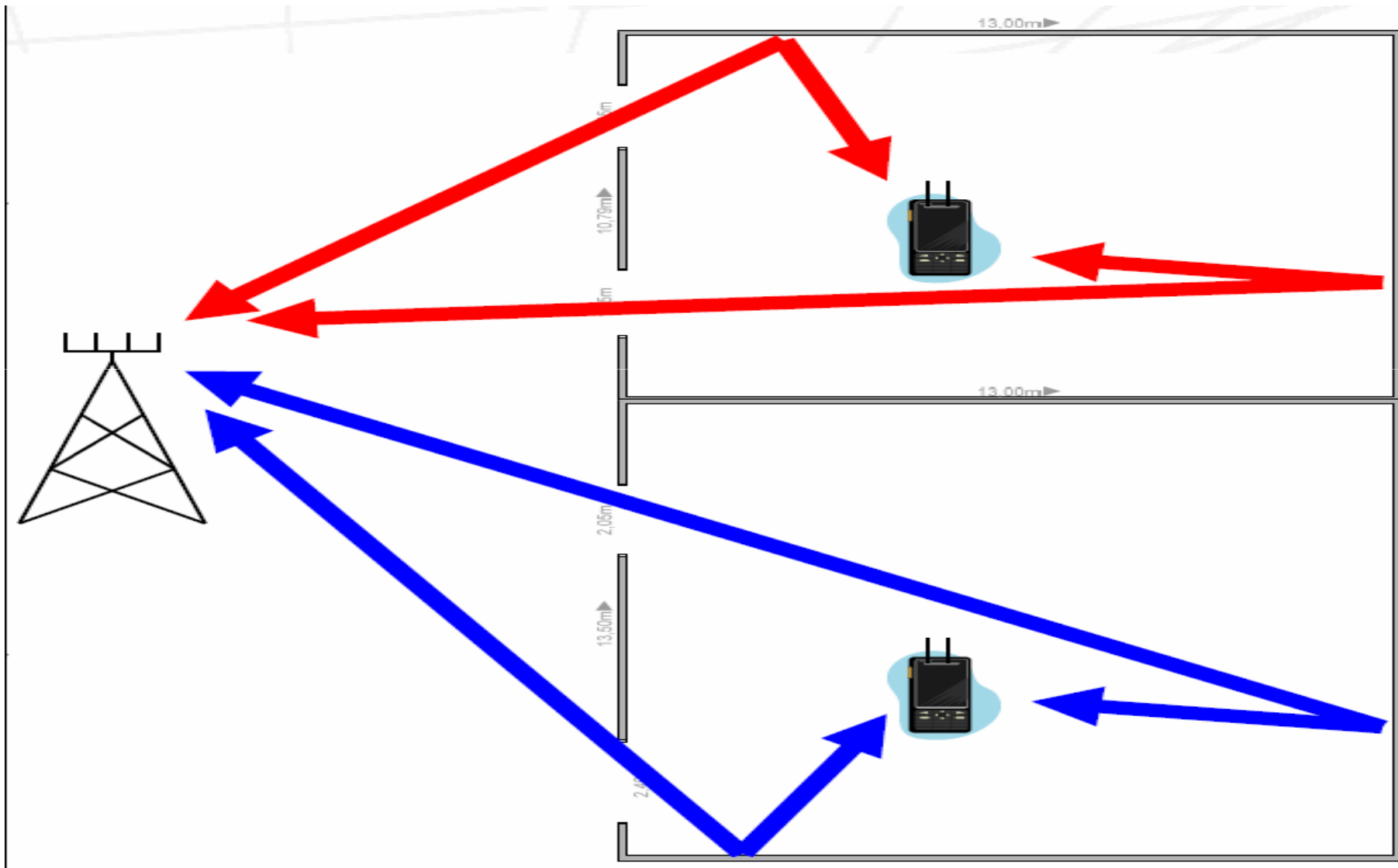


Spektralni izkoristek

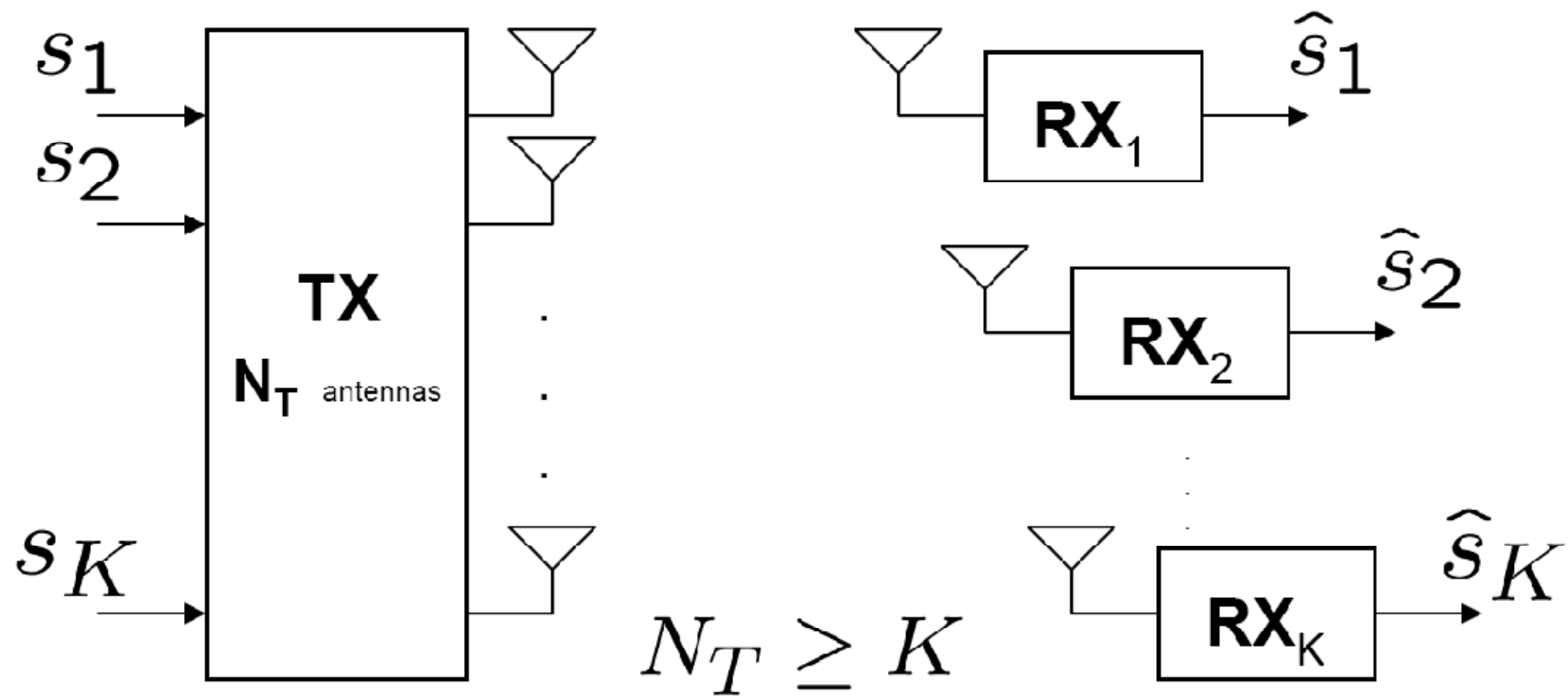
$$\begin{aligned}
 C &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{P}{\sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right] = \\
 &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{P_T}{M \sigma^2} g^2 \overline{\mathbf{H} \mathbf{H}^H} \right) \right] = \\
 &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{M} \overline{\mathbf{H} \mathbf{H}^H} \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$C = \sum_{i=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{E_k}{\sigma^2} |\sigma_k|^2 \right) \quad K: \text{rang } \mathbf{H},$$

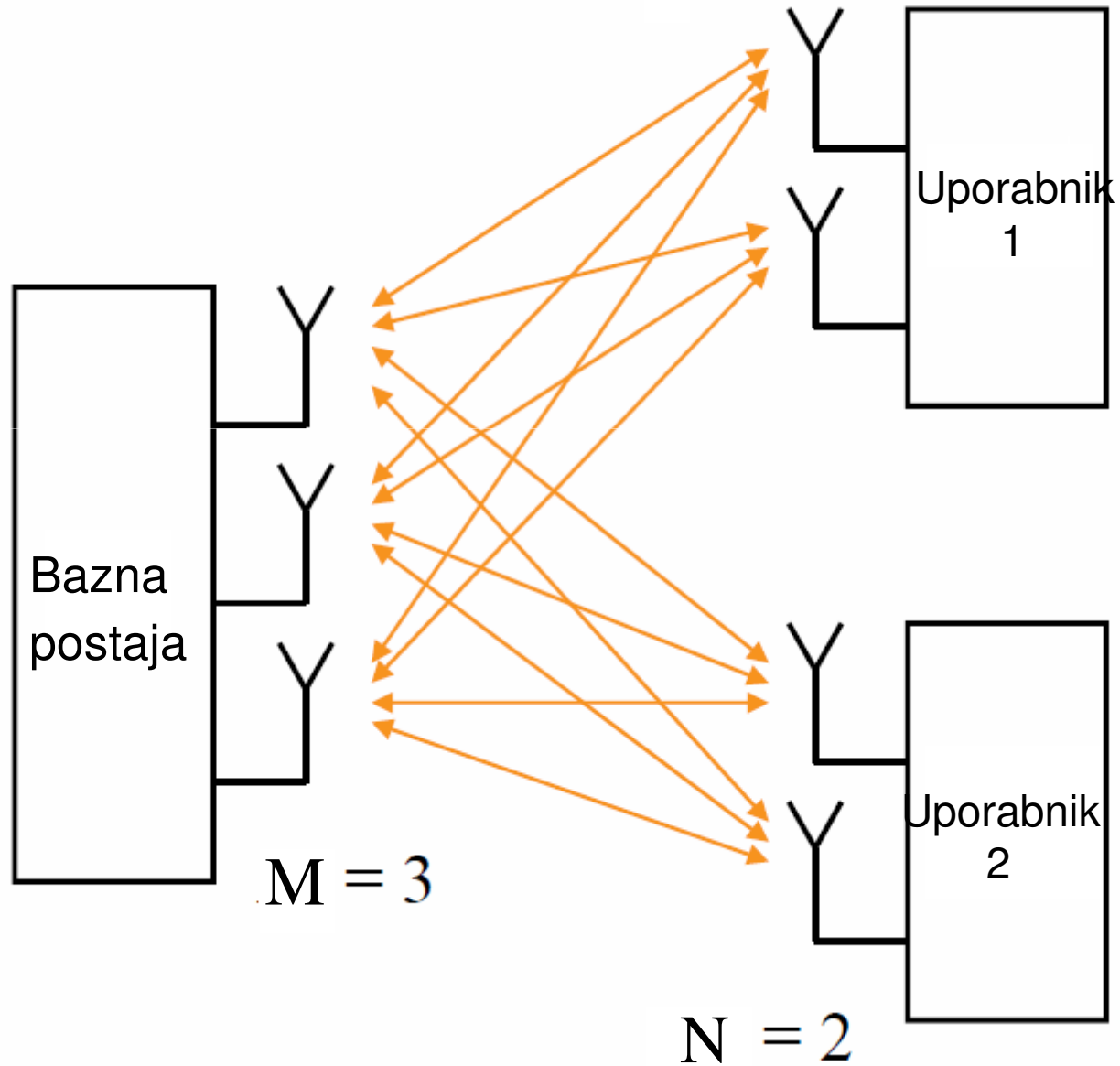
MU - MIMO



MIMO Točka-Mnogo točk (P-MP)



Več-uporabniški MIMO

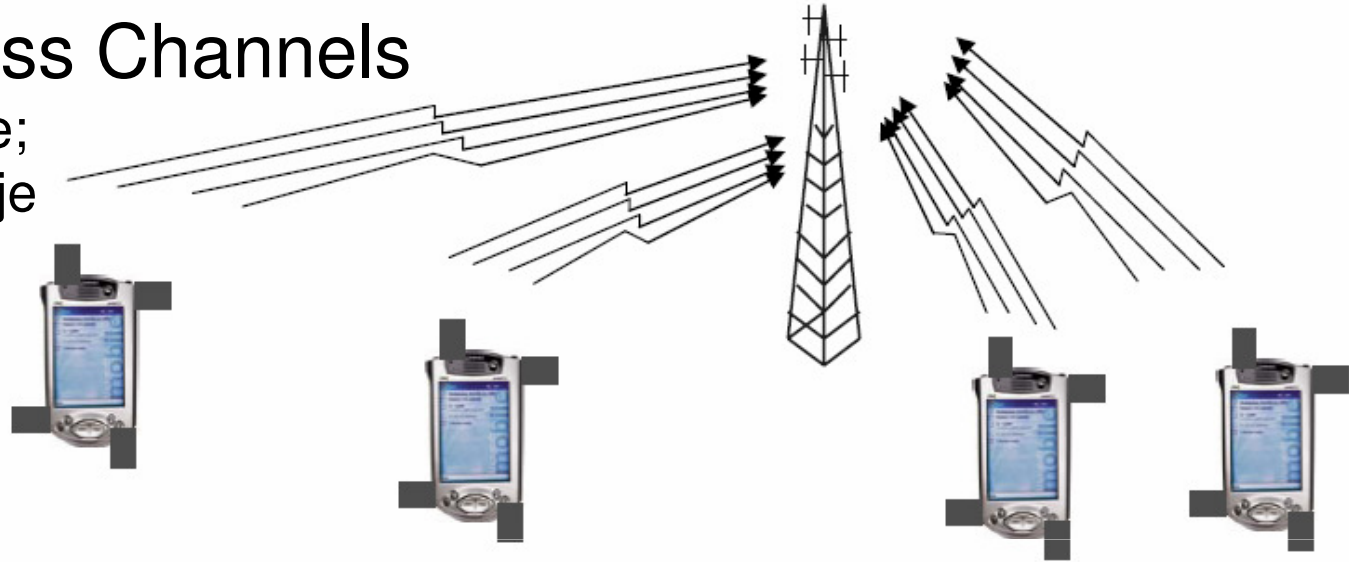


MU - MIMO

Multiple Access Channels

Uporablja vse kanale;
zahtevno procesiranje

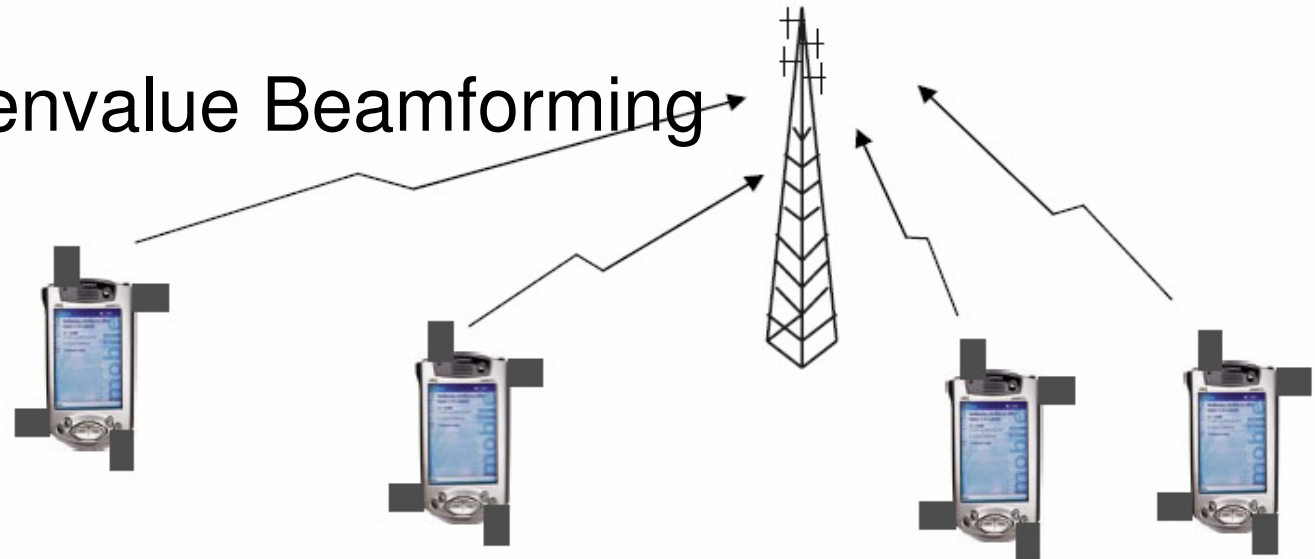
MIMO MAC



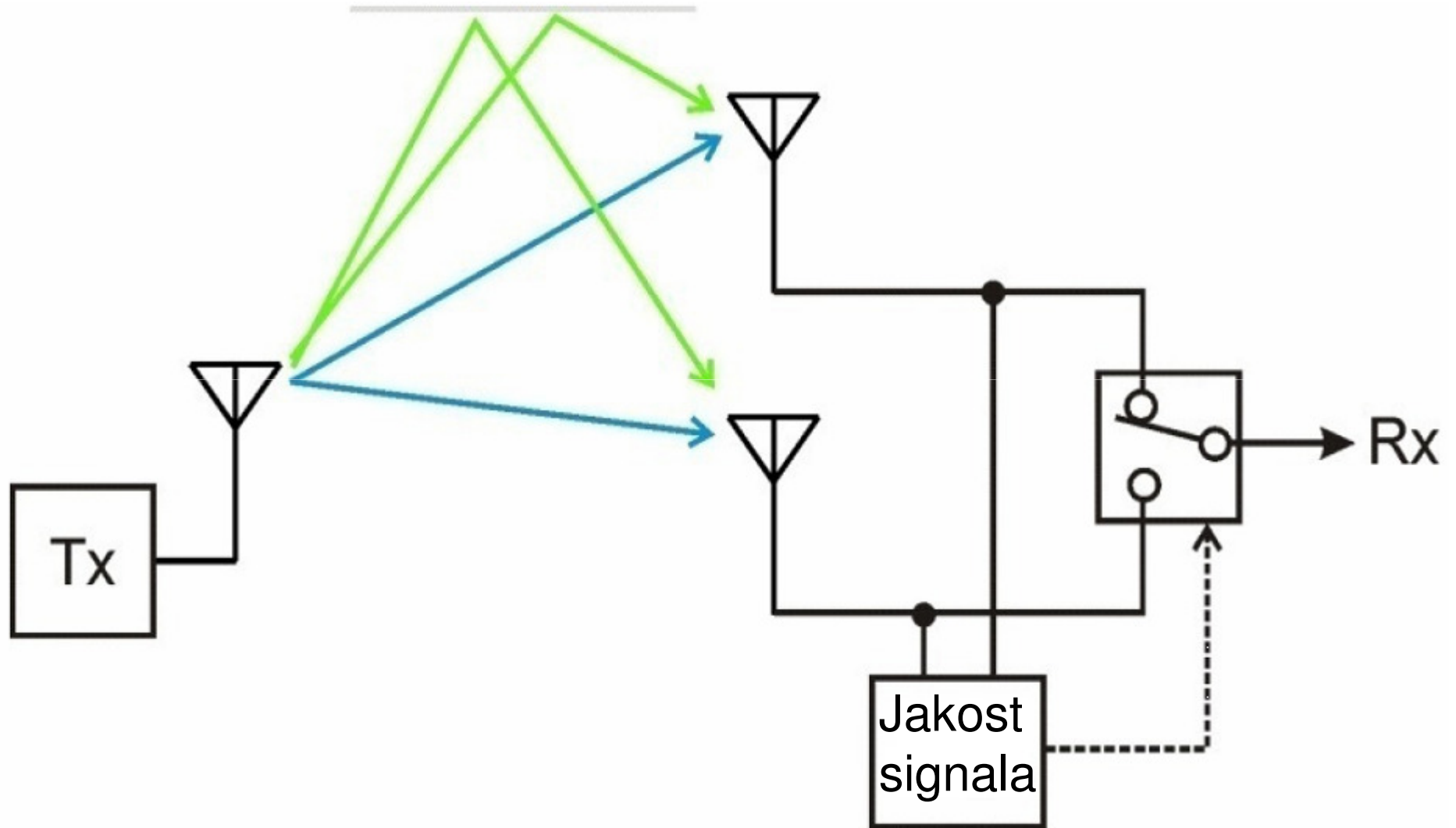
Maximum Eigenvalue Beamforming

MEB

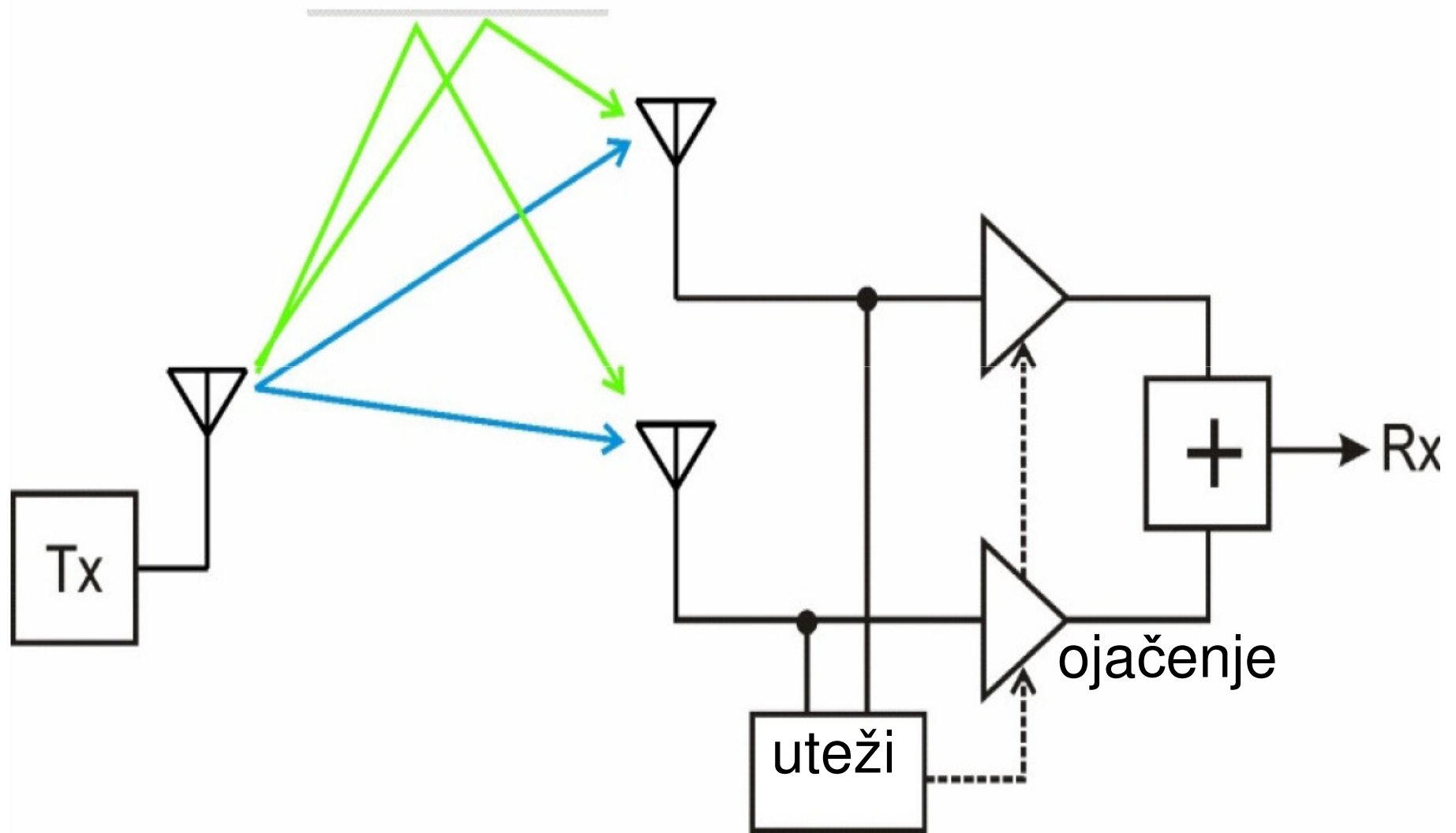
Uporablja kanal
z največjim λ_i ;



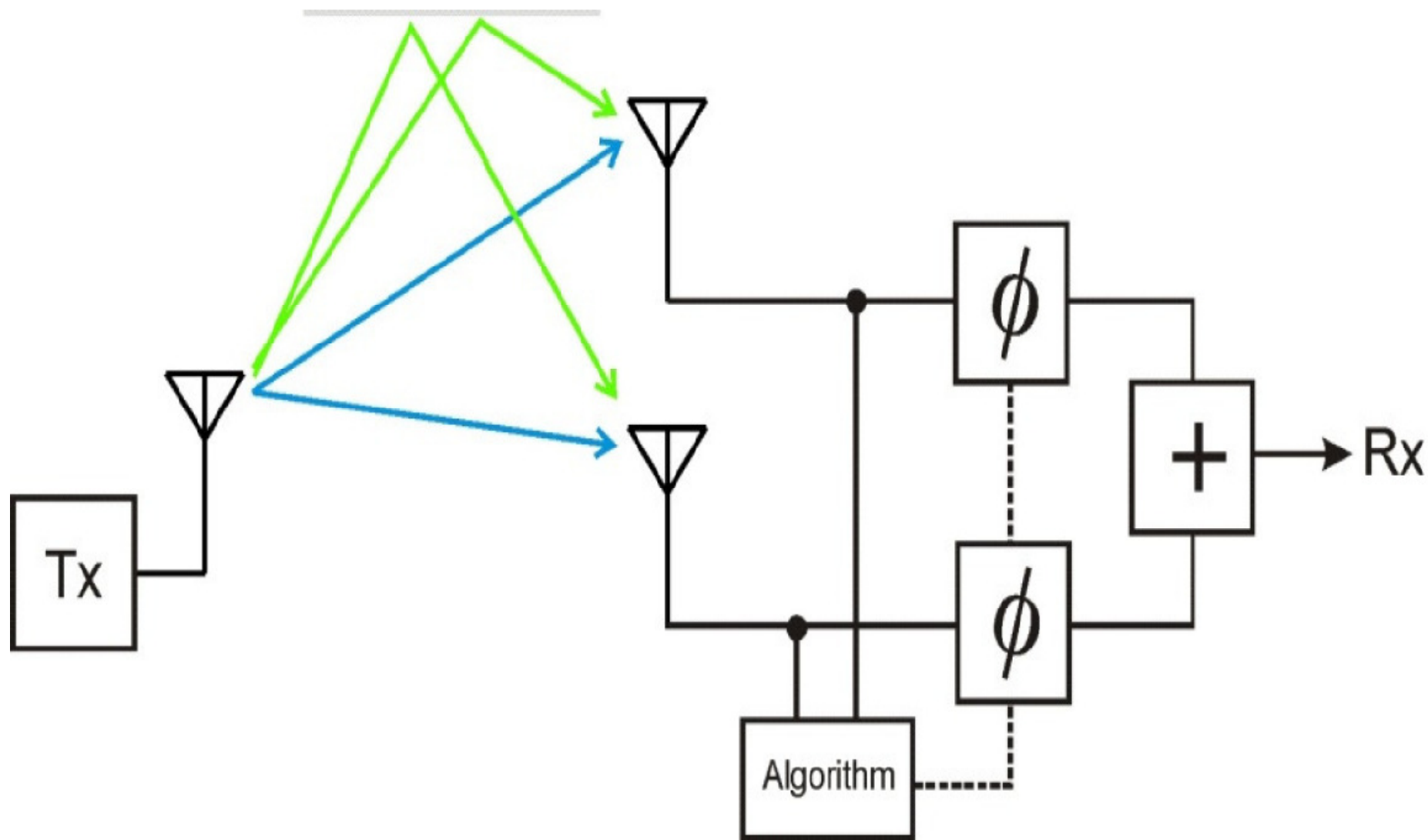
Tehnike raznolikosti: stikalno izbiranje



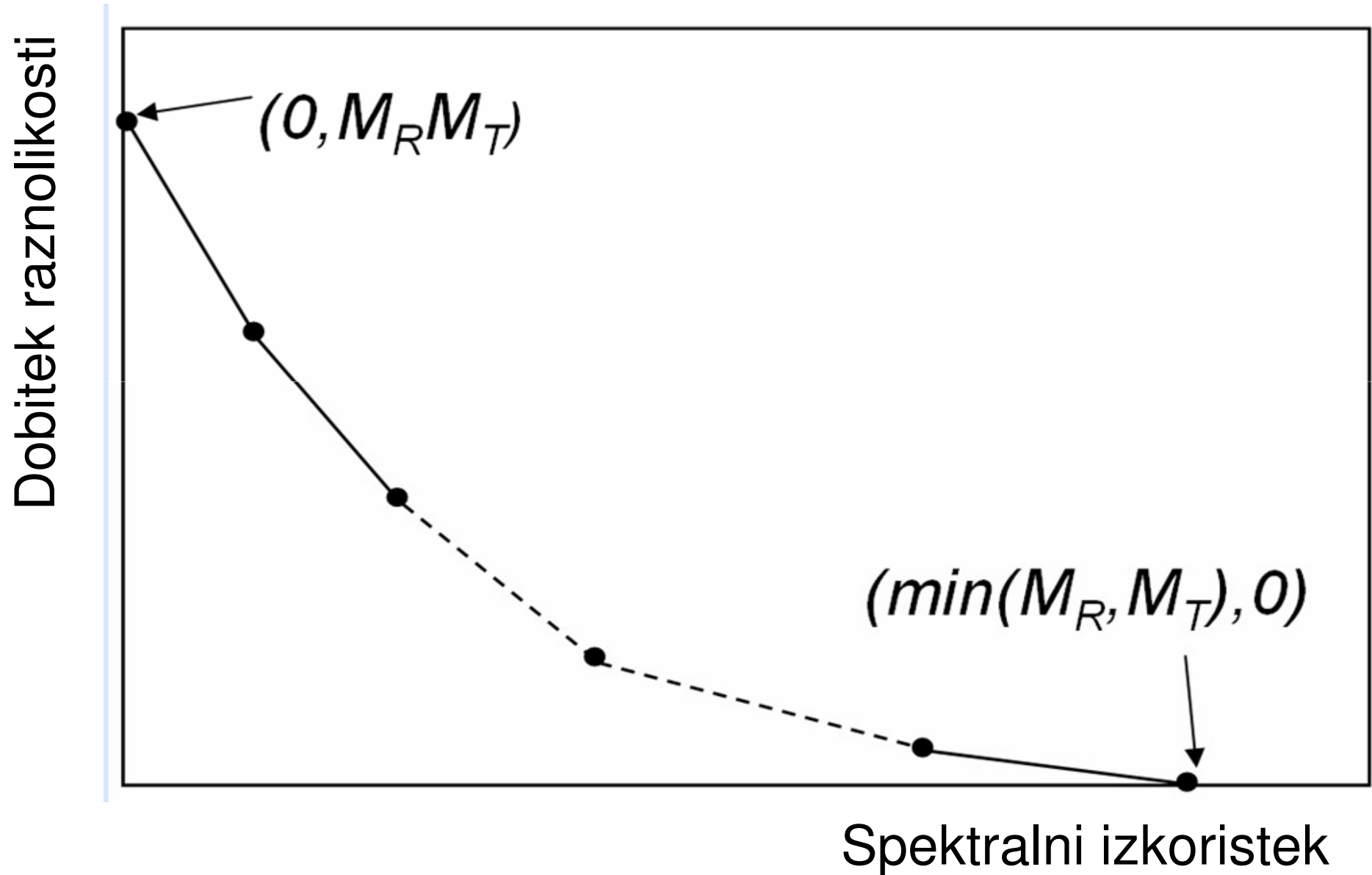
Tehnika raznolikosti: utežni koeficienti¹²¹



Raznoliki sprejem: oblikovanje snopa ¹²²



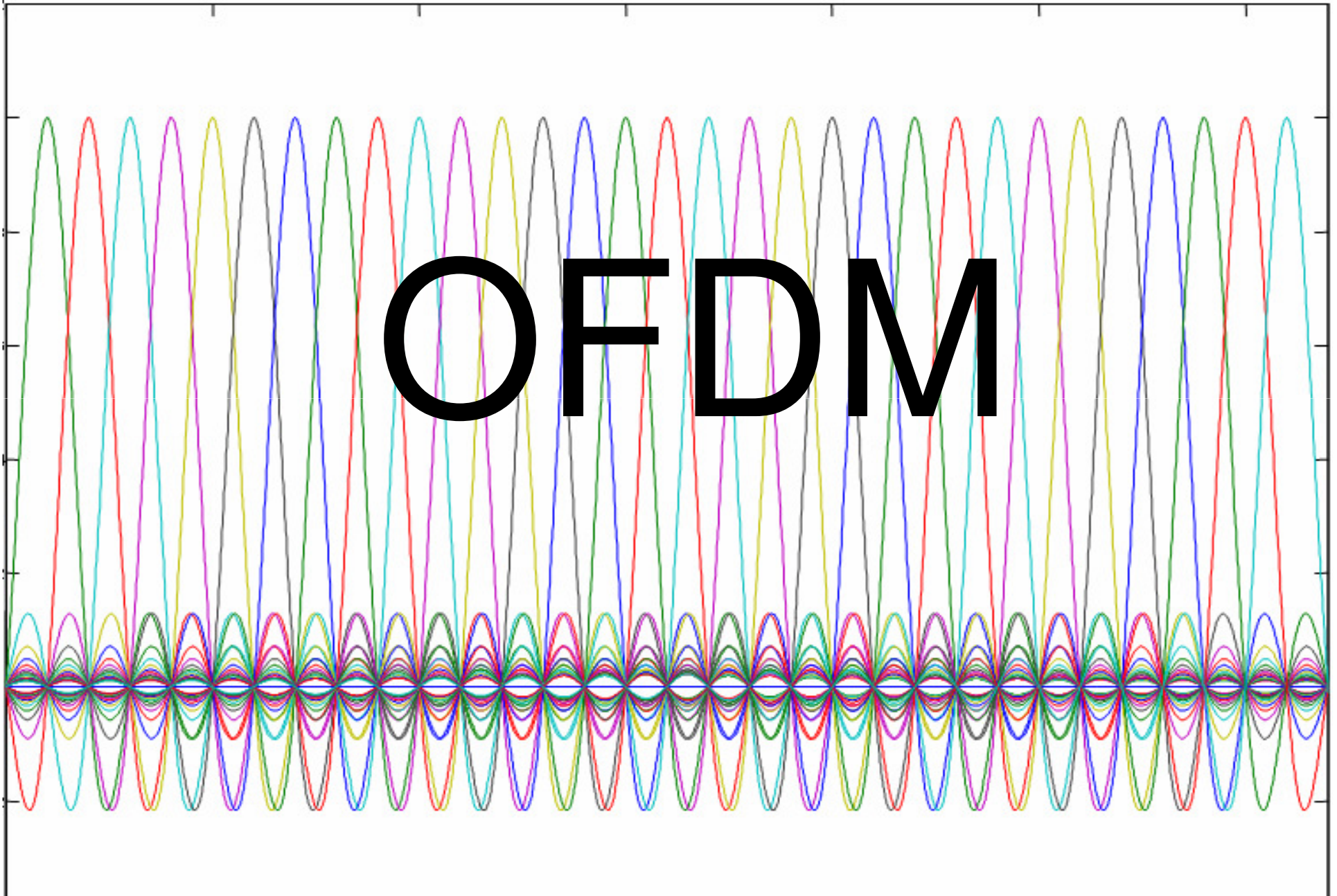
Vmesni rezultati med kapaciteto in dobitkom



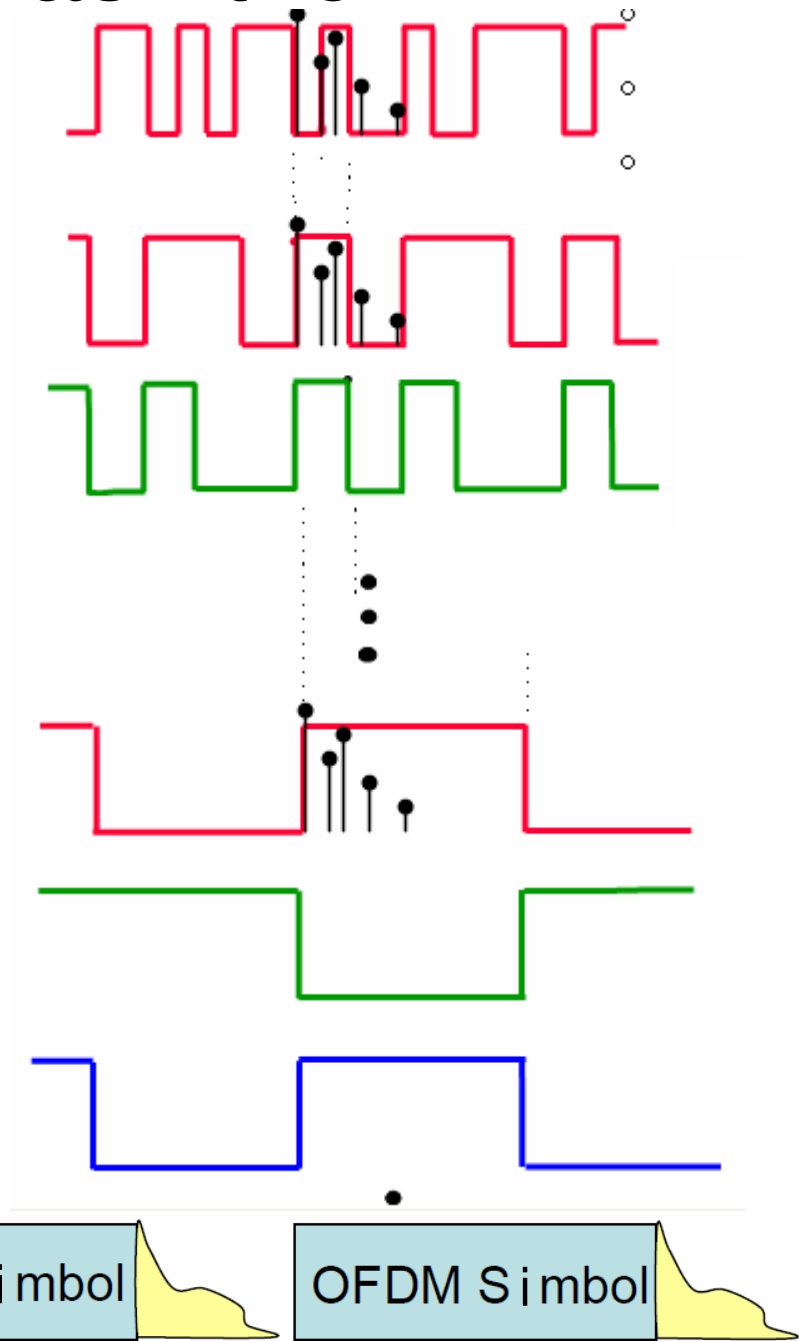
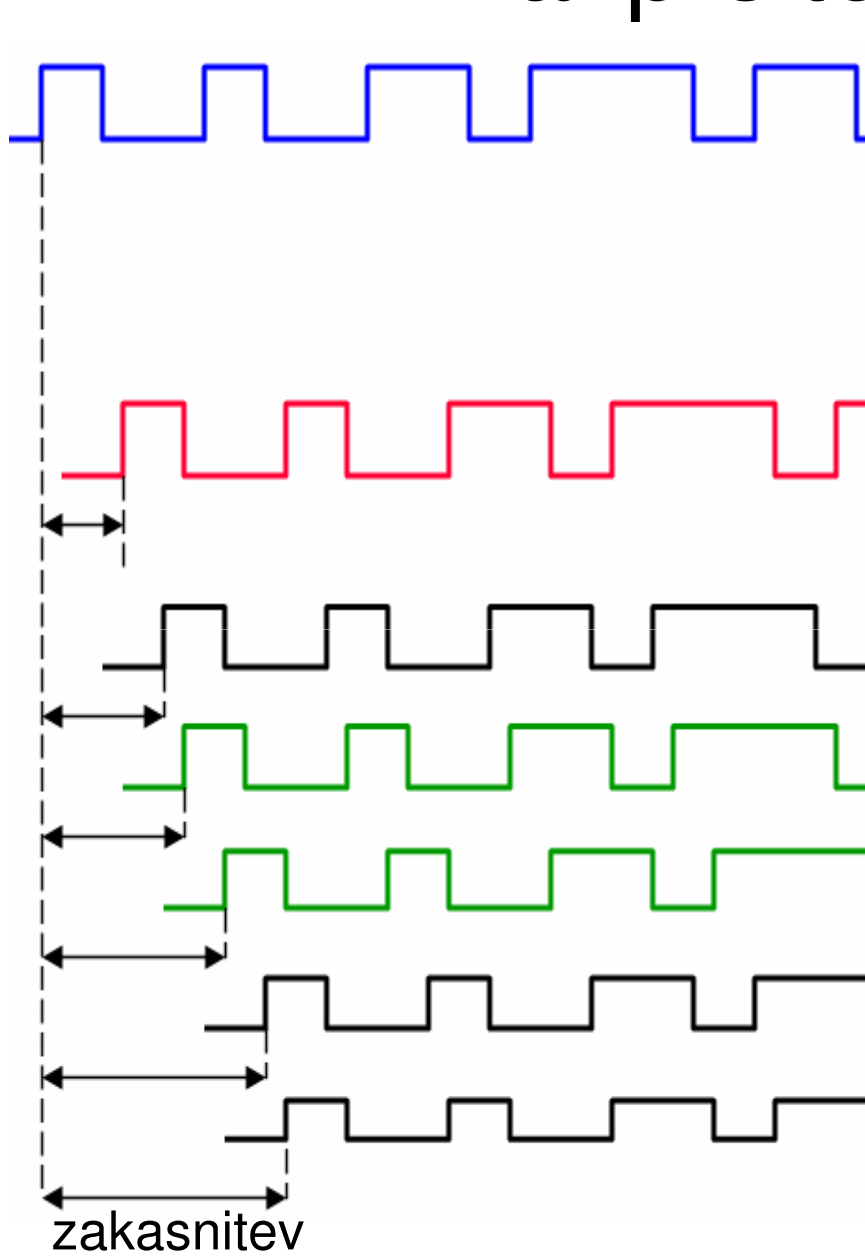
Mnogonosilniški prenos

124

OFDM



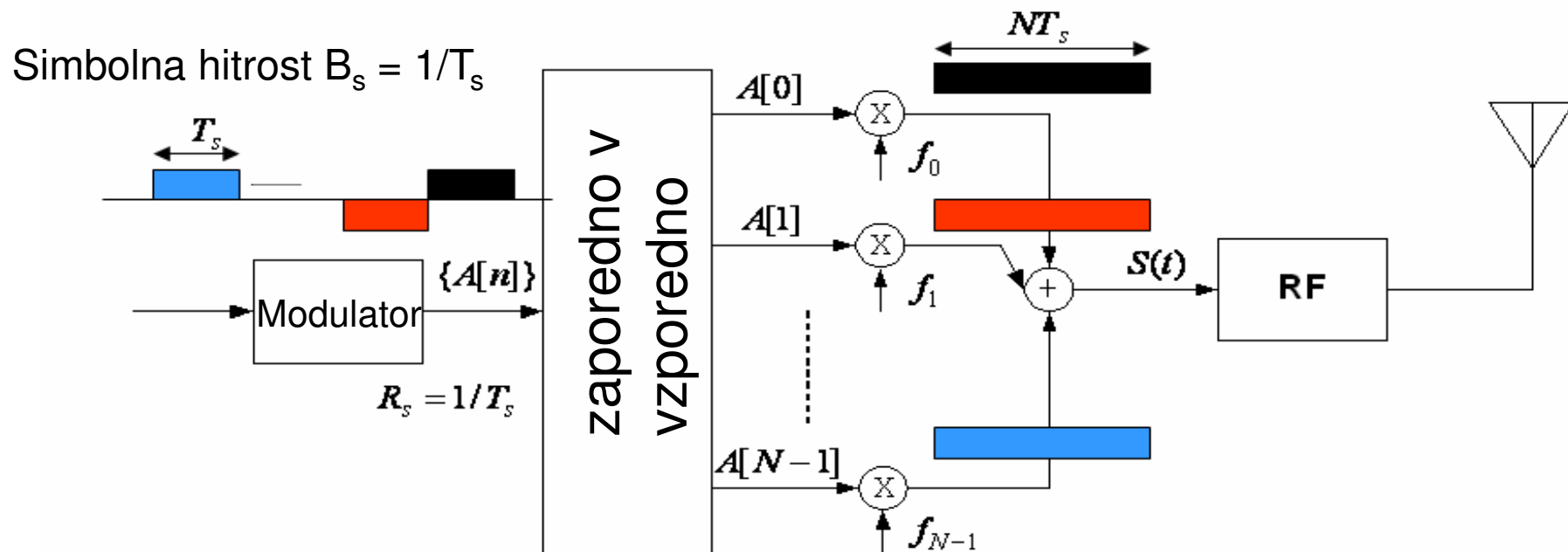
Razpršitev zakasnitve



Prenos po več nosilnikih

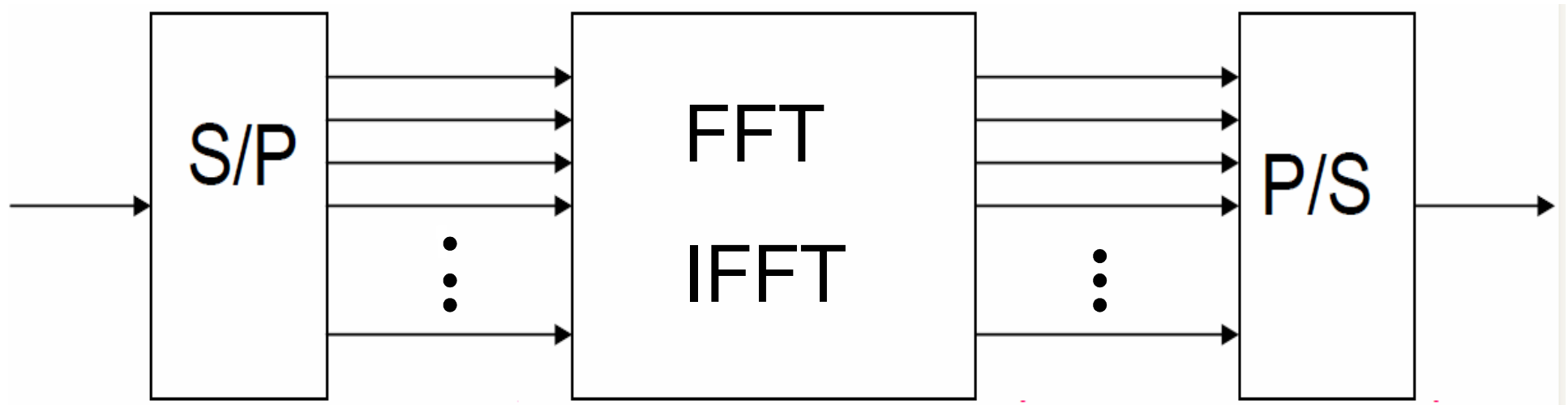


Simbole trajanja T_s N -krat raztegnemo, jih razvrstimo v N vzporednih kanalov in z njimi moduliramo nosilne frekvence $f_0 \dots f_{N-1}$ kanalov. Signale združimo, ojačimo in oddamo v prostor.



Osnovne operacije digitalne OFDM

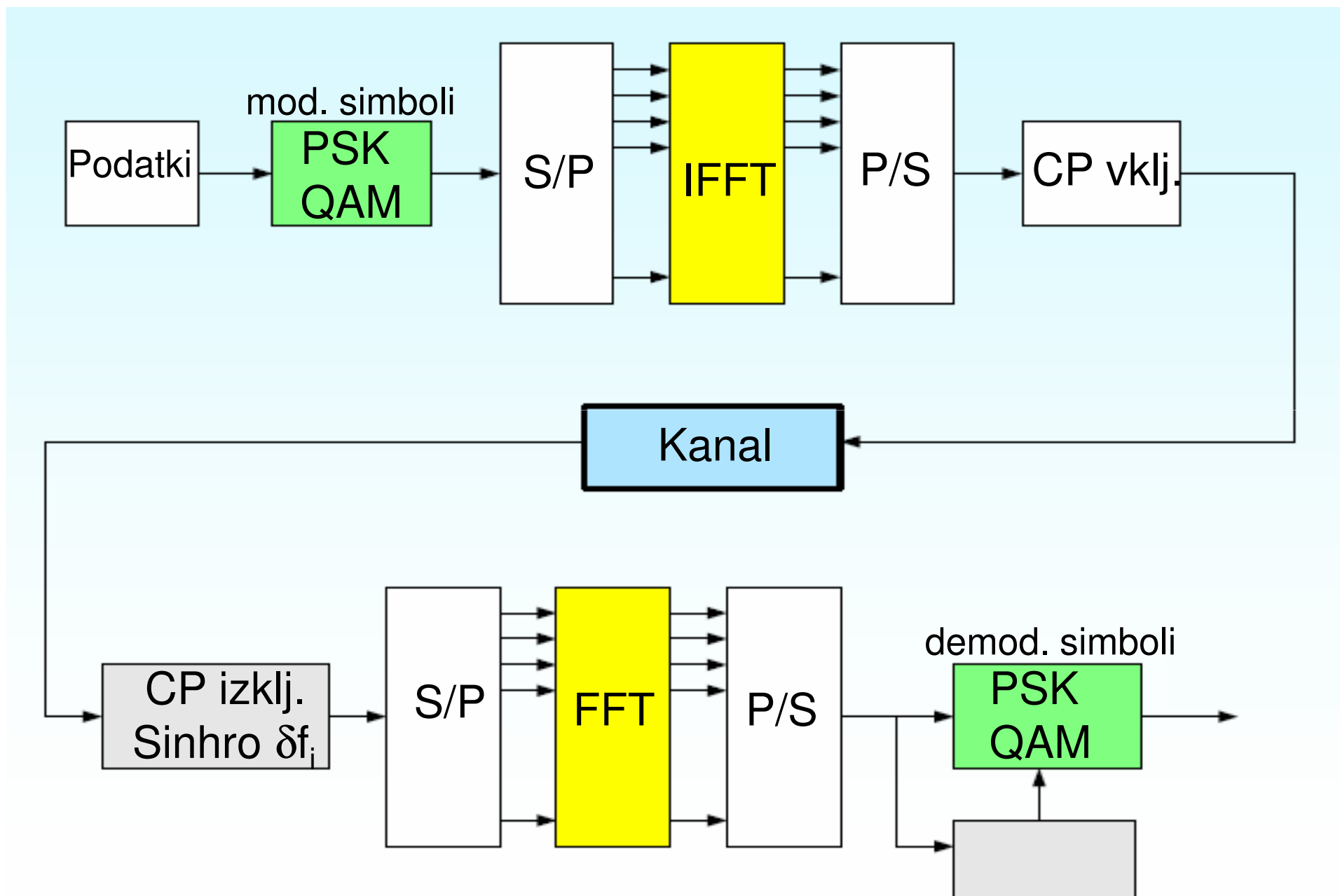
127



- S/P zaporedni niz simbolov se pretvori v vzporednega
- FFT hitra Fourierjeva transformacija, pretvorba signala v spekter, demodulacija
- IFFT inverzna Fourierjeva transformacija, pretvorba spektra v signal, modulacija
- P/S vzporedni niz simbolov se pretvori v zaporednega

OFDM z digitalnim procesiranjem

128



IDFT in DFT algoritmi

n ... tekoče število (čas);

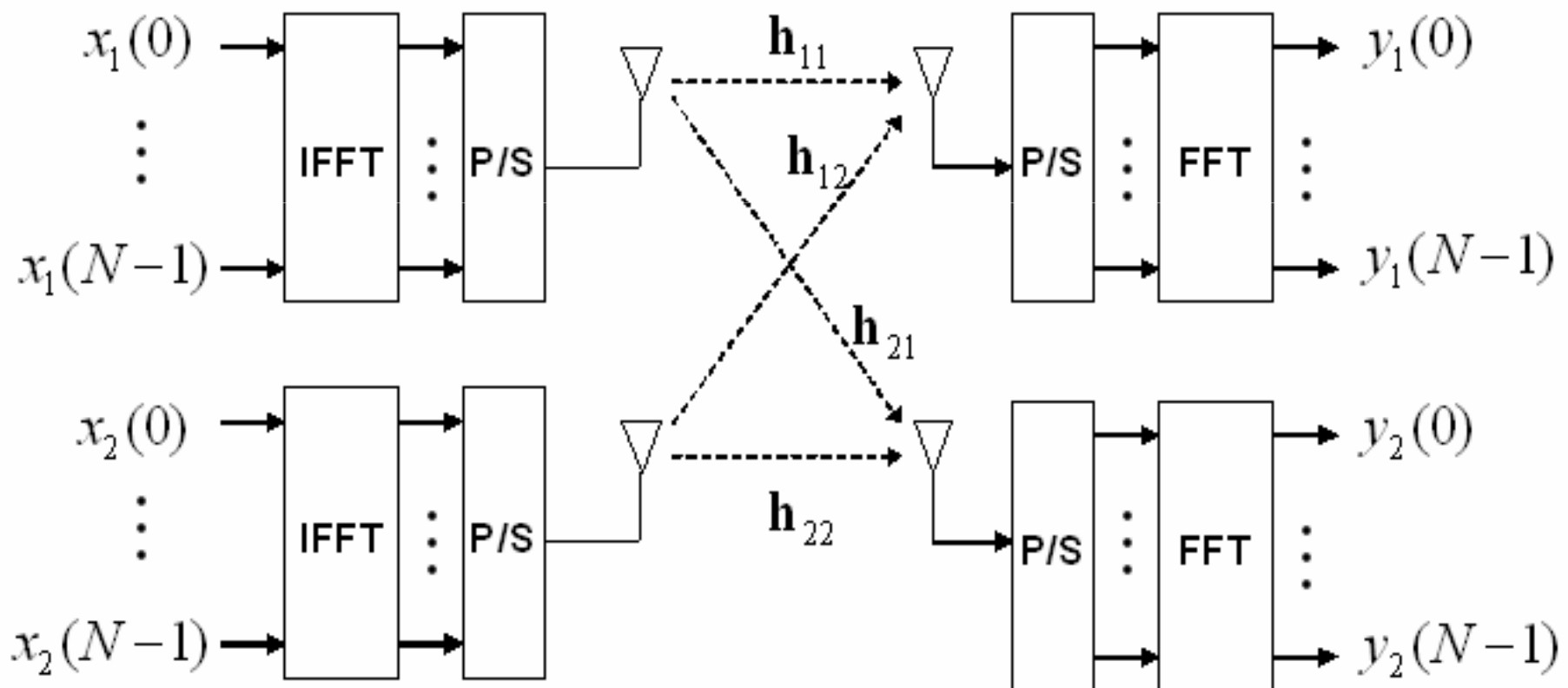
k ...tekoče število (frekvenca)

$$IDFT \quad x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j \frac{2\pi}{N} kn}$$

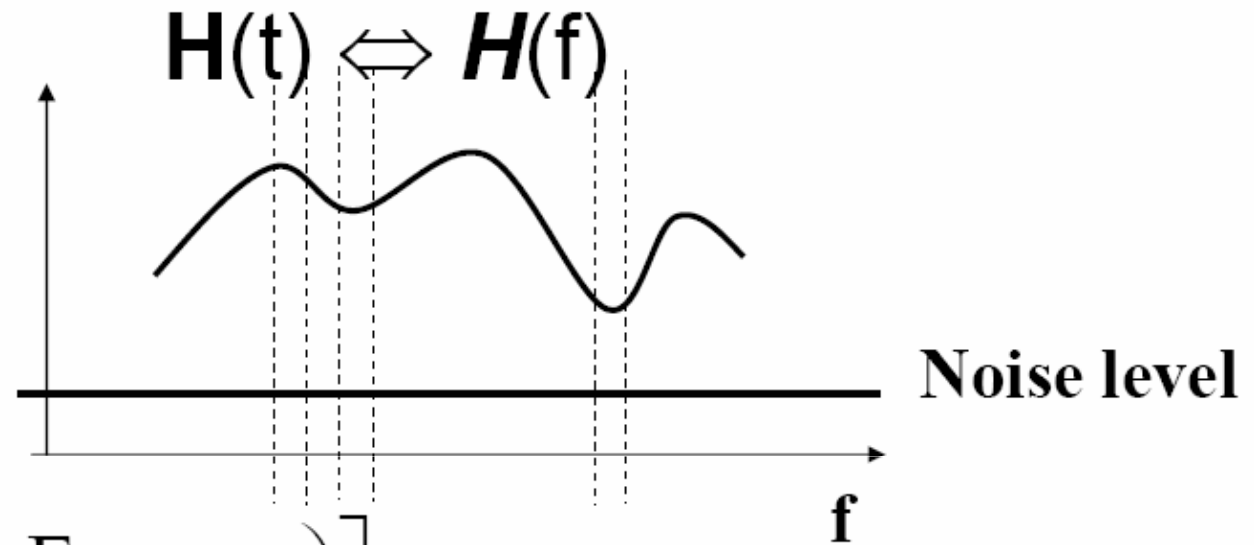
$$DFT \quad X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} kn}$$

MIMO-OFDM

- MIMO – prostorski multipleks, povečuje kapaciteto.
- OFDM – mnogonosilniški prenos, zmanjšuje posledice selektivnega presiha.



OFDM in MIMO se dopolnjujeta in nastopata funkcionalno kot par.



$$C_{NB} = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{E_x}{\sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right], \sigma^2 = N_0 (\text{BW})$$

$$C_{WB} = \sum_{\text{bandwidth}} C_{NB} = \sum_{\text{bandwidth}} \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{E_x(f)}{N_0} H(f) H(f)^H \right) \right]$$

Ortogonalna polarizacija

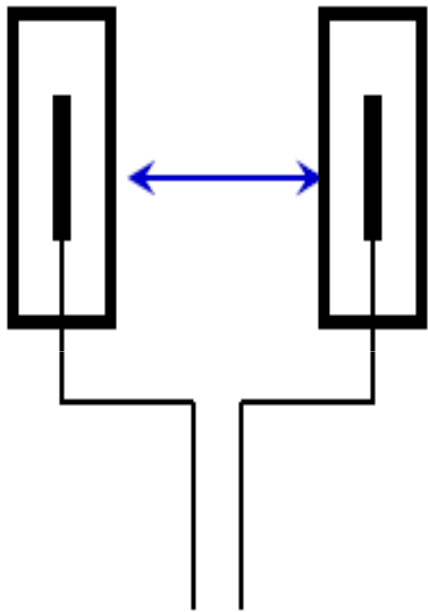
- Ortogonalna polarizacija kot dopolnitev prostorskega multipleksa MIMO
- Ortogonalna polarizacija v raznolikem kanalu kot nadomestilo za prostorsko raznolikost
- Namesto matrike \mathbf{H} z razpršilnimi parametri h_{ji} nastopajo parametri h^{VH} za dve vzporedni in dve ortogonalni polarizaciji
- Polarizacijska matrika je:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h^{VV} & h^{VH} \\ h^{HV} & h^{HH} \end{bmatrix}$$

Raznoliki sprejem

Prostorska raznolikost:

Razpršitev smeri vpadnega vala



Prostorska dekorelacija signalov:

10λ razmika horiz., 30λ razmika vert.

(3 m na 900 MHz, 1,5 m na 1800 MHz)

(signal razpršen iz ozkega prostorskega kota)

Ročna naprava iz praktičnih razlogov

največ 2 anteni z razmikom okoli $\lambda/2$

(signal razpršen iz širokega prostorskega kota).

Polarizacijska raznolikost:

Nekoreliranost sprejema na dveh ortogonalnih polarizacijah

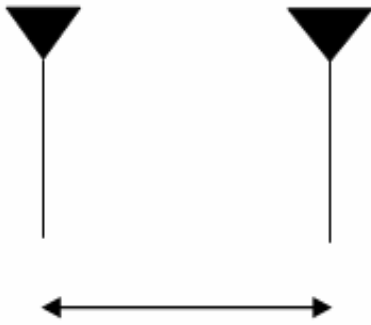


Polarizacijska dekorelacija signalov:

Zmanjšan potreben prostor

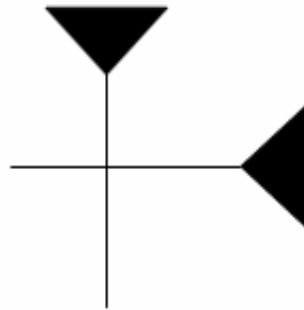
Glavni način za ročne in prenosne naprave v omrežjih radijskega dostopa.

MIMO 2x2

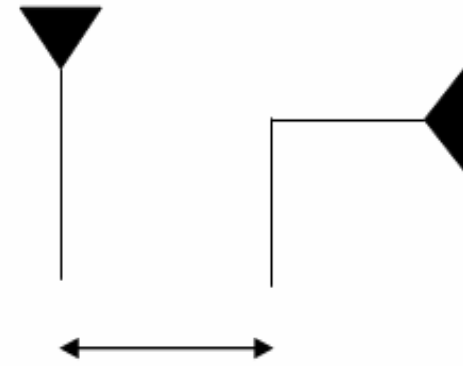


$$d \in \left\{ \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda \right\}$$

Dvomestni



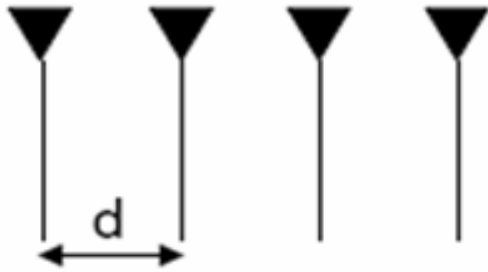
Dvopolarizacijski



$$d \in \left\{ \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda \right\}$$

Hibridni

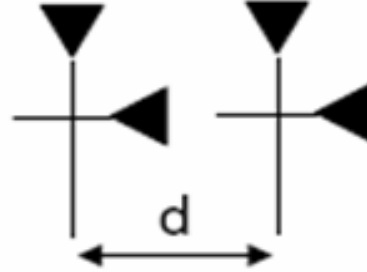
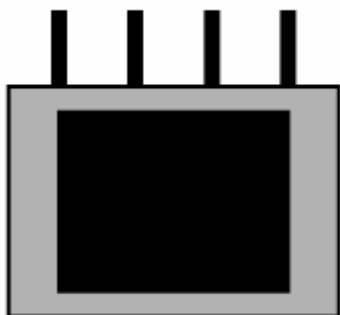
MIMO 4x4



(a)

$$d = \frac{\lambda}{2}$$

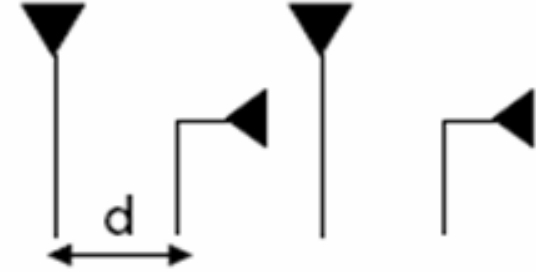
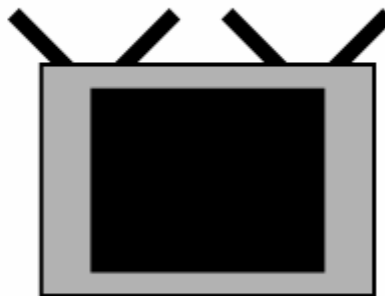
Štirimestni



(b)

$$d \in \left\{ \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda \right\}$$

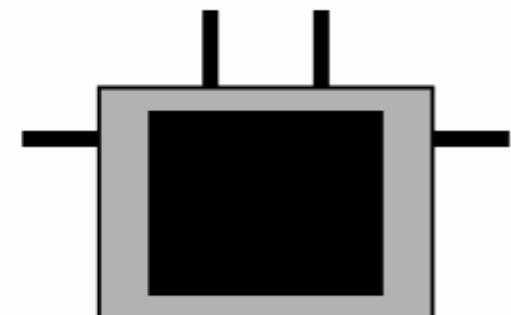
Dvomestni-dvopolarizacijski



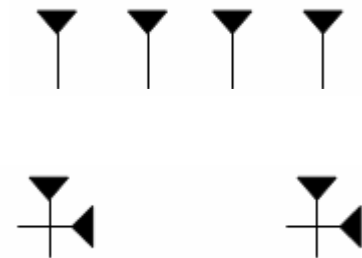
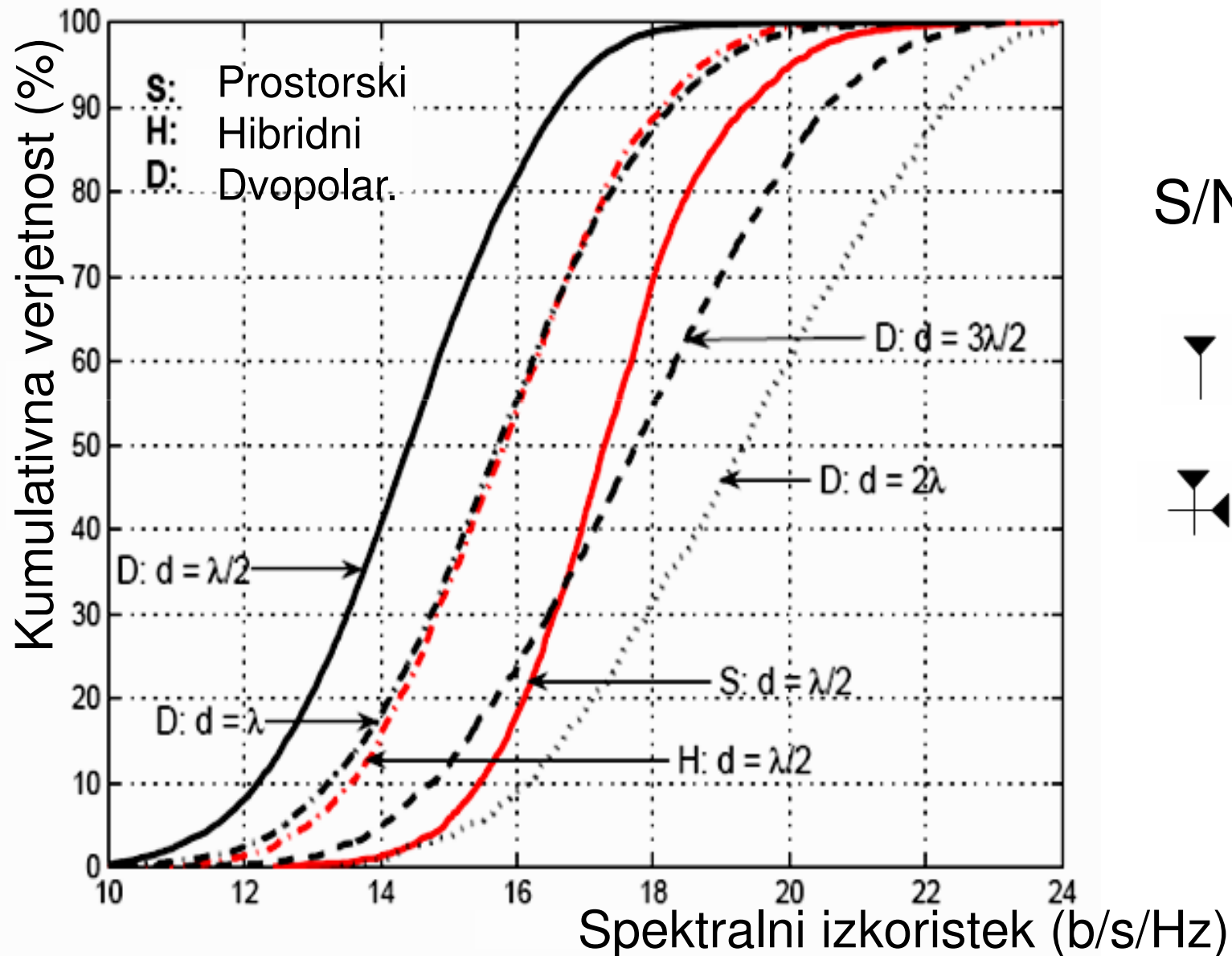
(c)

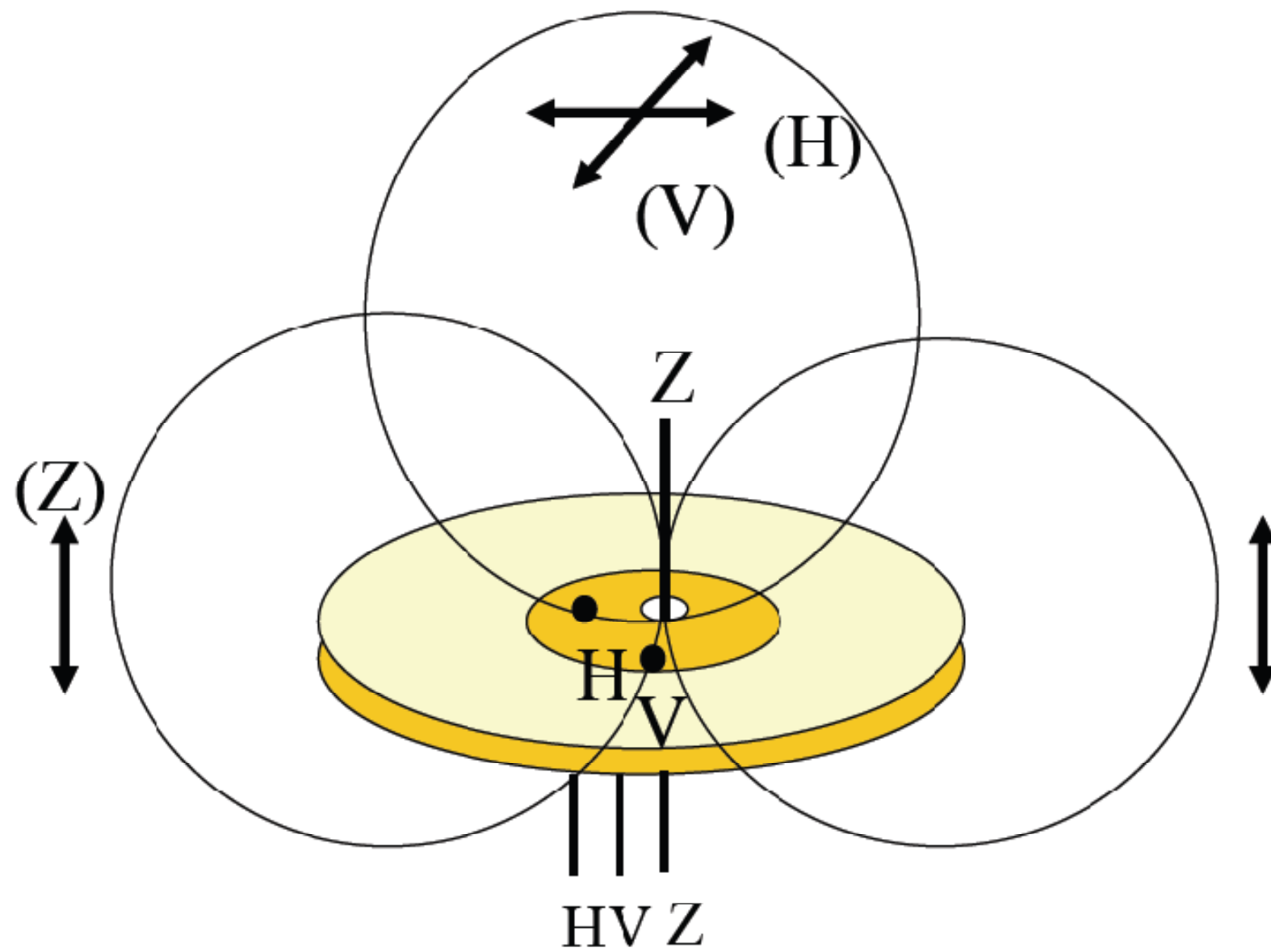
$$d = \frac{\lambda}{2}$$

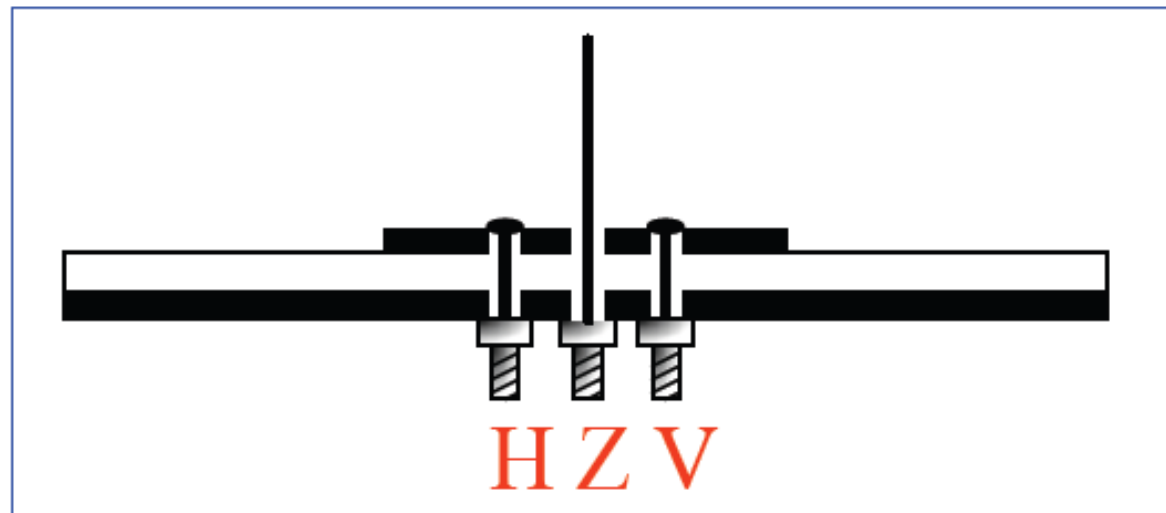
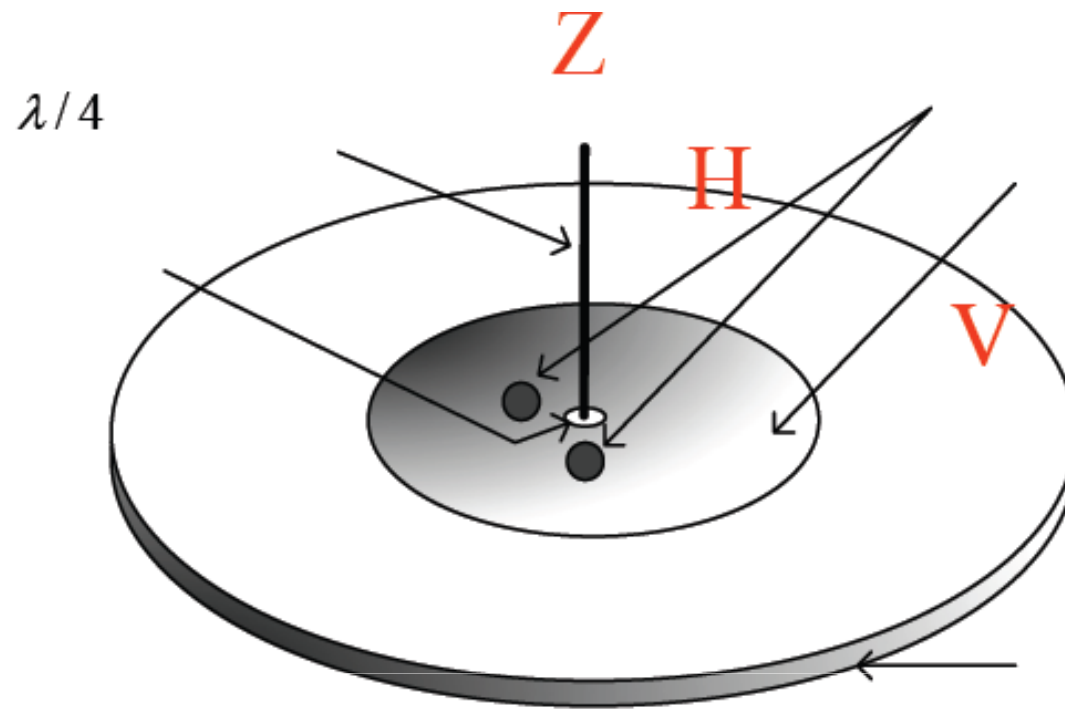
Štirimestni-dvopolarizacijski

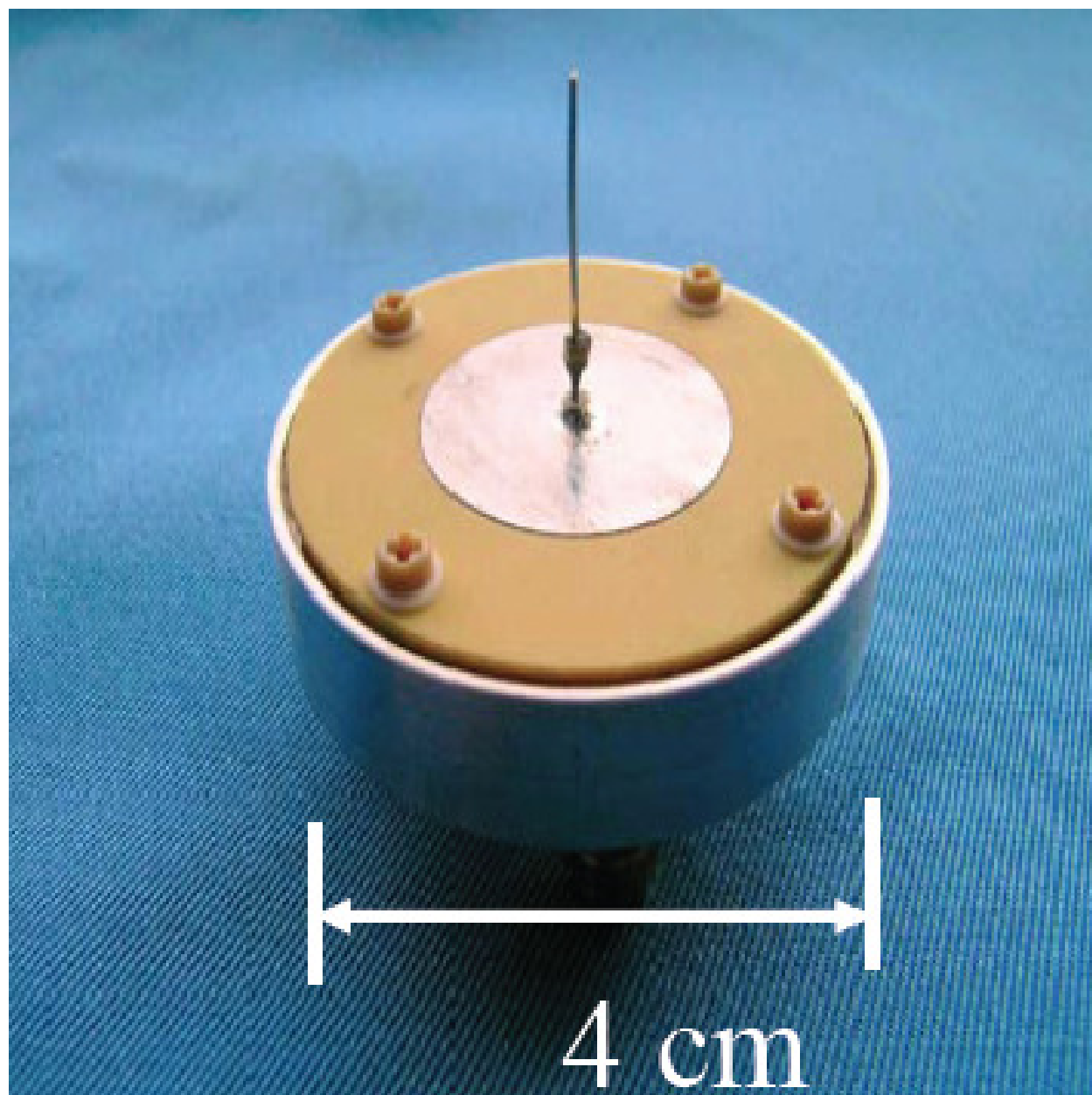


Polarizacijski in prostorski MIMO

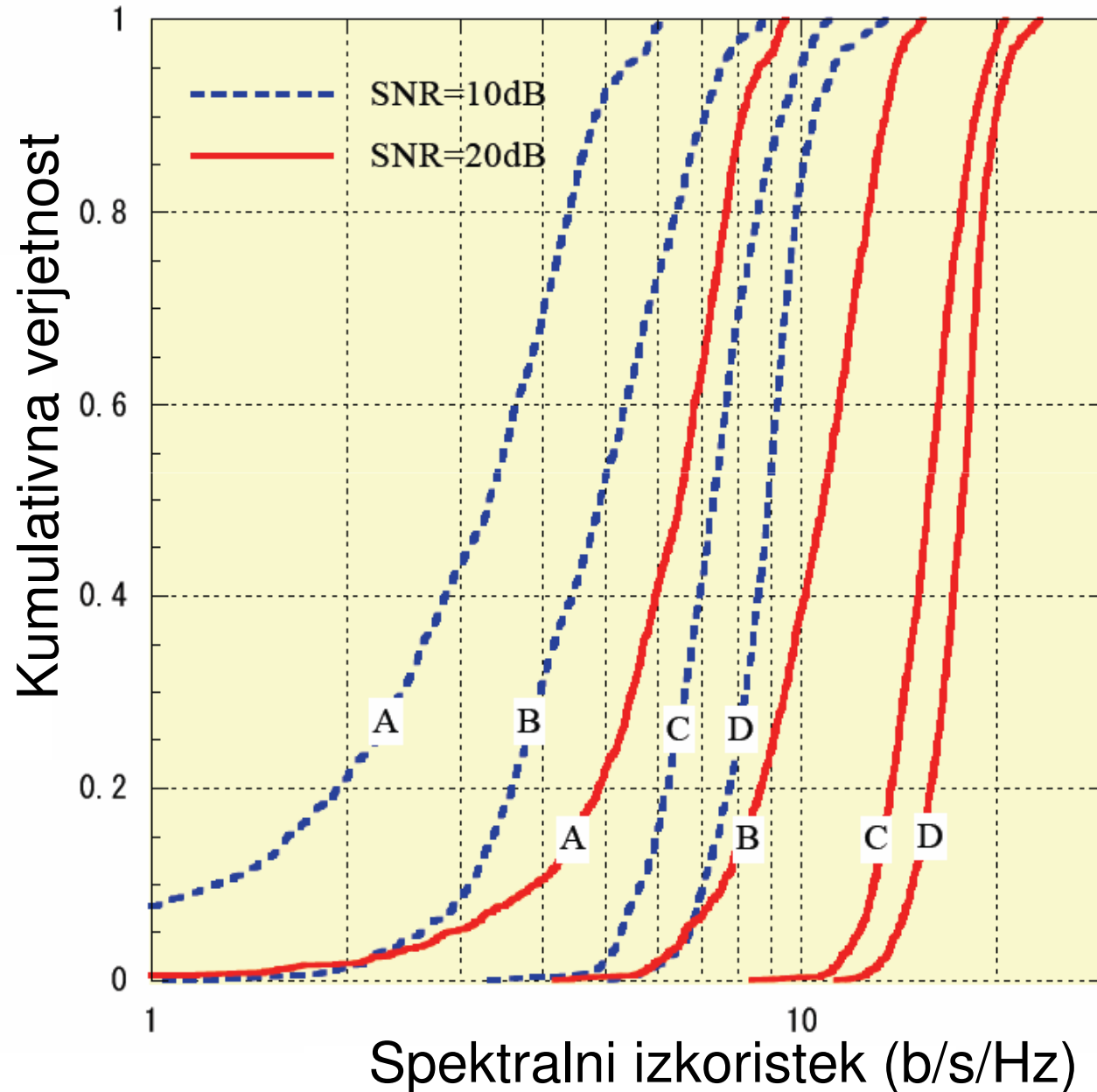








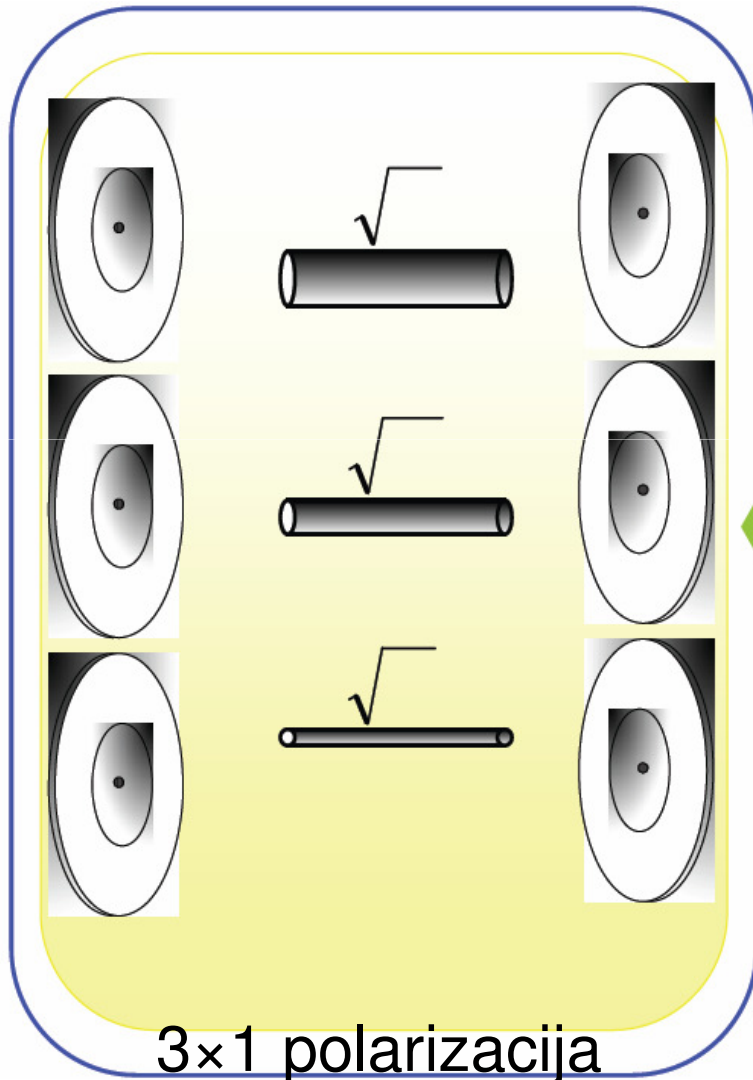
Večpolarizacijski MIMO



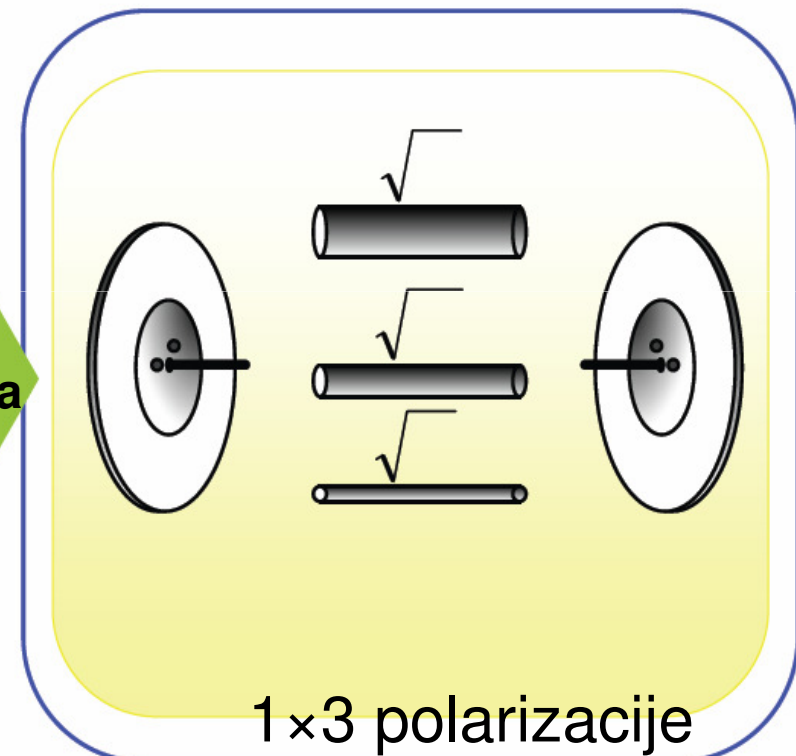
- A: Enopol.
H-H, V-V
- B: Dvopol. 2×2
H/V, H/V
- C: Tropol. 3×3
X/Y/Z-X/Y/Z
- D: MIMO 3×3
Tri antene)

3×1 in 1×3 polarizacijski MIMO

Tripolarizacijski sistem
s tremi antenami



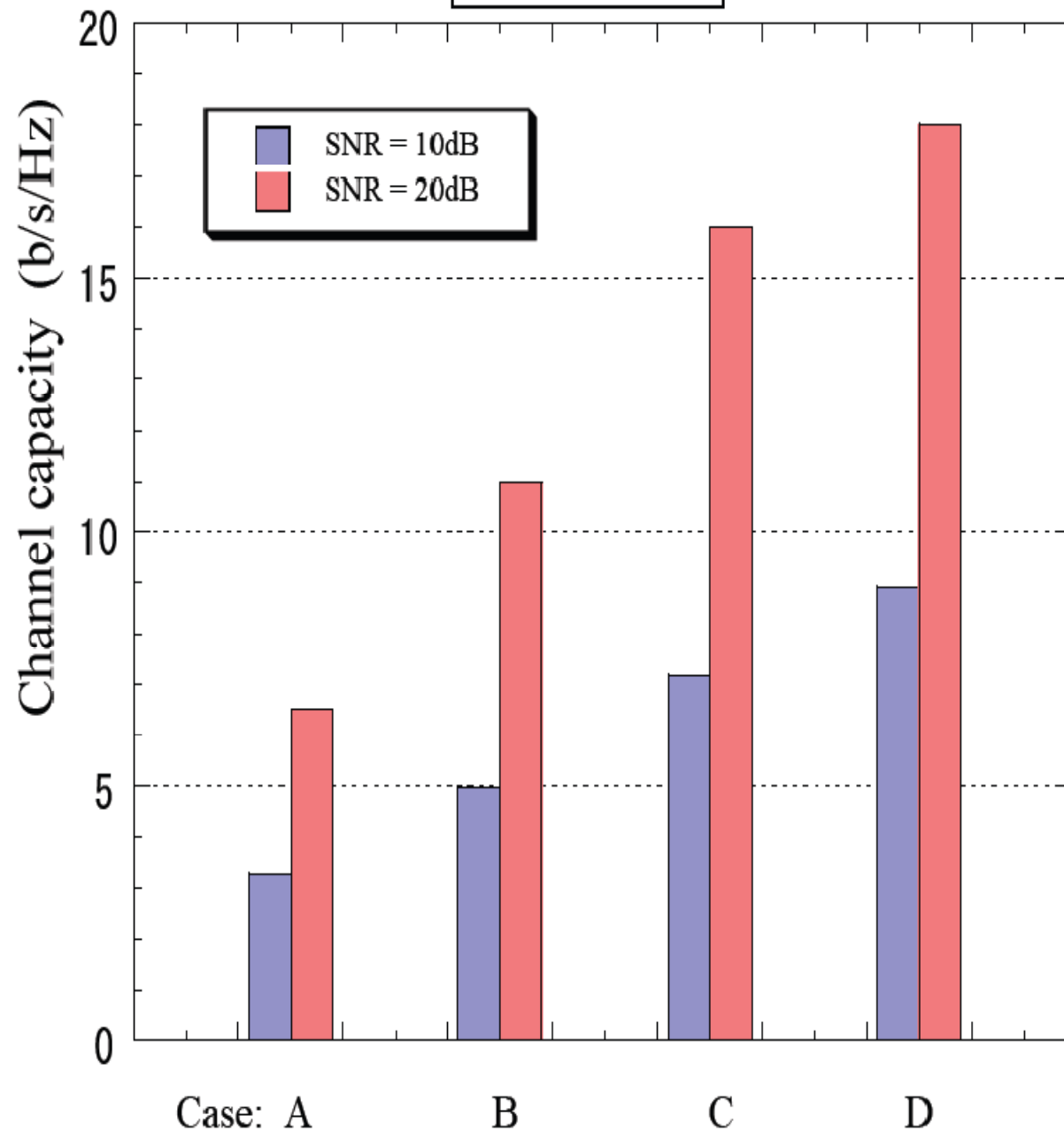
Tripolarizacijski sistem
z eno 3Pol anteno



primerjava

Tripolarizacijska antena daje v mnogosteznem okolju rezultate, ki so primerljivi trem enopolarizacijskim antenam.

Tripolarizacijski MIMO



A: single-pol. (V-V: 1x1)

B: dual-pol (V,H-V,H: 2x2)

C: tri-pol (V,H,Z-V,H,Z: 3x3)

D: three single-pol. antennas

by three single-pol. antennas

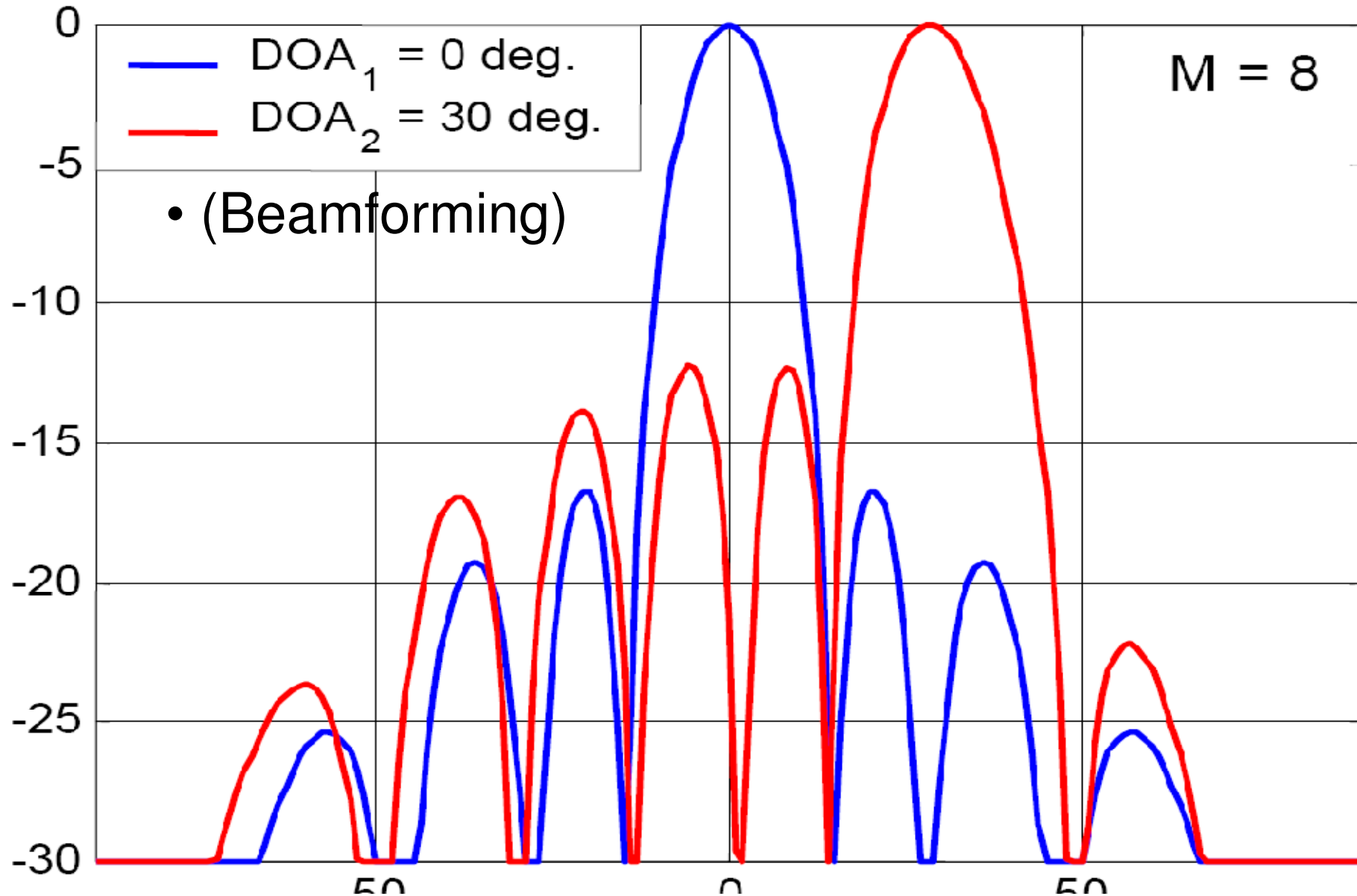
(V,V,V-V,V,V: 3x3)

MIMO v omrežjih

- MIMO WiMAX
- MIMO LTE

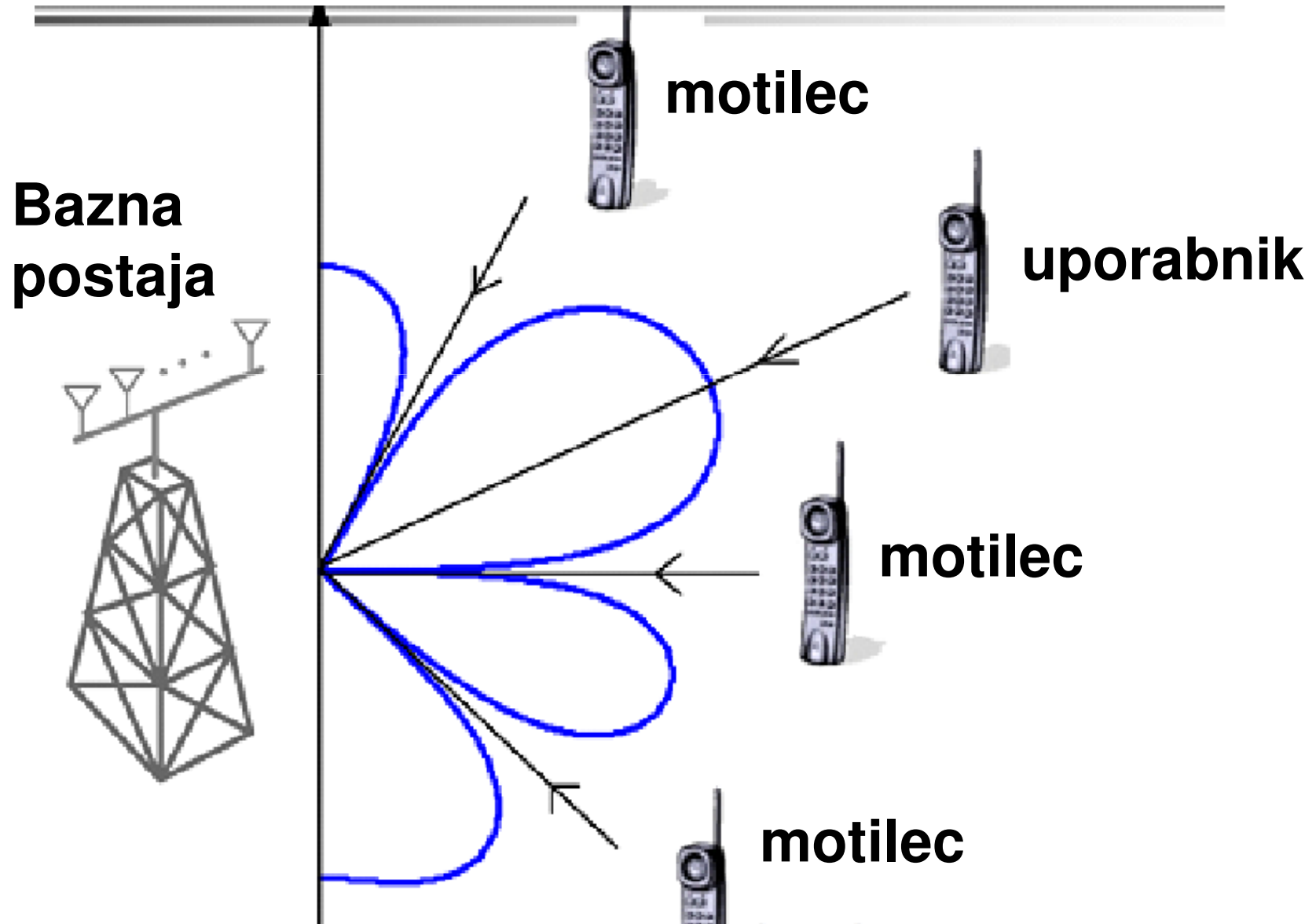
Oblikovanje smernega diagrama

Usmerjanje glavnega snopa



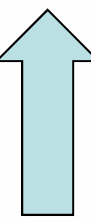
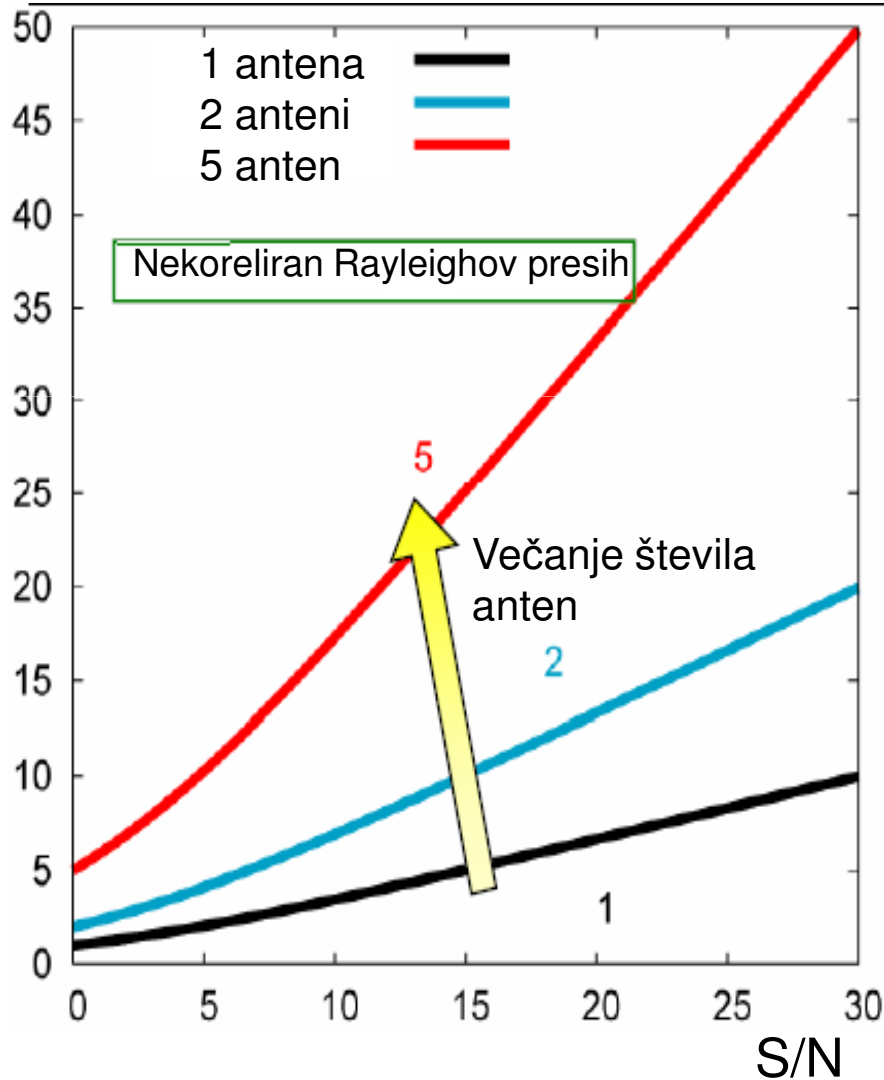
Oblikovanje smernega diagrama

Preprečevanje motnje

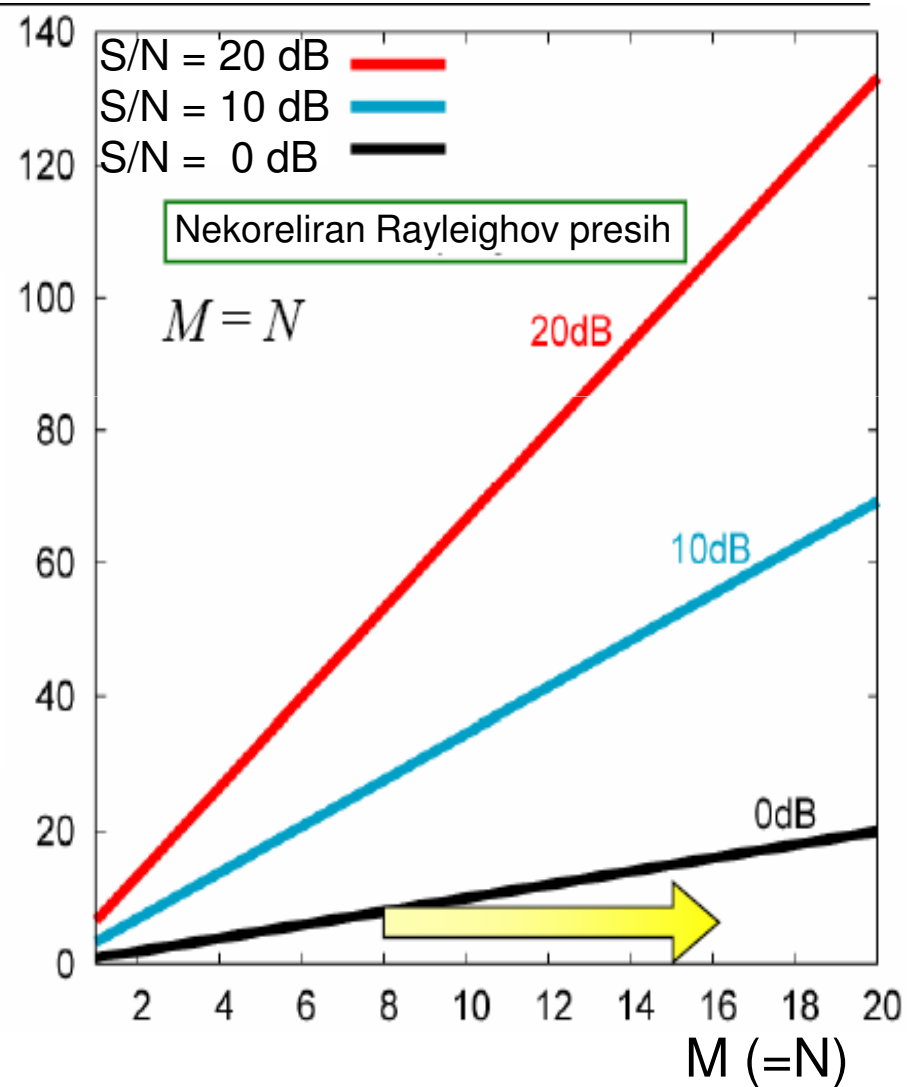


Perspektive ?

$C = \min(M,N) \Delta f \log_2(1 + \text{SNR}),$ $\min(M,N)$ število **parov** anten (število prostostnih stopenj)



Spektralni izkoristek (b/s/Hz)



MIMO - LTE

- Peak rate:
 - 64 QAM - 6 bits/symbols
 - Code rate - 1 (no FEC)
 - BW - 20 MHz - 110 RBs
- Sub-frames per second - 1000
- Peak rates calculation:
 - SISO: $11 * 12 * 6 * 110 * 1000 = 87 \text{ Mbps}$
 - MIMO (2x2, 4x2) doubles the rate $> 150 \text{ Mbps}$
 - MIMO (4x4) quadruples the rate $> 300 \text{ Mbps}$
- High class UEs category 5 (with 4 Rx antenna) may exceed 300 Mbps

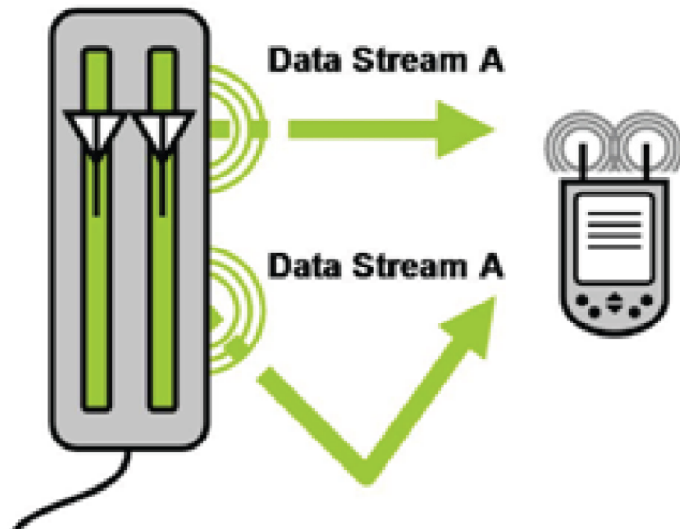
MIMO prenosni računalnik



Prototip Lucent

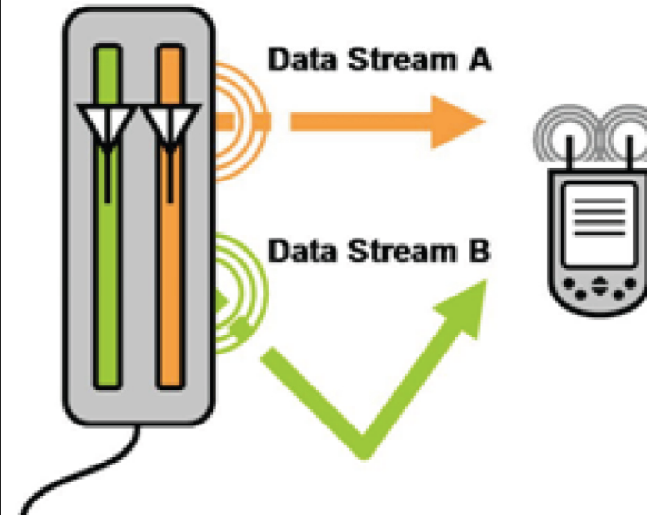
MIMO – WiMAX 1/2

Matrix A (raznolikost)



- uporablja MRC (max.Ratio c.)
- uporablja STBC kodiranje
- deluje v pogojih nizkega S/N
- neizrazita mnogosteznost
- veliko področje pokrivanja
- **predmestno in ruralno področje**

Matrix B (multipleksiranje)

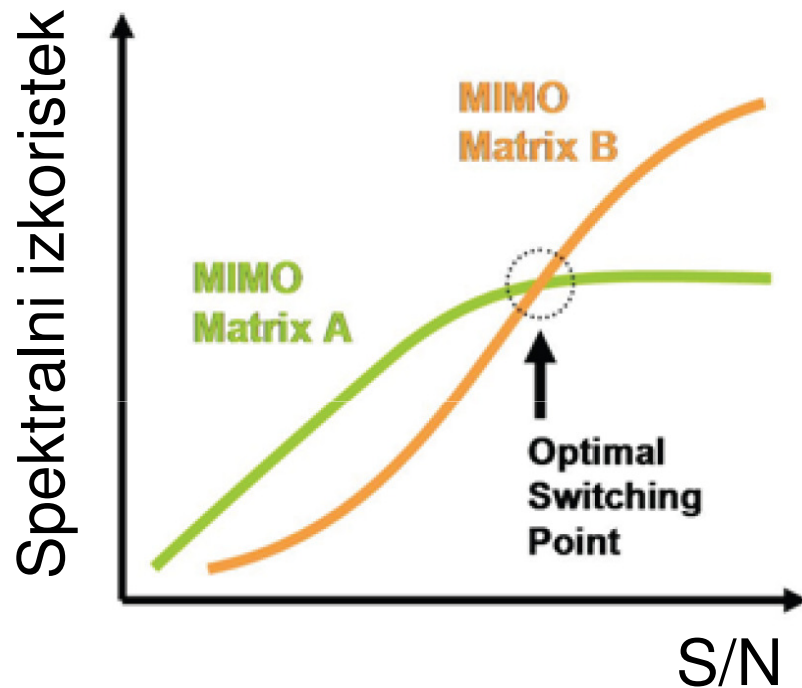


- prepoznavna anteno odd. niza
- deluje v pogojih dobrega S/N
- izrazita mnogosteznost
- velika kapaciteta
- **urbano področje, notranjost stavb**

Avtomatski preklop med načinoma

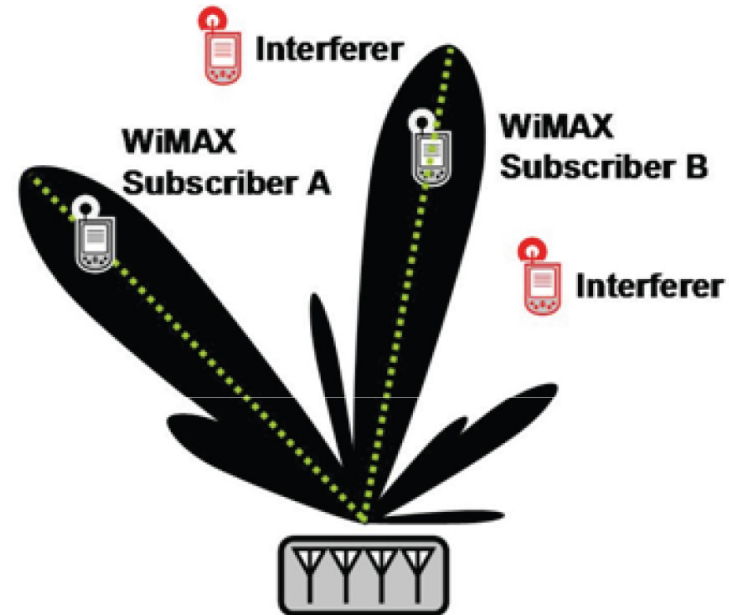
MIMO - WiMAX 2/2

Matrix A – Matrix B



- optimalna izbira preklopa med načinoma Matrix A in matrix B.

Oblikovanje diagrama



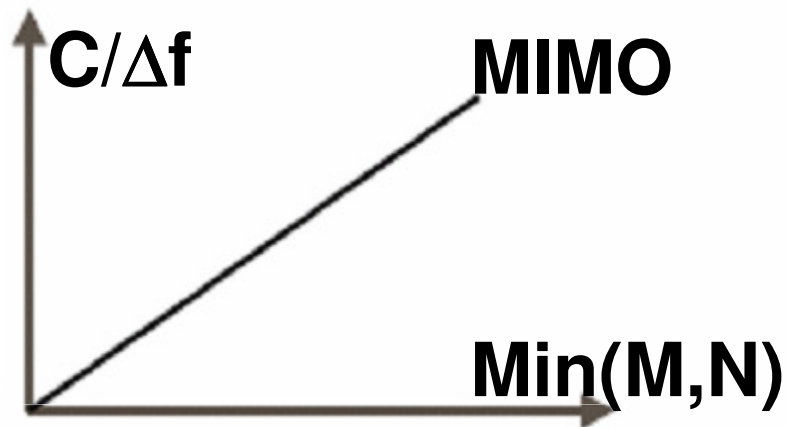
- uporablja se v najtežjih pogojih
- informacija o kanalu, sistem zaprte zanke
- 12 – 16 dB dobitka s štirimi antenami glede na eno anteno.

Sklep

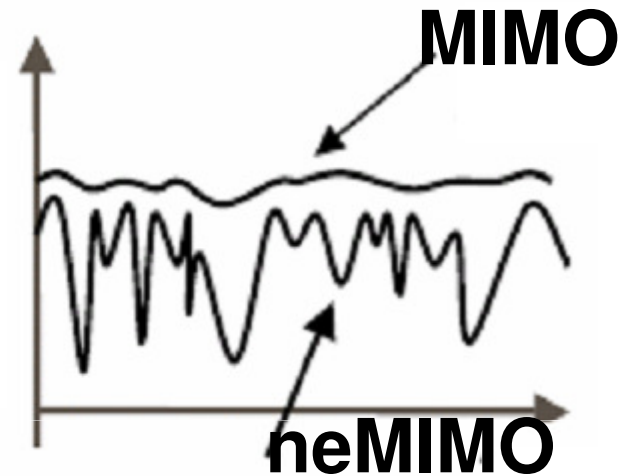
- Princip MIMO močno spreminja dosedanje poglede na omejitve in možnosti razvoja radijskih komunikacij v stacionarnih in mobilnih omrežjih.
- MIMO omogoča mnogo bolj učinkovito izkoriščanje razpoložljivega spektra in omogoča novo zasnovano celičnega omrežja. Cilj je doseči prenos 1 Gb/s.
- MIMO omogoča tudi odpornost na presih, kakovostnejši prenos in razširjeno področje pokrivanja terekonomično delovanje.
- MIMO je standardiziran in predviden za uporabo v sistemih LTE, WiMax, WiFi in drugje. MIMO bo vplival na razvoj radiokomunikacij v prihodnjih desetletjih.
- **Kaj naj bi sledilo ??**: Mnogo-uporabniški MU-MIMO, celični MIMO, kooperativni MIMO, kognitivni MIMO, oportunistične komun., UWB MIMO, optični MIMO...

Sklep v sliki – troedini MIMO

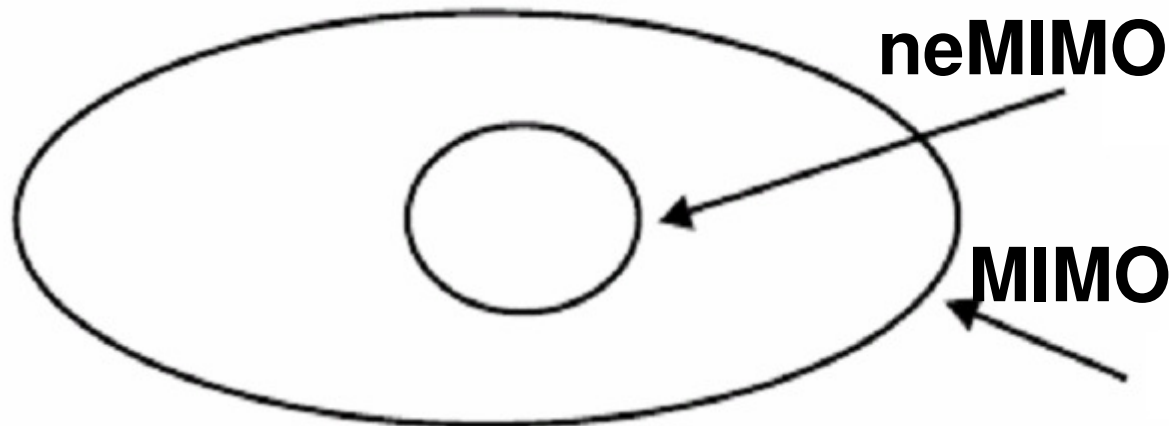
Kapaciteta



Kvaliteta



Doseg in pokrivanje



Toda: MIMO ne more hkrati združevati vseh treh odlik !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

MIMO frekvenčni izkoristek (za spomin) ¹⁵³

Shannon: $C = \log_2(1 + \text{SNR})$ [b/s/Hz]

MIMO Mux:

$$C = K \log_2(1 + \text{SNR} * N / K) \text{ [b/s/Hz]}$$

$$M = N \Rightarrow C = N \log_2(1 + \text{SNR}) \text{ [b/s/Hz]}$$

$$K = \min(M, N)$$

MIMO raznolikost:

$$C = \log_2(1 + \text{SNR} * M * N) \text{ [b/s/Hz]}$$

M ... število oddajnikov

N ... število sprejemnikov

Dodatek: MATRIKE

Matrike, nekaj definicij in lastnosti

Definicije:

- Transponirana matrika \mathbf{A}^T : zamenjava vrstic in stolpcev
- Inverzna matrika \mathbf{A}^{-1} : $\mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{I}$
- Hermitova matrika $\mathbf{A}^H = \mathbf{A}^{*T}$

Lastnosti:

- Unitarnost: $\mathbf{A}^H \mathbf{A} = \mathbf{I}$ ali $\mathbf{A}^H = \mathbf{A}^{-1}$
- Ortonormalnost matrike: $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^{-1}$

Primer: lastne vrednosti

Definicija: Lastne vrednosti so skalarni koeficienti lastnih vektorjev

Računanje $\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad A - \lambda I = \begin{bmatrix} 3 - \lambda & 2 \\ 1 & 2 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A - \lambda I) = (3 - \lambda)(2 - \lambda) - 2 * 1 = \lambda^2 - 5\lambda + 4$$

$$\lambda^2 - 5\lambda + 4 = 0$$

$$(\lambda - 4)(\lambda - 1) = 0$$

$$\lambda_1 = 4 \quad \lambda_2 = 1$$

Primer: lastni vektorji

Definicija: Lastni vektorji so taki vektorji, ki po množenju z matrkó **A** ne spremenijo smeri, le velikost

$$(A - \lambda I)x = 0 \text{ for } \lambda = 4$$

$$(A - 4I)x = 0$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$-x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_1 - 2x_2 = 0$$

$$x_1 = 2x_2 \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$(A - \lambda I)x = 0 \text{ for } \lambda = 1$$

$$(A - I)x = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

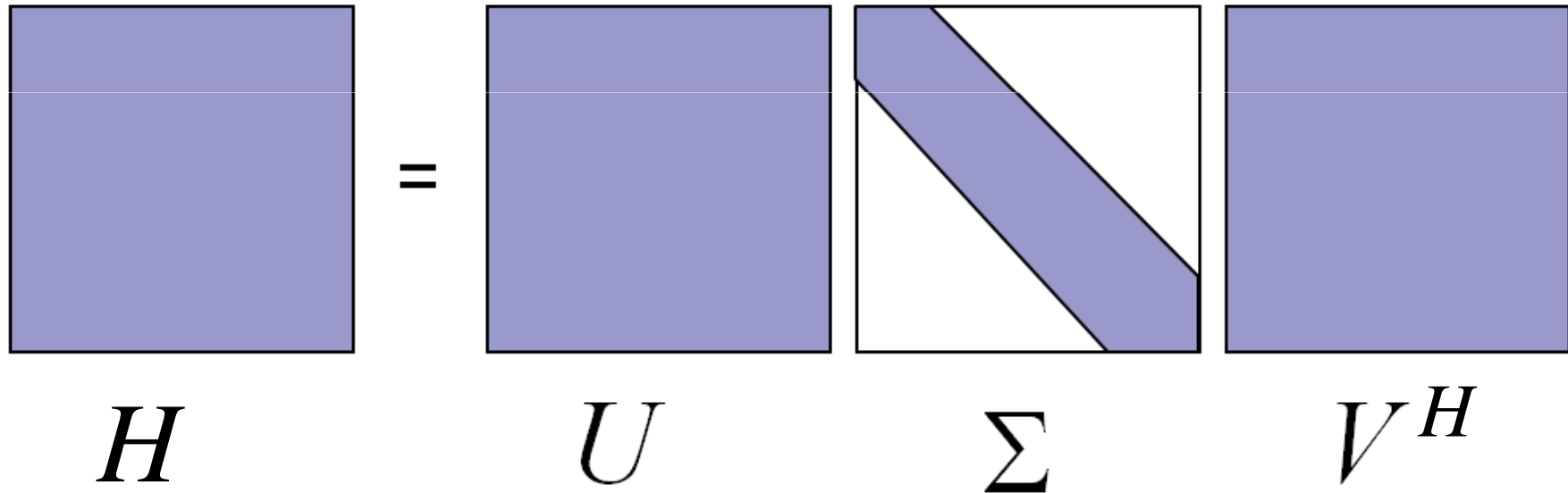
$$2x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 0$$

$$x_1 = -x_2 \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Singularna dekompozicija

$$H = U \Sigma V^H$$



Lastne vrednosti, lastni vektorji

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$$

$$\mathbf{H}^k\mathbf{x} = \lambda^k\mathbf{x}, \quad \mathbf{H}^{-1}\mathbf{x} = \lambda^{-1}\mathbf{x}, \quad c\mathbf{H}\mathbf{x} = c\lambda\mathbf{x}$$

$$\sum \lambda_i = \text{sled}(\mathbf{H}), \quad i = 1, \dots, n$$

$$\prod \lambda_i = \text{det}(\mathbf{H}), \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sigma_i = \text{sqr}(\lambda_i)$$

Singular Value Decomposition

For an $m \times n$ matrix \mathbf{A} of rank r there exists a factorization (Singular Value Decomposition = **SVD**) as follows:

$$A = U \Sigma V^T$$

$m \times m$

$m \times n$

V is $n \times n$

The columns of \mathbf{U} are orthogonal eigenvectors of $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$.

The columns of \mathbf{V} are orthogonal eigenvectors of $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$.

Eigenvalues $\lambda_1 \dots \lambda_r$ of $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ are the eigenvalues of $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$.

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$$

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1 \dots \sigma_r)$$

Singular values.

SVD for MIMO Channels

MIMO (vector) channel:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w},$$

SVD: $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*$

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{n_{\min}} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^*,$$

i.e., the sum of rank-one matrices $\lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^*$'s.
Rank of H is the number of non-zero singular values

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^* = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Lambda}^t\mathbf{U}^*,$$

$$\mathbf{H}^*\mathbf{H} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^t\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*$$

Change of variables:

$$\tilde{\mathbf{x}} := \mathbf{V}^*\mathbf{x},$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^*\mathbf{y},$$

$$\tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{U}^*\mathbf{w},$$

\Rightarrow

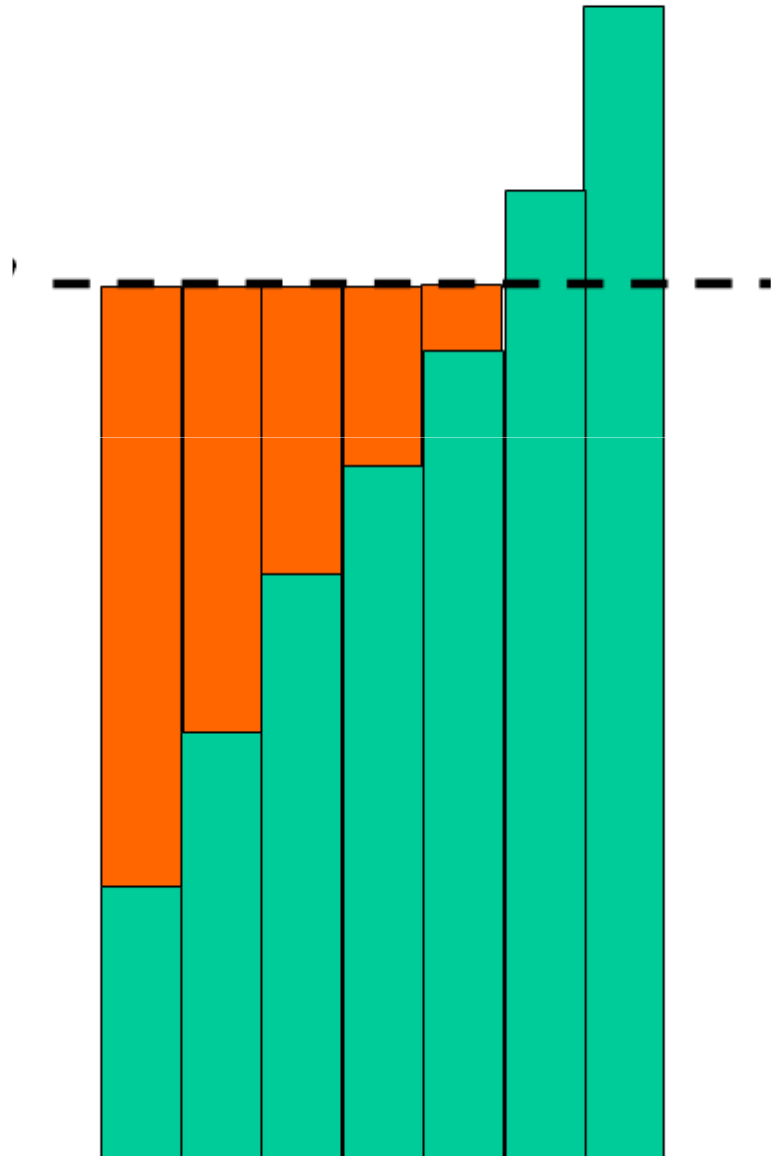
Transformed MIMO channel:

Diagonalized!

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{\Lambda}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{w}},$$

$$r = \lim_{SNR \rightarrow \infty} \frac{C(SNR)}{\log(SNR)}$$

Illustration of waterfilling algorithm

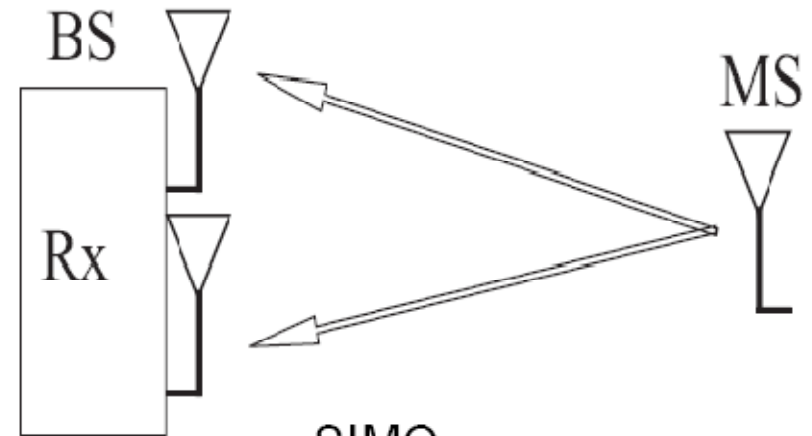


$$E_k = \left(v - \frac{1}{\lambda_k} \right)^+$$

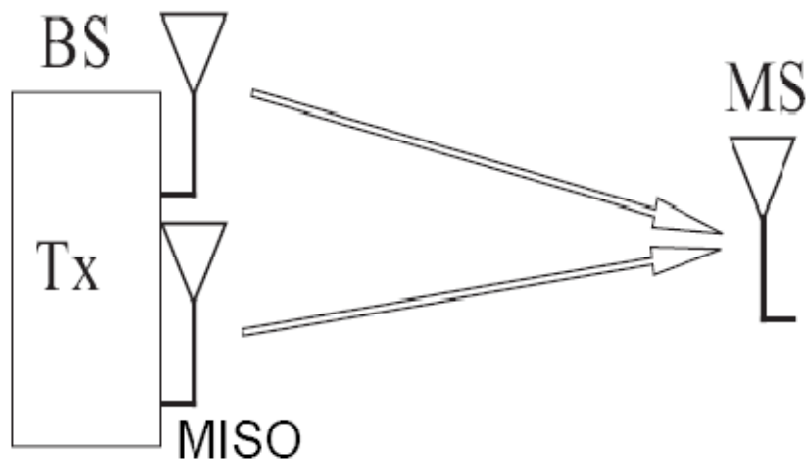
$$\lambda_k = \frac{|\mathbf{u}_k|^2}{\sigma^2}$$



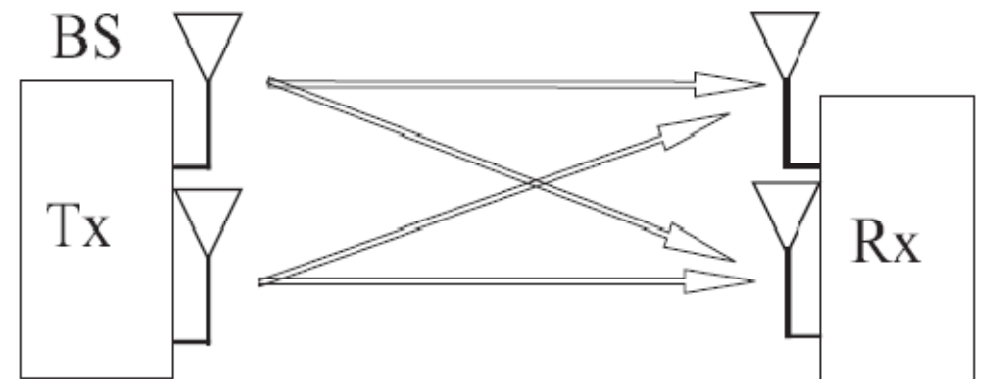
SISO
(Single-Input-Single-Output)



SIMO
(Single-Input-Multiple-Output)

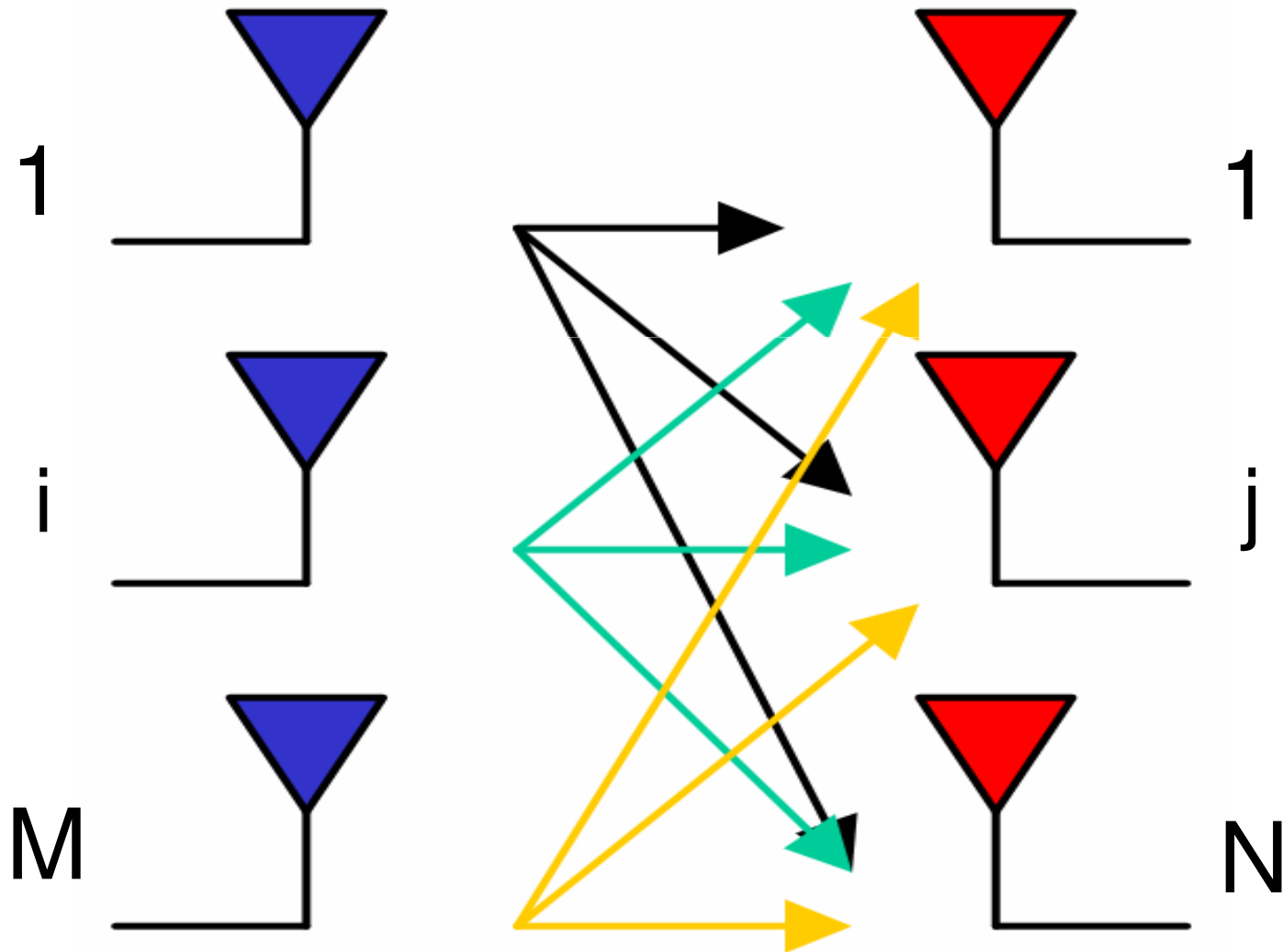


MISO



MIMO

Prostorsko multipleksiranje



Expressions for the Shannon capacity

$$\begin{aligned} C &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{E_x}{\sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right] = \\ &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{P_T}{M \sigma^2} g^2 \overline{\mathbf{H} \mathbf{H}^H} \right) \right] = \\ &= \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{M} \overline{\mathbf{H} \mathbf{H}^H} \right) \right] \end{aligned}$$

$$C = \sum_{i=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{E_k}{\sigma^2} |u_k|^2 \right) \quad \text{K: rank of } \mathbf{H}, u_i \text{ eigenvalues of } \overline{\mathbf{H} \mathbf{H}^H}$$