

14. Uklon valovanja

Dimni signali Indijancev so vsekakor zvrst brezvrvične zveze, ki uporablja elektromagnetno valovanje. Majhno zmogljivost zveze z dimnimi signali se da izboljšati z uporabo učinkovitejših svetlobnih oddajnikov in sprejemnikov. Žal niti slednji ne morejo premagati ovir $h \gg \lambda$, ki so dosti večje od valovne dolžine svetlobe. Omejitev ni v tehnični izvedbi oddajnikov in sprejemnikov, pač pa v izredno majhni valovni dolžini vidne in bližnje infrardeče svetlobe $\lambda \approx 1 \mu\text{m}$.

Rešitev je v uporabi večjih valovnih dolžin. Preprost primer z zvokom kot valovanjem, za oviro (zgradbo) slišimo predvsem nizke tone bučne glasbe. Opisani fizikalni pojav imenujemo uklon valovanja (angleško: wave diffraction). Uklon zvočnega valovanja na oviri torej manj slabi večje valovne dolžine. Uklonski pojavi za vzdolžna valovanja se kaj dosti ne razlikujejo od uklonskih pojavov za prečna valovanja.

Uklon vidne svetlobe je vsepovsod prisoten pojav, ki ga ne opazimo, ker ga naši možgani namenoma izločijo. Opisano lastnost obdelave slik v naših možganih spretno izkoriščajo algoritmi za izgubno kompresijo slik JPEG in podobni, ki količino podatkov v sliki skrčijo na tak način, da so odstopanja od izvirnika podobna uklonskim pojavom, torej slabo vidna. JPEG kompresija je silno učinkovita na sliki, ki je že doživela uklonske pojave, na primer pri potovanju skozi objektiv fotoaparata. Obratno JPEG kompresija ustvari celo vrsto "uklonskih" artefaktov na računalniški risbi!

Uklonski pojavi svetlobe žal ne morejo premagati ovir običajnih oblik in izmer. Radio uporablja elektromagnetno valovanje, ki ima za približno šest velikostnih razredov večjo valovno dolžino od vidne svetlobe. S pomočjo uklonskih pojavov lahko radio premaga bistveno večje ovire od svetlobe.

Prva naloga je ugotoviti, koliko prostora sploh potrebuje radijsko ali drugačno valovanje na poti od oddajnika do sprejemnika. Oddajnik lahko sicer seva v vse smeri, vendar sprejemnik dobi le majhen del oddane moči valovanja. Na zveznico v osi z med oddajnikom in sprejemnikom postavimo prečno oviro, neskončno velik neprosojen zaslon v ravnini xy , v katerem je prisotna majhna odprtina $\Delta A \ll \lambda^2$, ki se obnaša kot Huygensov izvor:

Neusmerjen oddajnik

$$E = \alpha I \frac{e^{-jkr}}{r}$$

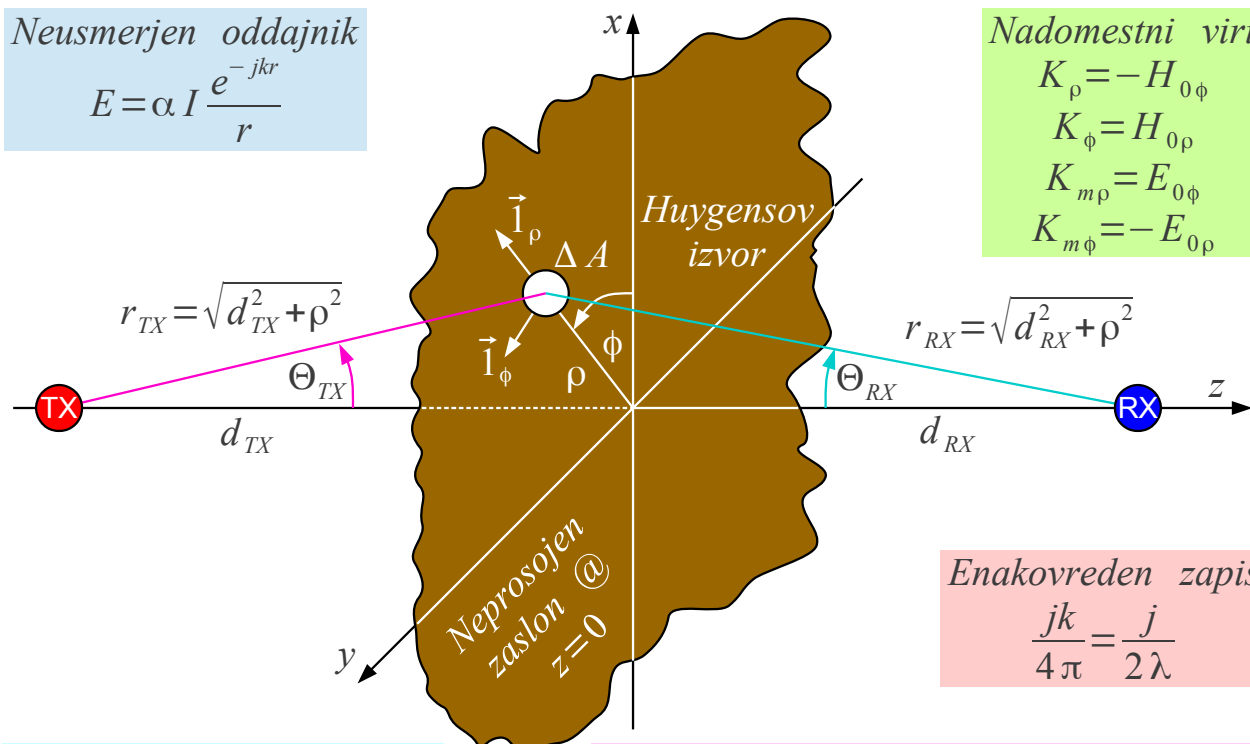
Nadomestni viri

$$K_\rho = -H_{0\phi}$$

$$K_\phi = H_{0\rho}$$

$$K_{m\rho} = E_{0\phi}$$

$$K_{m\phi} = -E_{0\rho}$$



Enakovreden zapis

$$\frac{jk}{4\pi} = \frac{j}{2\lambda}$$

Odpirtina

$$E_{0\rho} = \alpha I_\rho \frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}} \cos \Theta_{TX}$$

$$E_{0\phi} = \alpha I_\phi \frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}}$$

$$H_{0\rho} = -\frac{\alpha}{Z_0} I_\phi \frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}} \cos \Theta_{TX}$$

$$H_{0\phi} = \frac{\alpha}{Z_0} I_\rho \frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}}$$

Neusmerjen sprejemnik

$$E_\rho = \frac{jk}{4\pi} (-K_\rho Z_0 \cos \Theta_{RX} - K_{m\phi}) \Delta A \frac{e^{-jkr_{RX}}}{r_{RX}}$$

$$E_\phi = \frac{jk}{4\pi} (-K_\phi Z_0 + K_{m\rho} \cos \Theta_{RX}) \Delta A \frac{e^{-jkr_{RX}}}{r_{RX}}$$

Rezultat je neodvisen od polarizacije:

$$E = \frac{jk}{4\pi} \alpha I \Delta A \frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}} \frac{e^{-jkr_{RX}}}{r_{RX}} (\cos \Theta_{TX} + \cos \Theta_{RX})$$

Uklon valovanja na Huygensovemu izvoru

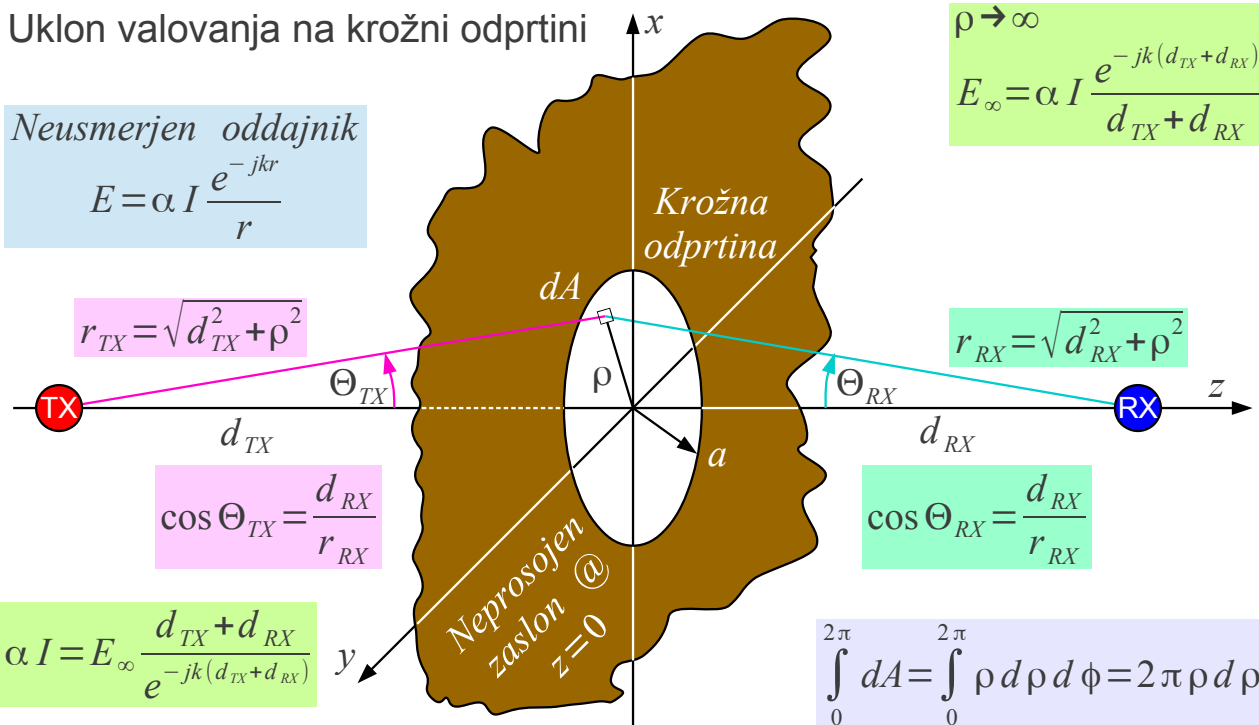
Uklon valovanja na krožni odprtini

Neusmerjen oddajnik

$$E = \alpha I \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$\rho \rightarrow \infty$

$$E_{\infty} = \alpha I \frac{e^{-jk(d_{TX} + d_{RX})}}{d_{TX} + d_{RX}}$$



$$r_{TX} = \sqrt{d_{TX}^2 + \rho^2}$$

$$\cos \Theta_{TX} = \frac{d_{RX}}{r_{RX}}$$

$$r_{RX} = \sqrt{d_{RX}^2 + \rho^2}$$

$$\cos \Theta_{RX} = \frac{d_{RX}}{r_{RX}}$$

$$\alpha I = E_{\infty} \frac{d_{TX} + d_{RX}}{e^{-jk(d_{TX} + d_{RX})}}$$

$$\int_0^{2\pi} dA = \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\phi = 2\pi \rho d\rho$$

$$E = E_{\infty} \frac{jk}{4\pi} \frac{d_{TX} + d_{RX}}{e^{-jk(d_{TX} + d_{RX})}} \iint \frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}} \frac{e^{-jkr_{RX}}}{r_{RX}} (\cos \Theta_{TX} + \cos \Theta_{RX}) dA$$

$$E = E_{\infty} jk \frac{d_{TX} + d_{RX}}{e^{-jk(d_{TX} + d_{RX})}} \int_0^a \frac{e^{-jk(r_{TX} + r_{RX})}}{r_{TX} r_{RX}} \frac{\cos \Theta_{TX} + \cos \Theta_{RX}}{2} \rho d\rho$$

Približek uklona krožni odprtini

$$\rho \ll d_{TX}, d_{RX} \rightarrow E \approx E_{\infty} jk \frac{d_{TX} + d_{RX}}{2 d_{TX} d_{RX}} \int_0^{a^2} e^{-jk \frac{d_{TX} + d_{RX}}{2 d_{TX} d_{RX}} \rho^2} d\rho^2$$

Neposredni žarek

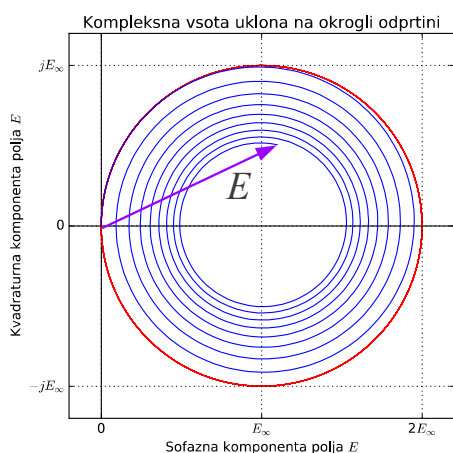
Uklon na robu odprtine

$$E \approx E_{\infty} \left[1 - e^{-jk \frac{d_{TX} + d_{RX}}{2 d_{TX} d_{RX}} a^2} \right]$$

Zgled $\lambda = 10\text{cm}$
 $d_{TX} = 1\text{m}$ $d_{RX} = 1\text{m}$

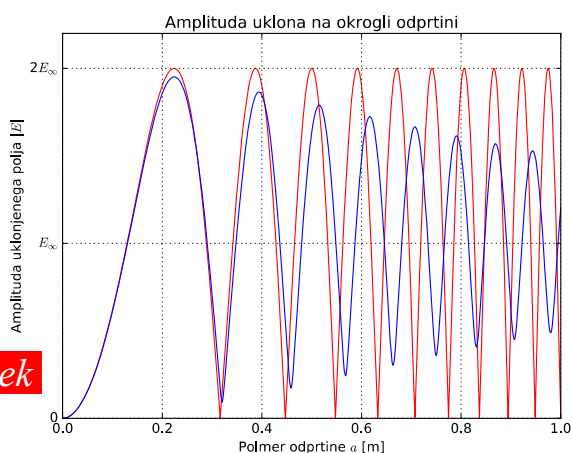
$$\begin{aligned} \cos \Theta_{TX} &\approx 1 \approx \cos \Theta_{RX} \\ \frac{1}{r_{TX} r_{RX}} &\approx \frac{1}{d_{RX} d_{TX}} \\ e^{-jkr_{TX}} &\approx e^{-jkd_{TX}} e^{-\frac{jk\rho^2}{2d_{TX}}} \\ e^{-jkr_{RX}} &\approx e^{-jkd_{RX}} e^{-\frac{jk\rho^2}{2d_{RX}}} \end{aligned}$$

$$|E| \approx 2 \left| E_{\infty} \sin \left(k \frac{d_{TX} + d_{RX}}{4 d_{TX} d_{RX}} a^2 \right) \right|$$

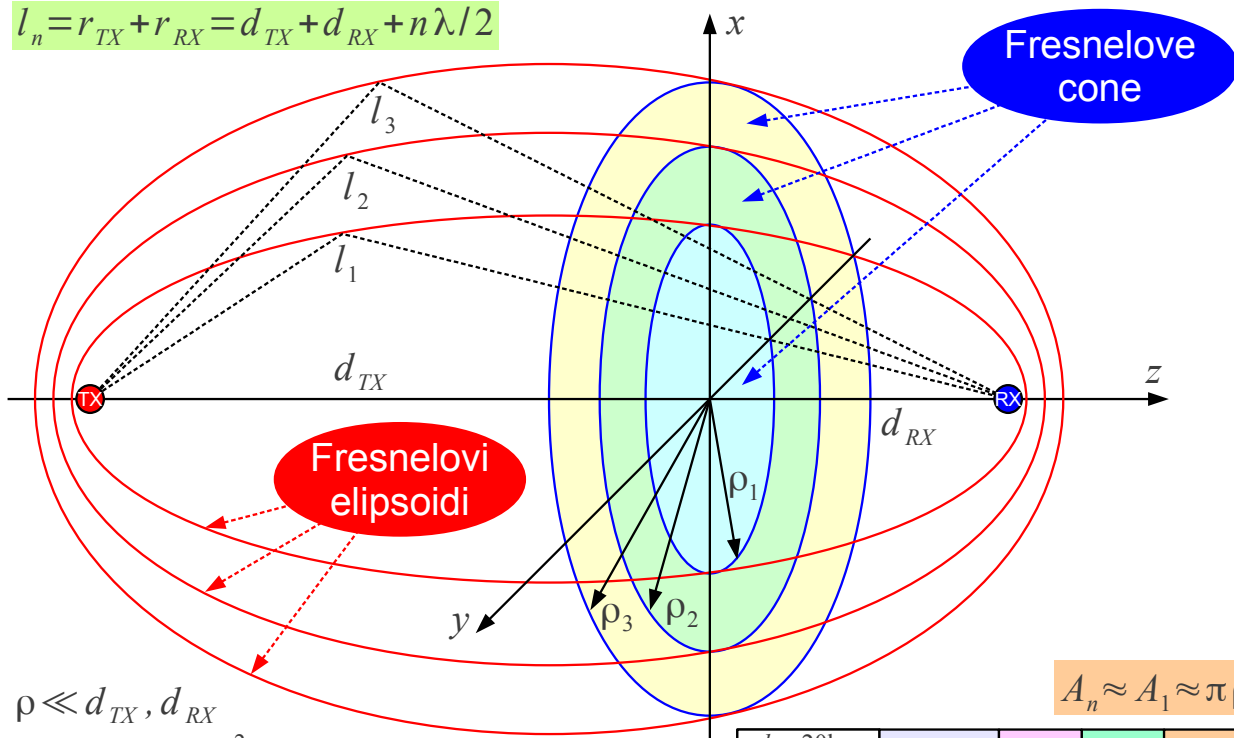


Točno

Približek



$$l_n = r_{TX} + r_{RX} = d_{TX} + d_{RX} + n\lambda/2$$



$$\rho \ll d_{TX}, d_{RX}$$

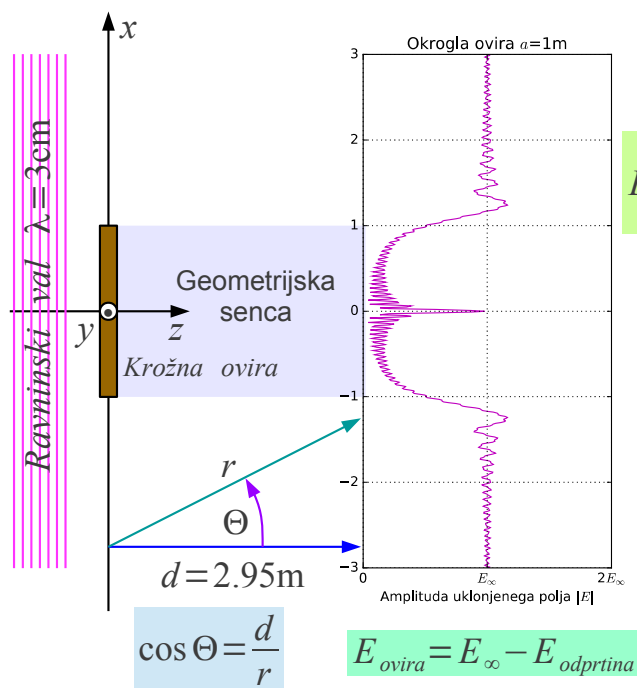
$$r_{TX} \approx d_{TX} + \frac{\rho^2}{2d_{TX}}$$

$$r_{RX} \approx d_{RX} + \frac{\rho^2}{2d_{RX}}$$

$$\rho_n \approx \sqrt{n\lambda \frac{d_{TX} d_{RX}}{d_{TX} + d_{RX}}}$$

$$A_n \approx A_1 \approx \pi \rho_1^2$$

$d_{TX}=20\text{km}$ $d_{RX}=10\text{km}$	f	λ	ρ_1	A_1
Radio	100MHz	3m	141m	62831m ²
Mikrovalovi	10GHz	3cm	14.1m	628m ²
Svetloba	600THz	0.5μm	5.8cm	0.0105m ²

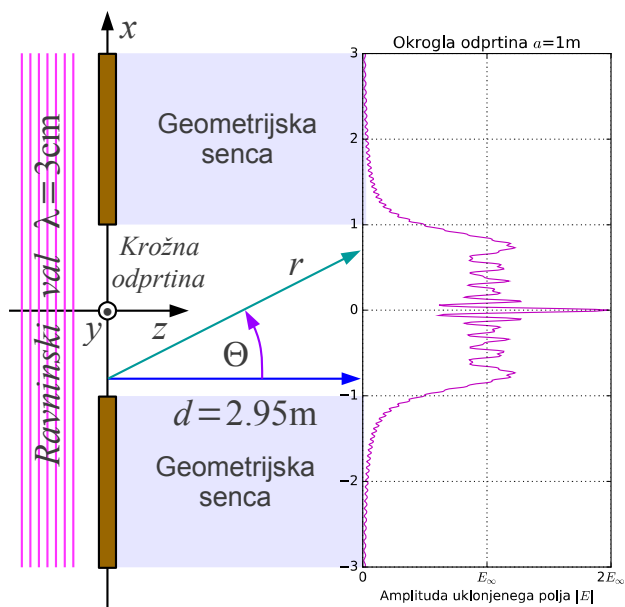


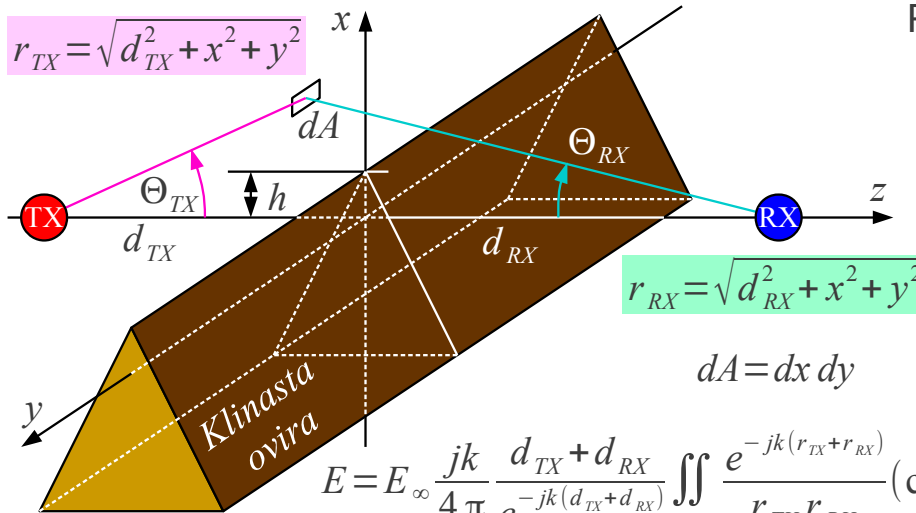
$$E_{\text{ovira}} = E_{\infty} \frac{jk e^{jkd}}{4\pi} \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \left(1 + \frac{d}{r}\right) \rho d\rho d\phi$$

Aragova pika

$$r = \sqrt{(\rho \cos \phi - x)^2 + (\rho \sin \phi)^2 + d^2}$$

$$E_{\text{odprtina}} = E_{\infty} \frac{jk e^{jkd}}{4\pi} \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \left(1 + \frac{d}{r}\right) \rho d\rho d\phi$$





Prečna klinasta ovira

$$x, y \ll d_{TX}, d_{RX}$$

$$\cos \Theta_{TX} \approx 1 \approx \cos \Theta_{RX}$$

$$\frac{1}{r_{TX} r_{RX}} \approx \frac{1}{d_{RX} d_{TX}}$$

$$r_i \approx d_i + \frac{x^2 + y^2}{2d_i}$$

$$r_{RX} = \sqrt{d_{RX}^2 + x^2 + y^2}$$

$$dA = dx dy$$

$$E = E_{\infty} \frac{jk}{4\pi} \frac{d_{TX} + d_{RX}}{e^{-jk(d_{TX} + d_{RX})}} \iint \frac{e^{-jk(r_{TX} + r_{RX})}}{r_{TX} r_{RX}} (\cos \Theta_{TX} + \cos \Theta_{RX}) dx dy$$

$$e^{-jk(r_{TX} + r_{RX})} \approx e^{-jk(d_{TX} + d_{RX})} e^{-jk \frac{d_{TX} + d_{RX}}{2d_{TX}d_{RX}}(x^2 + y^2)} \approx e^{-jk(d_{TX} + d_{RX})} e^{-j\pi \frac{x^2 + y^2}{\rho_1^2}}$$

$$\frac{2\pi}{k} \frac{d_{TX} d_{RX}}{d_{TX} + d_{RX}} \approx \rho_1^2$$

$$E = E_{\infty} \frac{j}{\rho_1} \int_h^{\infty} e^{-j\pi \frac{x^2}{\rho_1^2}} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\pi \frac{y^2}{\rho_1^2}} dy$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} x \\ v &= \frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} y \end{aligned}$$

$$E = E_{\infty} \frac{j}{\pi} \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} h}^{\infty} e^{-ju^2} du \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jv^2} dv$$

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jv^2} dv \right]^2 = -j\pi \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jv^2} dv = (1-j) \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$E = E_{\infty} \frac{1+j}{\sqrt{2}\pi} \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} h}^{\infty} e^{-ju^2} du$$

Eulerjeva ali
Cornujeva
spiral

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ju^2} du =$$

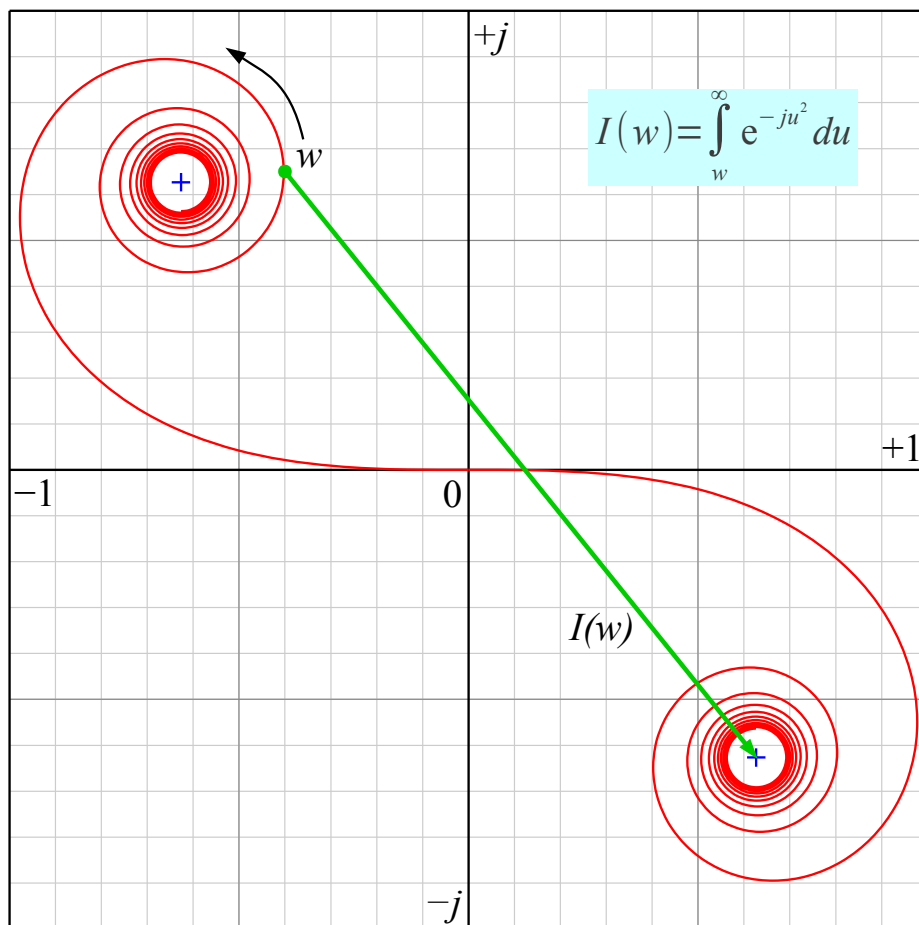
$$= (1-j) \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_{-\infty}^0 e^{-ju^2} du =$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-ju^2} du =$$

$$= (1-j) \sqrt{\frac{\pi}{8}}$$

Klotoida



$$E = E_{\infty} \frac{1+j}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} h}^{\infty} e^{-ju^2} du$$

$$\left| \frac{E}{E_{\infty}} \right| = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left| \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} h}^{\infty} e^{-ju^2} du \right|$$

$$\left| \frac{E}{E_{\infty}} \right|_{MAX} = 1.17 \quad @ \quad h = -0.86 \rho_1$$

$$a_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left| \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} h}^{\infty} e^{-ju^2} du \right| \right)$$

$$h \leq -\rho_1 \rightarrow a_{dB} \approx 0 \text{ dB}$$

$$a_{MAX} = 1.37 \text{ dB} \quad @ \quad h = -0.86 \rho_1$$

$$h = 0 \rightarrow a_{dB} = -6 \text{ dB}$$

$$\text{Približek} \quad h \geq \rho_1 \rightarrow$$

$$a_{dB} \approx -16 \text{ dB} - 20 \text{ dB} \log_{10} \frac{h}{\rho_1}$$

Slabljenje klinaste ovire

