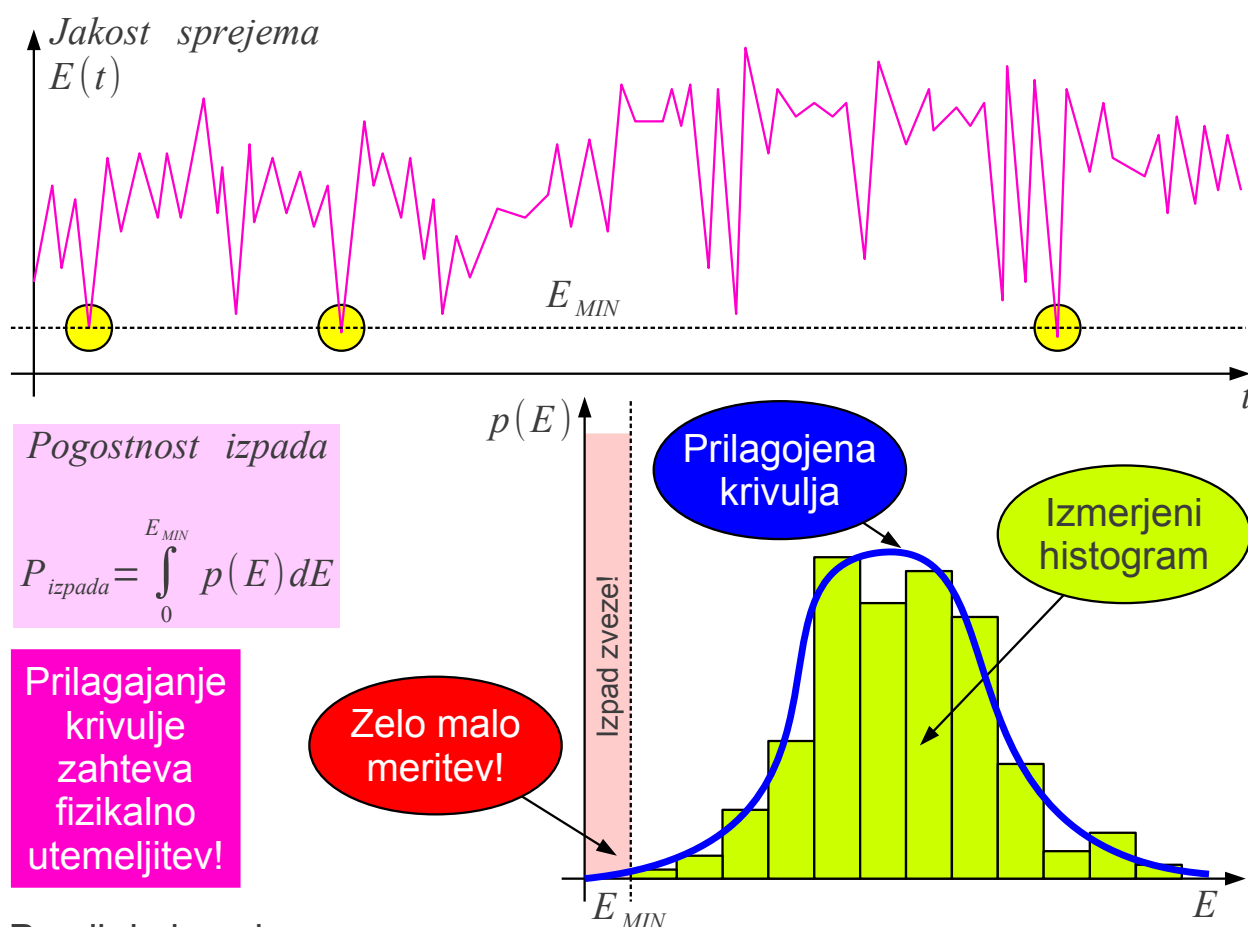


17. Večpotje in presih

V marsikateri radijski zvezi ne moremo preprečiti, da signal oddajnika doseže sprejemnik po več različnih poteh. Prispevki posameznih poti se na mestu sprejemne antene seštevajo kot kazalci. Uničujoča interferenca kazalčne vsote večpotja lahko povzroči presih radijske zveze oziroma popači signal. Večpotje (angleško: multipath) ni edini vzrok presiha radijske zveze. Presih (angleško: fading) lahko povzročijo tudi neskladnost polarizacije, lom na plasti temperaturne inverzije oziroma dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi.

Presih jakosti sprejema $E(t)$ je največkrat naključna funkcija časa. Pri obravnavi presiha običajno namenoma zanemarimo vektorski značaj in fazo električnega polja $E = |\vec{E}_s|$ na mestu sprejema. Radijski sprejemnik se zoperstavlja presihu s samodejnim nastavljanjem ojačanja AGC (angleško: Automatic Gain Control). Ko jakost sprejema upade pod določeno mejo $E < E_{MIN}$, je izpad zveze neizogiben:



Presih in izpad zveze

Napovedovanje pogostnosti izpada zveze ni preprosta naloga. V dobro načrtovani radijski zvezi je izpad zveze zelo redek pojav. Natančno opazovanje izpadov bi zahtevalo nepraktično dolgotrajne meritve.

Iz rezultatov omejenega števila meritev ne moremo neposredno določiti pogostnosti izpada zveze. Rezultate omejenega števila meritev lahko kvečjemu uredimo v histogram gostote pogostnosti $p(E)$ kot funkcija jakosti sprejema. Glede na število meritev moramo skrbno izbrati širino stolpcev histograma: preozki stolpci večajo šum, preširoki stolpci pa slabšajo ločljivost.

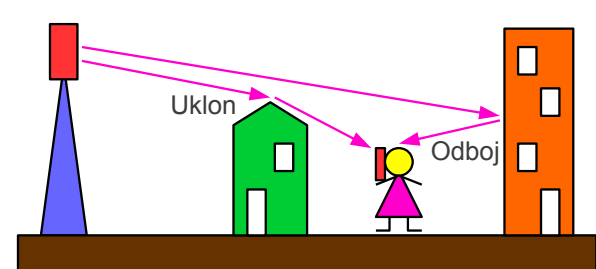
Izmerjenemu histogramu nato prilagodimo matematično krivuljo gostote pogostnosti $p(E)$. Izbrana matematična krivulja mora ustrezati fizikalnim vzrokom presiha opazovane radijske zveze. Pogostnost izpada zveze napovedujemo z integracijo prilagojene krivulje $p(E)$ v območju $0 < E < E_{MIN}$, kjer neposredne meritve dajejo zelo malo rezultatov.

Napoved pogostnosti izpada zveze je torej odvisna od dveh spremenljivk: od rezultatov meritev in od prilagojene matematične krivulje. Z izbiro neustrezne krivulje, ki ni skladna s fizikalnim ozadjem presiha, lahko dobimo za več velikostnih razredov premajhno ali pa preveliko napoved za pogostnost izpada zveze. Fizikalno ozadje presiha določene radijske zveze je smiselno preučiti še pred izvedbo praktičnih meritev, da izberemo primerno število meritev in pogoji meritev zaobjamejo vse značilne dogodke.

Vprašanje presiha se v radijski tehniki najprej pojavi v prvi polovici 20. stoletja v radijskih zvezah preko ionosfere v frekvenčnem področju kratkih valov $3\text{MHz} < f < 30\text{MHz}$. V primerjavi z dnevnimi spremembami dan/noč, 11-letnim ciklom sončnih peg in razmeroma redkimi, nekajdnevnimi izbruhi delcev sončnega vetra vnaša v radijsko zvezo preko ionosfere dosti hitrejši presih interferenca večpotja s periodo v velikostnem razredu nekaj minut. Kot protiukrep hitremu presihu večpotja v ionosferi so bili radijski sprejemniki za frekvenčni pas $3\text{MHz} < f < 30\text{MHz}$ prvi opremljeni s samodejnim nastavljanjem ojačanja AGC.

Na frekvencah pod $f < MUF$ lahko radijski signal doseže sprejemnik po različnih poteh preko različnega števila skokov preko ionosfere in odbojev od površine Zemlje. Polje na mestu sprejemne antene je kazalčna vsota večjega števila prispevkov podobne velikosti. Faza posameznih prispevkov je naključna in se stalno spreminja s spreminjanjem sestave ionosferskih plasti. S spreminjanjem sestave ionosferskih plasti se v frekvenčnem pasu $3\text{MHz} < f < 30\text{MHz}$ razmeroma hitro spreminja tudi Faradayevo sukanje polarizacije, ki je za vsako pot preko ionosfere drugačno.

Velikost kazalčne vsote mnogo naključnih malih kazalcev opisuje Rayleighjeva porazdelitev gostote verjetnosti. Danes najpomembnejši praktični zgled vsote mnogo naključnih malih kazalcev je večpotje v radijski zvezi brez vidljivosti do prenosnega telefona. Ko telefon dosežejo prispevki z vseh strani, se vzorec presiha večpotja ponavlja pri premiku telefona za $\Delta r \geq \lambda/2$. Časovna perioda presiha je običajno manjša od sekunde:



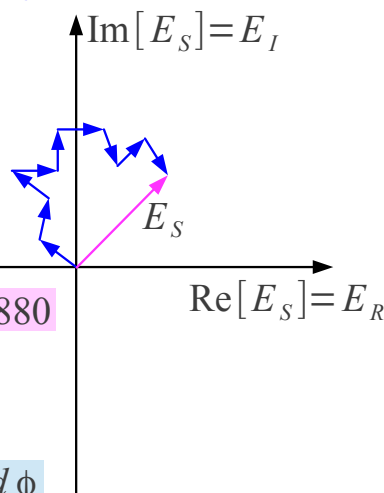
Večpotje brez vidljivosti: Rayleigh ($\langle E^2 \rangle$)
vsota mnogo naključnih malih kazalcev

Gaussova porazdelitev komponent

$$p(E_R) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E_R^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(E_I) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E_I^2}{2\sigma^2}}$$

Lord Rayleigh 1880



$$E_S = E_R + jE_I = E e^{j\phi}$$

$$E = |E_S|$$

$$dE_R dE_I = E dE d\phi$$

$$p(E_R, E_I) = p(E_R) p(E_I) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E_R^2 + E_I^2}{2\sigma^2}} = p(E) p(\phi)$$

$$\langle E^2 \rangle = 2\sigma^2$$

$$p(E) = \int_0^{2\pi} p(E_R, E_I) E d\phi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E^2}{2\sigma^2}} E d\phi = \frac{E}{\sigma^2} e^{-\frac{E^2}{2\sigma^2}} = \frac{2E}{\langle E^2 \rangle} e^{-\frac{E^2}{\langle E^2 \rangle}}$$

Rayleighjeva porazdelitev

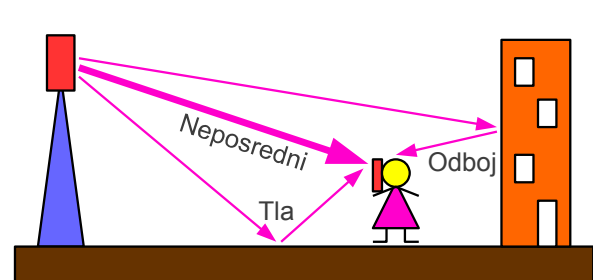
Lord Rayleigh je izpeljal porazdelitev gostote verjetnosti velikosti kazalčne vsote mnogo naključnih malih prispevkov za mehanska valovanja leta 1880. Kazalčno vsoto je razstavil $E_S = E_R + jE_I$ na realno in imaginarno komponento. Za vsako komponento posebej smemo privzeti, da ima Gaussovo (normalno) porazdelitev gostote verjetnosti $p(E_R)$ oziroma $p(E_I)$ s srednjo vrednostjo nič in srednjim kvadratnim odstopanjem σ .

Ker sta komponenti med sabo nekorelirani, je skupna gostota verjetnosti $p(E_R, E_I) = p(E_R) p(E_I)$ preprosto zmnožek obeh gostot verjetnosti. Skupno gostoto verjetnosti je smiselno pretvoriti v funkcijo polarnih koordinat: amplitudo polja E in fazo polja ϕ . V opisani nalogi so vse faze enako verjetne. Gostoto verjetnosti amplitude polja $p(E)$ dobimo z integracijo po vseh možnih fazah $0 \leq \phi < 2\pi$ ob upoštevanju

$$dE_R dE_I = E dE d\phi$$

Rayleighjevo porazdelitev gostote verjetnosti amplitude polja $p(E)$ popolnoma opisuje en sam parameter, srednje kvadratno odstopanje σ , ki je povsem enako za gostoto verjetnosti realne komponente $p(E_R)$ oziroma imaginarne komponente $p(E_I)$. Srednje kvadratno odstopanje je preprosto povezano $2\sigma^2 = \langle E^2 \rangle$ s povprečno vrednostjo kvadrata amplitude sprejemanega polja. Ko se statistika presih podreja Rayleighjevi porazdelitvi, v praksi zadošča meritev ene same veličine, povprečne sprejete moči $\langle P \rangle = \alpha \langle E^2 \rangle$, ki je natančno povezana s povprečno vrednostjo kvadrata amplitude sprejemanega polja.

Zelo pogost primer radijske zveze je večpotje z neposrednim žarkom. Velikemu prispevku neposrednega žarka E_0 se prišteva množica naključnih malih kazalcev najrazličnejših stranskih poti. Statistiko vsote sinusnega nihanja (neposredni žarek) in ozkopasovnega šuma (naključni mali kazalci) je preučil inženir Stephen Oswald Rice v Bell Labs leta 1948:

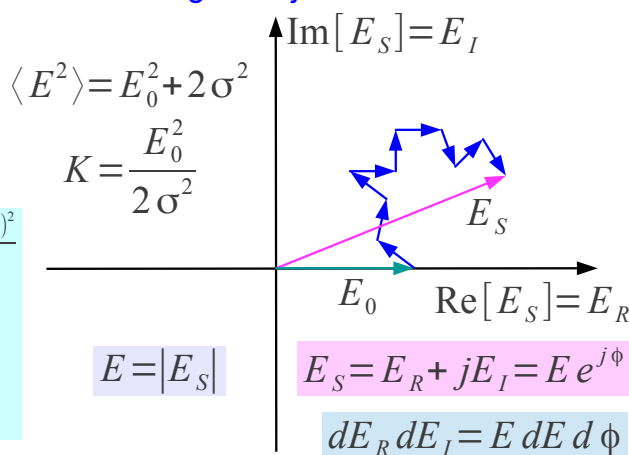


Večpotje z neposrednim žarkom: Rice (E_0, σ)
en velik in mnogo naključnih malih kazalcev

Gaussova porazdelitev komponent

$$p(E_R) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E_R - E_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(E_I) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E_I^2}{2\sigma^2}}$$



$$p(E_R, E_I) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{(E_R - E_0)^2 + E_I^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} e^{\left(\frac{E_R E_0}{\sigma^2}\right)} = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} e^{\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right) \cos \phi}$$

$$p(E) = \int_0^{2\pi} p(E_R, E_I) E d\phi = \frac{E}{\sigma^2} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right)$$

Riceova porazdelitev

Stephen O. Rice 1948

$$\int_0^{2\pi} e^{\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right) \cos \phi} d\phi = 2\pi I_0\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right)$$

Izpeljava Riceove porazdelitve gostote verjetnosti velikosti kazalčne

vsote se poenostavi, ko je prispevek neposrednega žarka E_0 povsem realen. Obe, realna in imaginarna komponenta imata Gaussovo (normalno) porazdelitev $p(E_R)$ oziroma $p(E_I)$ z enakim srednjim odstopanjem σ . Srednja vrednost realne komponente v tem primeru ni enaka nič, pač pa E_0 !

Ker sta realna in imaginarna komponenta tudi v primeru Riceove porazdelitve med sabo nekorelirani, je skupna gostota verjetnosti $p(E_R, E_I) = p(E_R) p(E_I)$ preprosto zmnožek obeh gostot verjetnosti. Skupno gostoto verjetnosti je smiselno pretvoriti v funkcijo polarnih koordinat: amplitudo polja E in fazo polja ϕ . Zaradi velikega prispevka E_0 neposrednega žarka vse faze niso enako verjetne pri Riceovi porazdelitvi. Gostoto verjetnosti amplitude polja $p(E)$ dobimo z integracijo po vseh možnih fazah $0 \leq \phi < 2\pi$, ki v končni rezultat dodaja modificirano Besselovo funkcijo $I_0 = (E_0 E / \sigma^2)$.

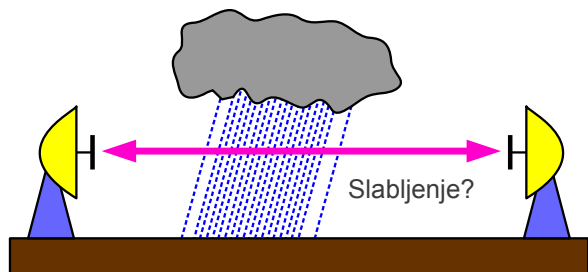
Riceovo porazdelitev gostote verjetnosti amplitude polja $p(E)$ popolnoma opisujeta dva parametra, jakost neposrednega žarka E_0 in srednje kvadratno odstopanje σ , ki je povsem enako za gostoto verjetnosti realne komponente $p(E_R)$ oziroma imaginarne komponente $p(E_I)$. Povprečje sprejete moči $\langle P \rangle = \alpha \langle E^2 \rangle = \alpha (E_0^2 + 2\sigma^2)$ vsebuje vsoto kvadratov obeh. Poleg povprečja sprejete moči moramo v primeru Riceove porazdelitve izmeriti in določiti še faktor oblike $K = E_0^2 / (2\sigma^2)$.

V primeru, ko izgine neposredni žarek $E_0 \rightarrow 0$ oziroma gre faktor oblike $K \rightarrow 0$ proti nič, Riceova porazdelitev zvezno in natančno preide v Rayleighjevo porazdelitev gostote verjetnosti amplitude sprejetega polja.

Interferenca večpotja ni edini vzrok presiha v radijski zvezi. V primeru slabljenja padavin lahko gre radijski signal po eni sami poti od oddajnika do sprejemnika. Dodatno slabljenje padavin celotne zveze je produkt dodatnih slabljenj posameznih odsekov z načeloma različno jakostjo padavin. Statistiko presiha produkta mnogo naključnih prispevkov brez interference večpotja opisuje log-normalna porazdelitev gostote verjetnosti amplitude sprejetega polja.

Izpeljavo log-normalne porazdelitve pripisujejo Francisu Galtonu pri raziskavah na področju genetike v drugi polovici 19. stoletja. Logaritemske merske enote pretvorijo produkt mnogo naključnih prispevkov v vsoto logaritmov istih prispevkov. V primeru radijske zveze je log-normalna porazdelitev preprosto Gaussova (normalna) porazdelitev, kjer vse veličine:

jakost električnega polja $E_{dB} = 20 \log_{10}(E/E_{REF})$, njeno povprečno vrednost $\langle E_{dB} \rangle$ in njeno srednje kvadratno odstopanje σ_{dB} zapišemo v decibelih glede na izbrano referenco E_{REF} :



Vremenski pojavi: log-normalna ($\langle E_{dB} \rangle, \sigma_{dB}$)
 produkt mnogo naključnih prispevkov
 brez interference večpotja

$$p(E_{dB}) = \frac{1}{\sigma_{dB} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E_{dB} - \langle E_{dB} \rangle)^2}{2\sigma_{dB}^2}}$$

Fizikalno utemeljeno?

Francis Galton ~ 1880

$$E_{dB} = 20 \log_{10}\left(\frac{|E_s|}{E_{REF}}\right) = 20 \log_{10}\left(\frac{E}{E_{REF}}\right) = \frac{20}{\ln 10} \ln\left(\frac{E}{E_{REF}}\right)$$

$$\sigma_{dB} = \sqrt{\langle (E_{dB} - \langle E_{dB} \rangle)^2 \rangle}$$

$$p(E_{dB}) dE_{dB} = p(E) dE$$

$$\frac{dE_{dB}}{dE} = \frac{20}{\ln 10} \left(\frac{E_{REF}}{E} \right) \frac{1}{E_{REF}} = \frac{20}{E \ln 10}$$

$$p(E) = p(E_{dB}) \frac{dE_{dB}}{dE} = p(E_{dB}) \frac{20}{E \ln 10} = \frac{20}{E (\ln 10) \sigma_{dB} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left[20 \log_{10}\left(\frac{E}{E_{REF}}\right) - \langle E_{dB} \rangle \right]^2}{2\sigma_{dB}^2}}$$

Log-normalna porazdelitev

Primerjava log-normalne porazdelitve z Rayleighjevo oziroma Riceovo porazdelitvijo ni preprosta zaradi uporabe različnih merskih enot. Ne velja

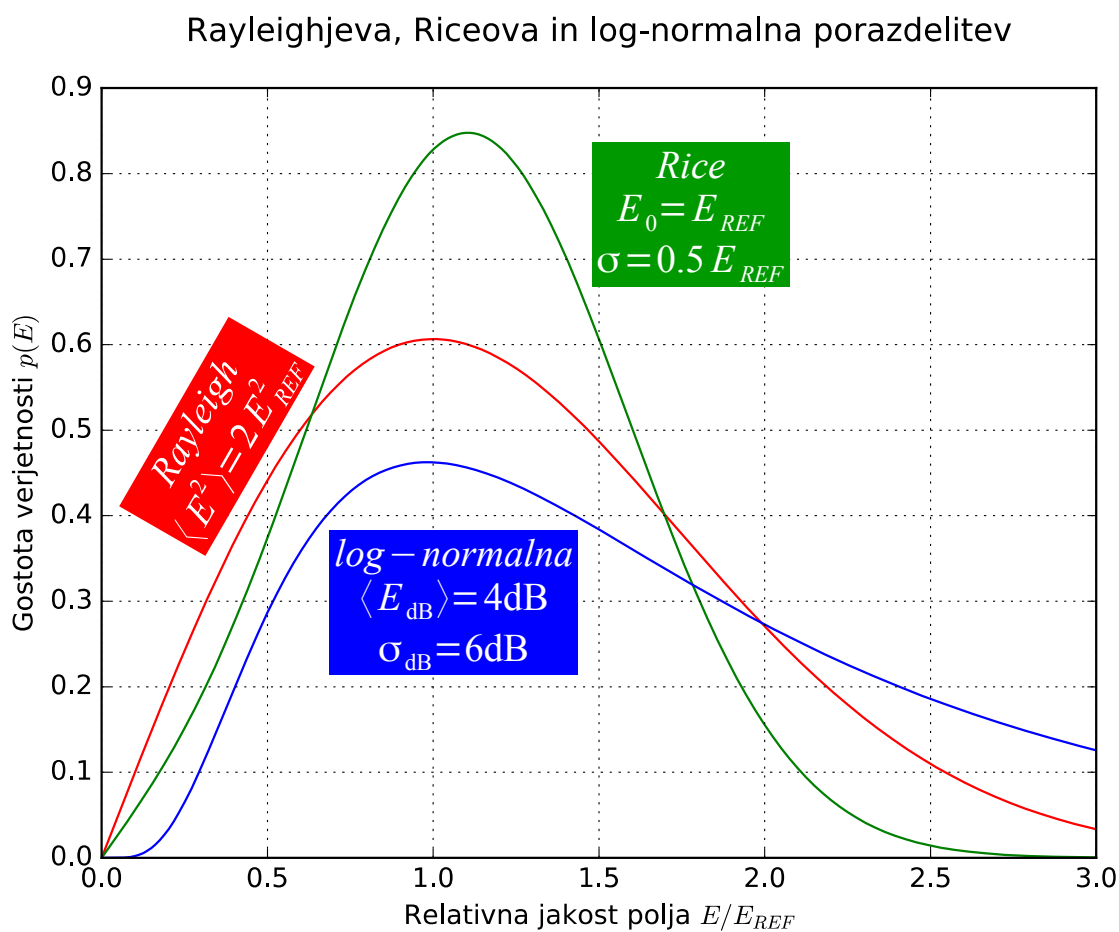
$E_{dB} \neq E$ niti $p(E_{dB}) \neq p(E)$. Pač pa velja $p(E_{dB}) dE_{dB} = p(E) dE$. Faktor pretvorbe med logaritemskimi in linearnimi merskimi enotami je odvod $dE_{dB}/dE = 20/(E \ln 10)$.

V praktičnih meritvah radijskih zvez izgleda log-normalna porazdelitev zelo privlačna, saj večina merilnih sprejemnikov proizvaja rezultat v logaritemskih merskih enotah, iz katerih neposredno izračunamo oba parametra log-normalne porazdelitve $\langle E_{dB} \rangle$ in σ_{dB} . Žal je log-normalna porazdelitev gostote verjetnosti amplitude električnega polja v marsikateri nalogi fizikalno popolnoma neutemeljena. Ko v presihu nastopa interferenca večpotja, daje log-normalna porazdelitev napačne rezultate!

Pri obdelavi rezultatov, ki jih daje merilni sprejemnik, moramo biti zelo previdni. Povprečje logaritmov $\langle \log E \rangle \neq \log \langle E \rangle$ ni enako logaritmu

povprečja. Povprečje kvadratov $\langle E^2 \rangle \neq (\langle E \rangle)^2$ ni enako kvadratu povprečja. Rezultat vsake meritve sprejemnika moramo najprej pretvoriti v ustrezne merske enote: polje, moč (kvadrat polja) ali decibeli in šele nato računati povprečje na način, kot to zahteva fizikalno utemeljena porazdelitev gostote verjetnosti.

Za preprosto primerjavo izrišemo Rayleighjevo, Riceovo in log-normalno porazdelitev s takšnimi parametri, da dobimo tri med sabo čimbolj podobne krivulje:



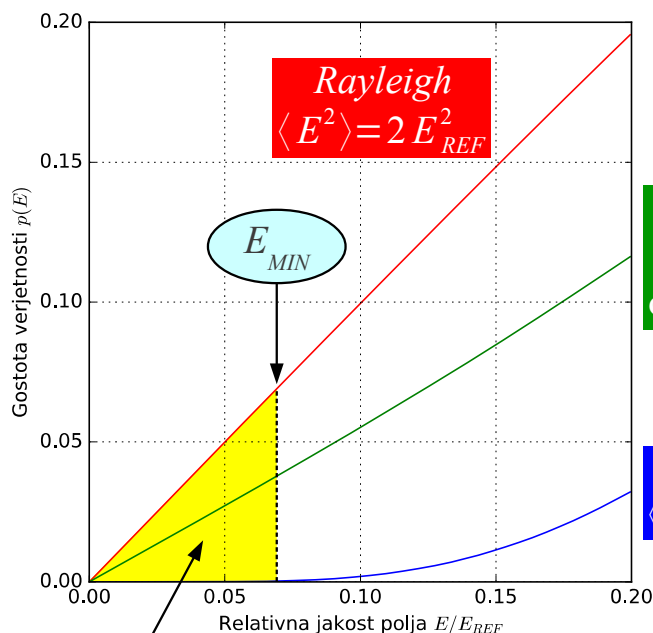
Rayleighjeva porazdelitev je samo poseben primer Riceove porazdelitve, ki ima pri faktorju oblike $K \rightarrow 0$ najširši vrh. Log-normalna porazdelitev daje krivuljo z grbo drugačne oblike. V območju $0 \leq E < \infty$ mora biti površina pod katerokoli krivuljo gostote verjetnosti natančno enaka 1:

$$\int_0^{\infty} p(E) dE = 1$$

Iz znane porazdelitve gostote verjetnosti $p(E)$ amplitude sprejetega polja lahko izračunamo verjetnost izpada zveze, ko jakost sprejema upade

pod $E < E_{MIN}$. Primerjava krivulj varno načrtovane zveze z občutljivim sprejemnikom $E_{MIN} \ll \sqrt{\langle E^2 \rangle}$ pokaže bistvene razlike med Rayleighjevo, Riceovo in log-normalno porazdelitvijo:

Rayleighjeva, Riceova in log-normalna porazdelitev



Pošten račun: Rayleigh

$$P_{izpada} = \int_0^{E_{MIN}} p(E) dE$$

$$P_{izpada} = \int_0^{E_{MIN}} \frac{2E}{\langle E^2 \rangle} e^{-\frac{E^2}{\langle E^2 \rangle}} dE$$

$$P_{izpada} = 1 - e^{-\frac{E_{MIN}^2}{\langle E^2 \rangle}}$$

Rice
 $E_0 = E_{REF}$
 $\sigma = 0.5 E_{REF}$

log-normalna
 $\langle E_{dB} \rangle = 4\text{dB}$ $\sigma_{dB} = 6\text{dB}$

P_{izpada}

$$P = \alpha E^2 \rightarrow dP = \alpha 2 E dE$$

$$P_{izpada} = \int_0^{P_{MIN}} \frac{1}{\langle P \rangle} e^{-\frac{P}{\langle P \rangle}} dP = 1 - e^{-\frac{P_{MIN}}{\langle P \rangle}}$$

$$P_{MIN} \ll \langle P \rangle \rightarrow P_{izpada} \approx \frac{P_{MIN}}{\langle P \rangle}$$

Zgled: mobilni telefon
 $\langle P \rangle = -90\text{dBm} = 1\text{pW}$
 $P_{MIN} = -105\text{dBm} = 0.032\text{pW}$
 $P_{izpada} \approx 0.032 \approx 3\%$

Izračun verjetnosti izpada zveze

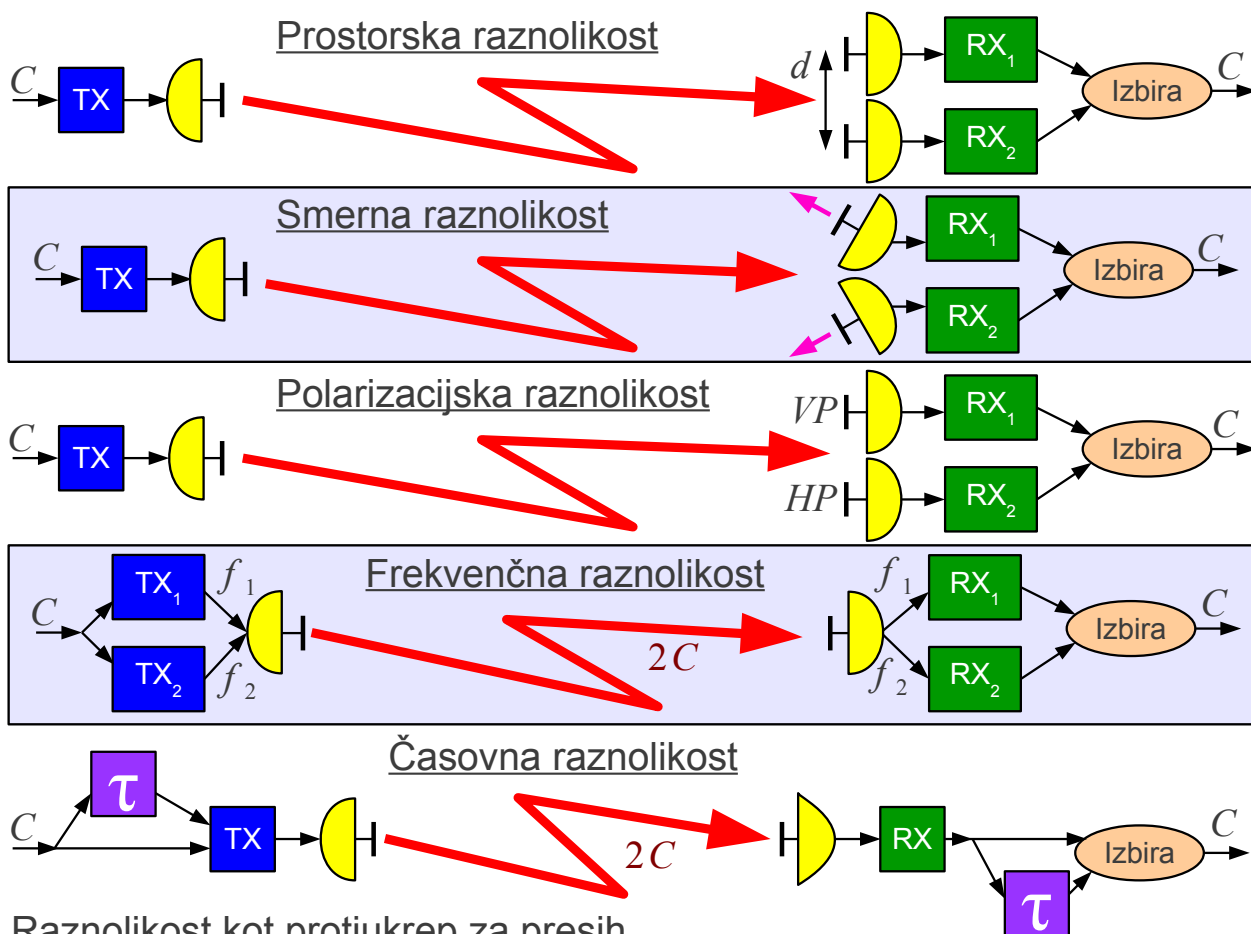
Rayleighjeva porazdelitev daje največjo verjetnost izpada zveze, kar opisuje površina pod krivuljo v območju $0 \leq E < E_{MIN}$. Riceova porazdelitev daje nižjo verjetnost izpada zveze. Log-normalna porazdelitev daje izredno majhno verjetnost izpada zveze. V poštenem računu upoštevamo najslabši možni primer, to je Rayleighjevo porazdelitev gostote verjetnosti.

Pri praktičnem izračunu verjetnosti izpada zveze je smiselno pretvoriti porazdelitev gostote verjetnosti v funkcijo moči sprejetega signala $p(P)$. Edini parameter Rayleighjeve porazdelitve v tem primeru postane povprečna moč sprejema $\langle P \rangle$. Do izpada zveze pride v območju $0 \leq P < P_{MIN}$.

V primeru velike rezerve zveze $P_{MIN} \ll \langle P \rangle$ se verjetnost izpada zveze z Rayleighjevim presihom poenostavi v $P_{izpada} \approx P_{MIN} / \langle P \rangle \ll 1$. Sprejemnik mobilnega telefona dosega občutljivost $P_{MIN} = -105\text{dBm}$. Pri povprečni moči sprejetega signala $\langle P \rangle = -90\text{dBm}$ doseže zveza

sprejemljivo verjetnost izpada $P_{izpada} \approx 3\%$.

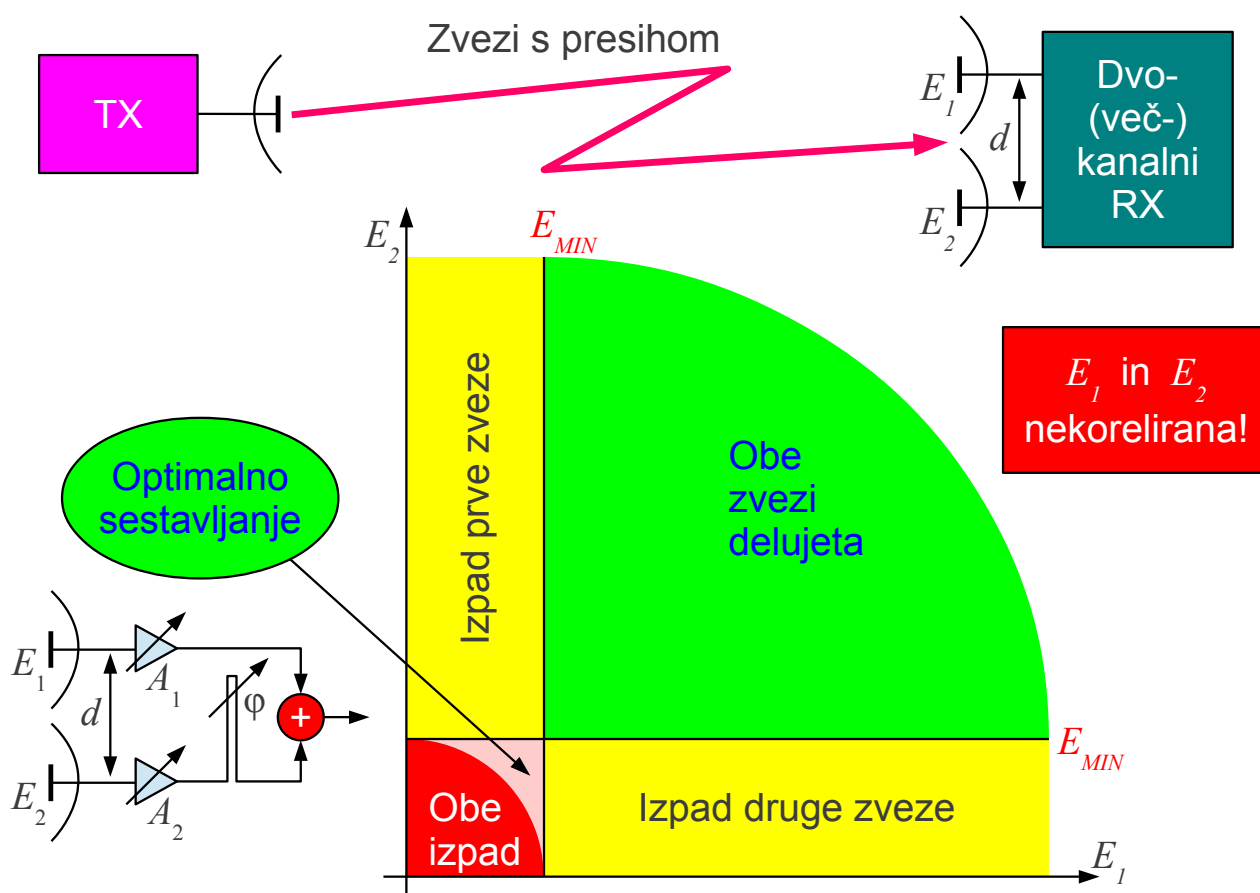
Kakršnokoli dodatno zniževanje verjetnosti izpada zveze v primeru Rayleighjevega presiha zahteva zelo veliko rezervo zveze: velike antene oziroma visoko moč oddajnika. Slednja hkrati pomeni večje motnje drugim udeležencem istega omrežja, kar v skupnem računu ne povečuje zmogljivosti omrežja. Verjetnost izpada zveze lahko zniža raznoliki sprejem, kjer isto informacijo prenašamo po dveh različnih poteh:



Bazne postaje mobilne telefonije so pogosto opremljene z dvema sprejemnima antenama na določeni medsebojni razdalji d (prostorska raznolikost) oziroma s pravokotnima polarizacijama (polarizacijska raznolikost). Smerna raznolikost običajno zahteva večji sprejemni anteni.

V primeru, ko si ne moremo privoščiti več anten, lahko uporabimo frekvenčno raznolikost oziroma časovno raznolikost. Običajno je presih večpotja frekvenčno močno odvisen, učinkovit protiukrep je frekvenčno skakanje. Če se presih časovno spreminja, je smiselno isto sporočilo ponoviti. V obeh primerih frekvenčne oziroma časovne raznolikosti potrebujemo dvakratno zmogljivost radijske zveze $2C$ za prenos istega sporočila z zmogljivostjo C .

V primeru, ko lahko sprejemni anteni namestimo na dovolj veliki medsebojni razdalji d oziroma uporabimo drugačen, enakovreden ukrep, bo sprejem nekoreliran. Skupna verjetnost izpada zveze v tem primeru upade na $P_{izpada} = P_{izpada1} P_{izpada2}$ produkt verjetnosti izpadov posameznih zvez v primeru, da preprosto izbiramo boljšo zvezo. Skupno verjetnost izpada zveze P_{izpada} lahko še nekoliko zmanjšamo z optimalnim sestavljanjem izhodov obeh sprejemnikov, ampak nastavljanje obeh amplitud A_1 in A_2 ter medsebojne faze φ ni preprosta naloga:



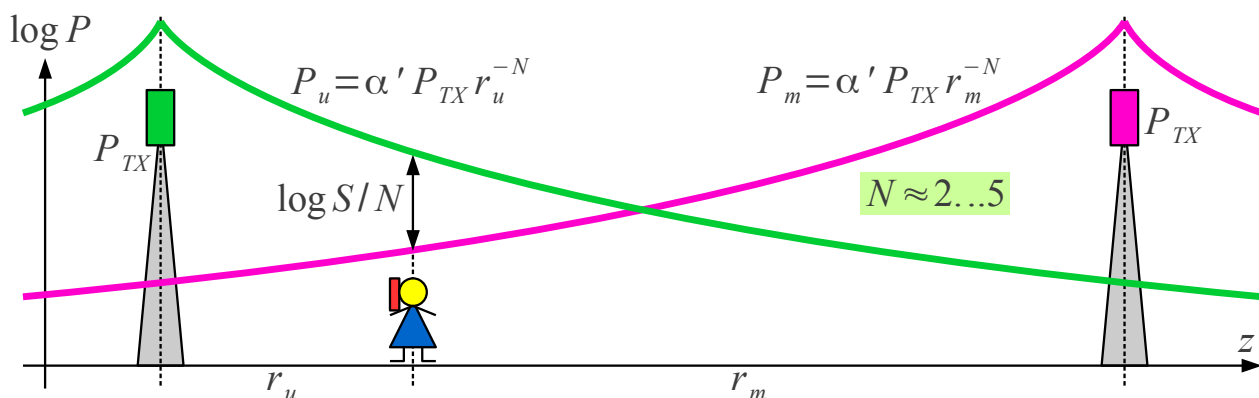
Pogostnost izpada pri nekoreliranem sprejemu

V praksi si običajno ne moremo privoščiti dovolj velike razdalje d med sprejemnima antenama oziroma drugačnega ukrepa, da bi bil presih popolnoma nekoreliran. Skupna verjetnost izpada $P_{izpada} > P_{izpada1} P_{izpada2}$ je v tem primeru večja od produkta verjetnosti izpadov posameznih zvez. V določenih primerih lahko korelacijo presiha med sprejemnima antenama celo izkoristimo. Če poznamo periodo presiha v prostoru, namestimo sprejemni anteni na takšno medsebojno razdaljo d , da minimum sprejema ene antene ustreza maksimumu sprejema druge antene in obratno.

Rezervo presiha zveze moramo upoštevati tudi pri smotni izrabi

radiofrekvenčnega prostora. Zagotovo ni smotrno, da bi en radiofrekvenčni kanal dodelili samo enem oddajniku v celem vesolju. Pač pa je smotrno isti radiofrekvenčni kanal dodeliti še drugim oddajnikom na dovolj veliki razdalji, da ne pride do medsebojnih motenj.

Dodeljevanje radiofrekvenčnih kanalov potrebuje dva podatka: zakonitost upadanja jakosti polja z razdaljo in zahtevano razmerje signal/motnja, ki vsebuje tudi rezervo presiha. Na primer, v mobilni telefoniji upada moč sprejema s četrto potenco $N=4$ razdalje zaradi odboja od ravnih tal. Sprejemnik potrebuje razmerje signal/šum na vходу vsaj $S/N=13\text{dB}$. Presih zahteva rezervo zveze vsaj $\langle P \rangle / P_{\text{MIN}} = 15\text{dB}$ za sprejemljivo verjetnost izpada $P_{\text{izpada}} \approx 3\%$. Skupno razmerje signal/motnja $S/N=28\text{dB}$ zahteva najmanjšo oddaljenost motilca $r_m \geq 5r_u$ petkrat večjo od uporabnega dometa radijske zveze:



Mestno okolje brez vidljivosti

$$3 \leq N \leq 5$$

$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \alpha(\lambda) h_{TX}^2 h_{RX}^2 d^{-N}$$

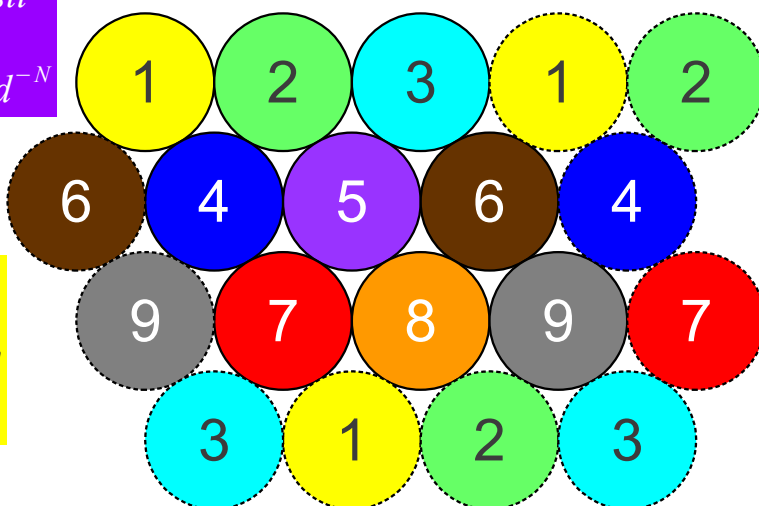
$$S/N = \frac{P_u}{P_m} = \left(\frac{r_m}{r_u} \right)^N$$

Primer: $N=4$

$$S/N = 28\text{dB} = 625$$

z rezervo presiha!

$$r_m = r_u \sqrt[N]{S/N} \approx 5r_u$$



Ponovna uporaba spektra

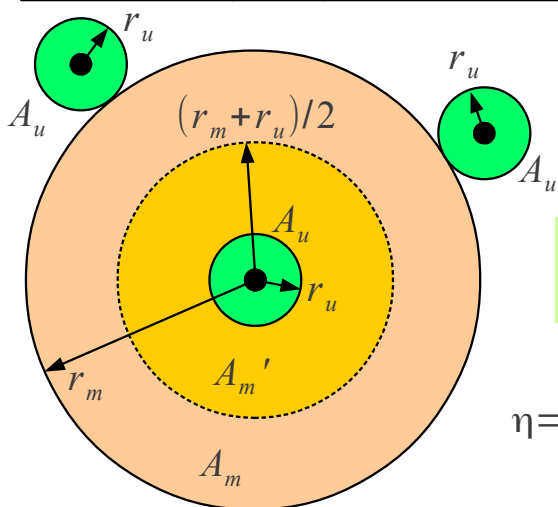
Bazne postaje omrežja mobilne telefonije so razmeščene po površini Zemlje v dveh dimenzijah. Rešitev naloge $r_m \geq 5r_u$ v dveh dimenzijah zahteva 9 radiofrekvenčnih kanalov. Na razdalji $r \approx 6r_u$ lahko v poljubni smeri isti radiofrekvenčni kanal ponovno uporabimo brez prehudih medsebojnih motenj. Kroge pokrivanja posameznih baznih postaj

poenstavimo v šesterokotne celice, od tu angleški izraz "cellular phone".

Izbira kodiranja in modulacije v celičnem omrežju ni preprosta. Shannonov izrek o zmogljivosti zveze pravi, da spektralno učinkovita oddaja z visokim C/B hkrati zahteva visoko razmerje signal/motnja S/N , torej veliko razdaljo ponavljanja radiofrekvenčnega kanala. Smotrna izraba radiofrekvenčnega prostora zahteva največjo zmogljivost na enoto površine Zemlje C/A , kar ne ustreza najvišji spektralni učinkovitosti C/B .

V izogibanju številnim stopnjam prostosti številskega sistema mobilne telefonije si oglejmo preprostejši zgled analognega omrežja mobilne telefonije. Analogna mobilna telefonija lahko uporablja frekvenčno modulacijo (FM) s kanalskim razmakom 50kHz, 25kHz ali 12.5kHz ali pa amplitudno modulacijo z enim samim bočnim pasom brez nosilca (SSB) s kanalskim razmakom 5kHz. V isti košček spektra širine 50kHz lahko namestimo (faktor K_{50}) eno samo zvezo v sistemu FM_{50kHz} , dve zvezi v sistemu FM_{25kHz} , štiri zveze v sistemu $FM_{12.5kHz}$ in kar deset neodvisnih vzporednih zvez v sistemu SSB_{5kHz} :

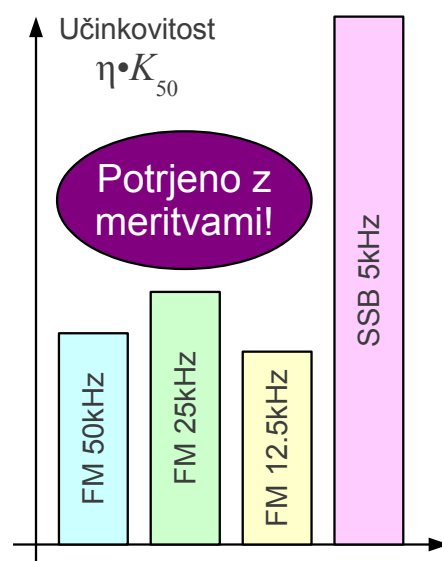
| Modulacija | K_{50} | Koleb Δf | $m = \Delta f / B_u$ | $3m^2$ | r_m / r_u | η | $\eta \cdot K_{50}$ | Ocena |
|------------|----------|--------------------|----------------------|--------|-------------|--------|---------------------|----------|
| FM 50kHz | 1 | $\pm 15kHz$ | 5 | 75 | 1.08 | 0.929 | 0.929 | FM prag? |
| FM 25kHz | 2 | $\pm 6kHz$ | 2 | 12 | 1.70 | 0.549 | 1.098 | Dober! |
| FM 12.5kHz | 4 | $\pm 1.5kHz$ | 0.5 | 0.75 | 3.40 | 0.207 | 0.827 | Slab! |
| SSB 5kHz | 10 | $B_R = B_u = 3kHz$ | | 1 | 3.16 | 0.231 | 2.309 | Presluh? |



Primer:
 $N = 4$
 $S/N = 100$

$$\frac{r_m}{r_u} = \sqrt[3]{\frac{S/N}{3m^2}}$$

$$\eta = \frac{A_u}{A_m'} = \left(\frac{2}{1 + \frac{r_m}{r_u}} \right)^2$$



Izbira učinkovite modulacije

Poleg spektralne učinkovitosti C/B moramo upoštevati še

prostorsko učinkovitost. Oddajnik ima uporaben domet r_u in pokrije z uporabnim signalom površino A_u . Isti oddajnik pokrije na večji razdalji r_m širše področje A_m z motnjami, kjer ni možno uporabljati istega radiofrekvenčnega kanala. Ker je dopuščeno prekrivanje področij z motnjami več enakih sosednjih oddajnikov na istem radiofrekvenčnem kanalu, vsak oddajnik s svojimi motnjami v resnici zaseda samo površino A_m' s polmerom $r_m' = (r_m + r_u)/2$.

Z upoštevanjem medsebojnih motenj pri ponovni uporabi spektra postane slika precej drugačna. Amplitudna modulacija (SSB) je zelo dovzetna za motnje, saj sprejemnik samo frekvenčno prestavi signal brez obdelave. Frekvenčna modulacija (FM) omogoča izboljšanje razmerja signal/šum za faktor $(S/N)_{\text{uporabnik}} = 3m^2 (S/N)_{\text{radio}}$ v sprejemniku, kjer je indeks frekvenčne modulacije $m = \Delta f / B_u$ razmerje med kolebom FM in uporabno pasovno širino (govor $B_u \approx 3\text{kHz}$).

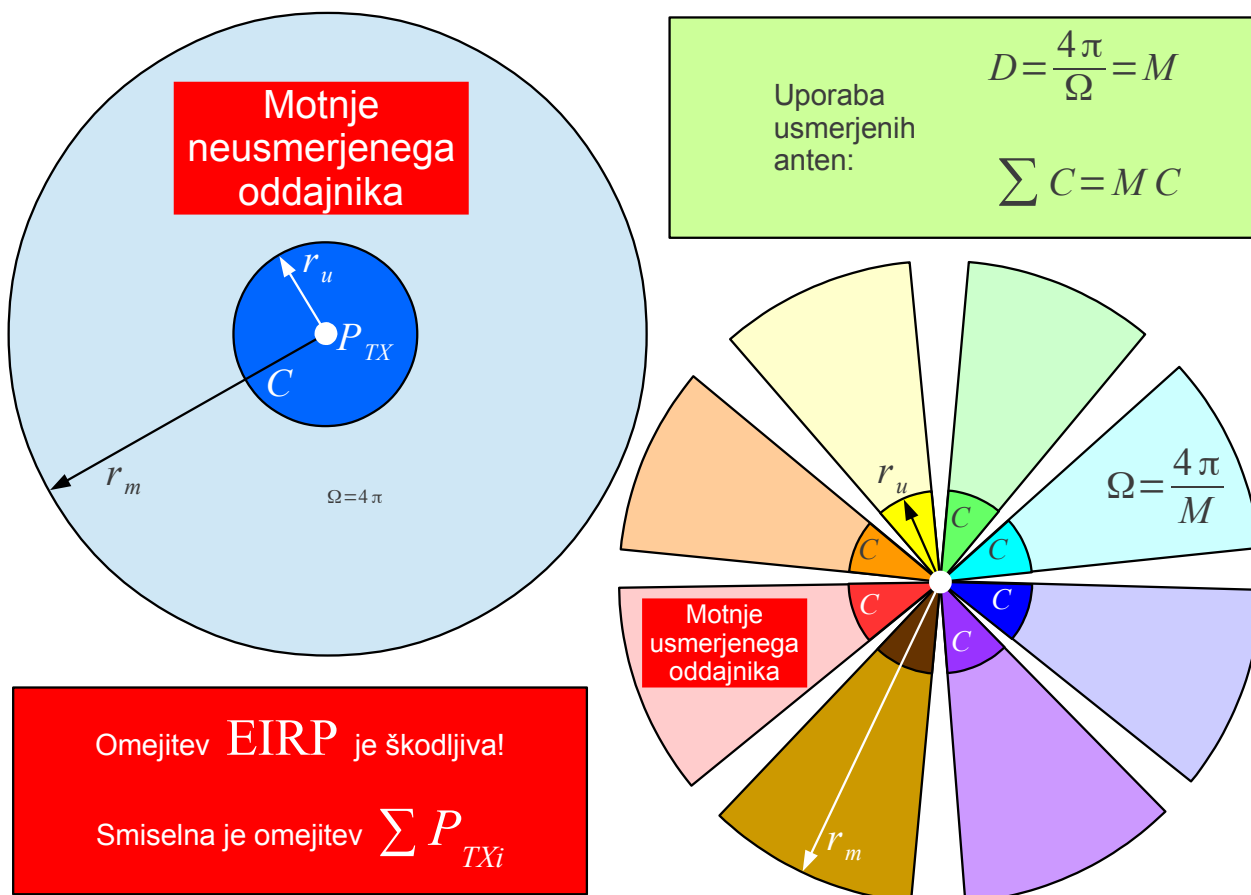
Dobitek frekvenčne modulacije $3m^2$ sicer ni tako visok, kot to obljublja Shannon, pač pa znamo FM preprosto izdelati v analogni tehniki (Edwin Howard Armstrong 1933). Pri isti zahtevi $S/N = 100 = 20\text{dB}$ (vključno z rezervo presiha) je od vseh štirih obravnavanih rešitev sistem $\text{FM}_{50\text{kHz}}$ najbolj odporen na motnje $r_m/r_u = 1.08$, sistem $\text{FM}_{12.5\text{kHz}}$ pa najmanj odporen na motnje $r_m/r_u = 3.40$ zaradi neučinkovite modulacije s $3m^2 < 1$.

V omrežju mobilne telefonije moramo upoštevati oboje: spektralno učinkovitost C/B in prostorsko učinkovitost $\eta = A_u/A_m'$ oziroma produkt obeh $\eta \cdot K_{50}$. Najboljšo skupno učinkovitost daje sistem $\text{SSB}_{5\text{kHz}}$. Žal je v slednjem presluh razumljiv, kar je v sistemu mobilne telefonije skrajno nezaželeno. Od vseh ostalih sistemov daje najboljšo skupno učinkovitost sistem $\text{FM}_{25\text{kHz}}$, najslabšo skupno učinkovitost pa sistem $\text{FM}_{12.5\text{kHz}}$.

Številni praktični poskusi v drugi polovici 20. stoletja so potrdili opisano izpeljavo. Vsi analogni sistemi mobilne telefonije uporabljajo frekvenčno modulacijo s kanalskim razmakom 25kHz . Govorne zveze s frekvenčno modulacijo z neučinkovitim kanalskim razmakom 12.5kHz uporabljajo samo radioamaterji in državni organi.

Prostorsko učinkovitost kateregakoli sistema radijskih zvez se da bistveno izboljšati z uporabo usmerjenih anten. Žal je danes marsikateri sistem radijskih zvez zakonsko omejen z efektivno sevano močjo $EIRP$,

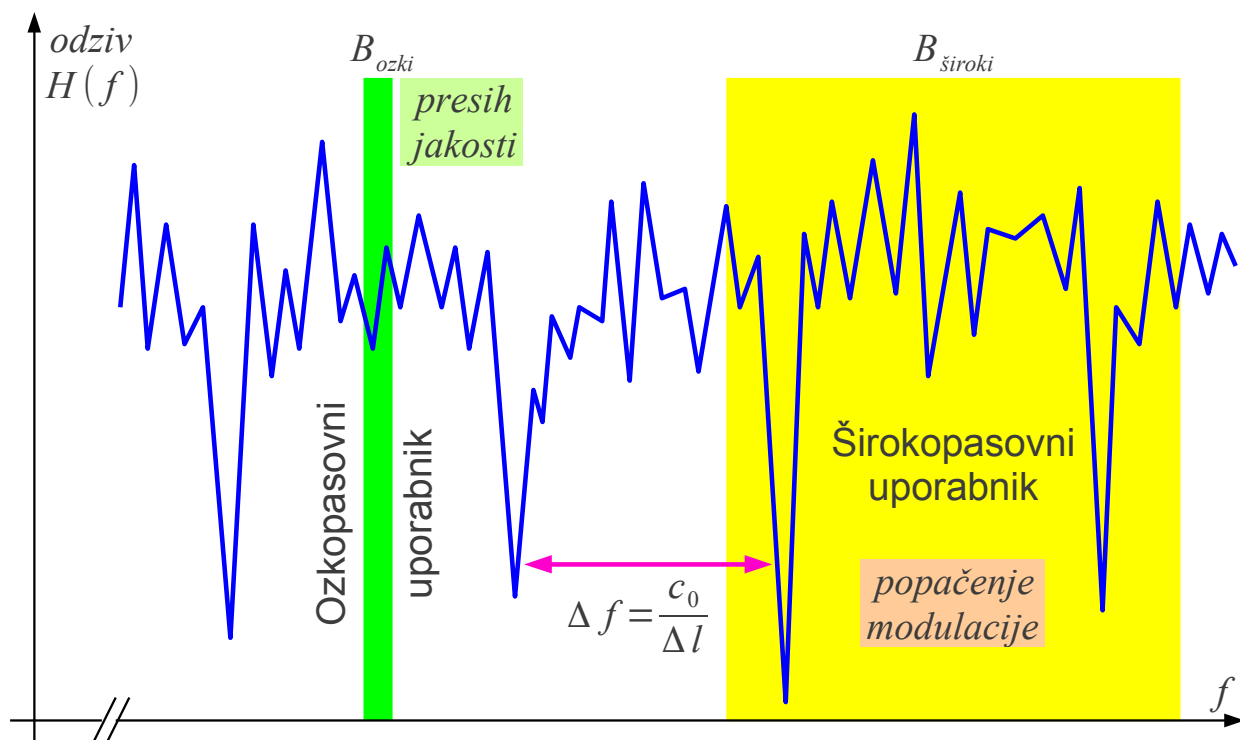
kar uporabnikov ne spodbuja k nameščanju usmerjenih anten. Dosti bolj smiselna bi bila omejitev moči oddajnika P_{TX} oziroma še bolj smiselna omejitev vsote moči vseh oddajnikov $\sum P_{TXi}$:



Povečanje zmogljivosti z usmerjenimi antenami

Prostorsko učinkovitost sistema mobilnih radijskih zvez se da še dodatno izboljšati z uporabo nastavljivih usmerjenih anten. Antensko skupino je smiselno stalno nastavljati tako, da so vsi motilci v ničlah njenega smernega diagrama.

Večpotje poleg presiha jakosti tudi popači spekter prenašanega signala. Prevajalna funkcija $H(f)$ radijske zveze z večpotjem je zelo razgibana. V radijskih zvezah preko ionosfere je razlika dolžin poti v velikostnem razredu $\Delta l \approx 100\text{km} \dots 1000\text{km}$, kar pomeni periodo presiha v frekvenčnem prostoru $\Delta f \approx 3\text{kHz} \dots 300\text{Hz}$. Pojav imenujemo tudi selektivni presih (angleško: selective fading). Ker se ionosfera stalno spreminja, postane sprejem kratkovalovne radijske postaje $3\text{MHz} < f < 30\text{MHz}$ z analogno amplitudno modulacijo vsakih nekaj minut popačen:



$$B_{ozki} \ll \Delta f \ll B_{široki}$$

Mestno okolje $f_0 \approx 450\text{MHz}$

$\Delta l \approx 200\text{m} \dots 1.5\text{km}$

$\Delta f \approx 1.5\text{MHz} \dots 200\text{kHz}$

Večpotje v frekvenčnem prostoru

V mobilni telefoniji je razlika dolžin poti v velikostnem razredu $\Delta l \approx 200\text{m} \dots 1.5\text{km}$ v mestnem okolju v frekvenčnem pasu $f_0 \approx 450\text{MHz}$ in ustrezno manj na višjih frekvencah. Perioda presiha v frekvenčnem prostoru znaša $\Delta f \approx 1.5\text{MHz} \dots 200\text{kHz}$ in ustrezno več na višjih frekvencah. Ozkopasovni uporabnik $B_{ozki} \ll \Delta f$, na primer en sam analogni telefonski pogovor $\text{FM}_{25\text{kHz}}$, v tem primeru občuti samo presih jakosti sprejema, popačenje modulacije je zanj zanemarljivo.

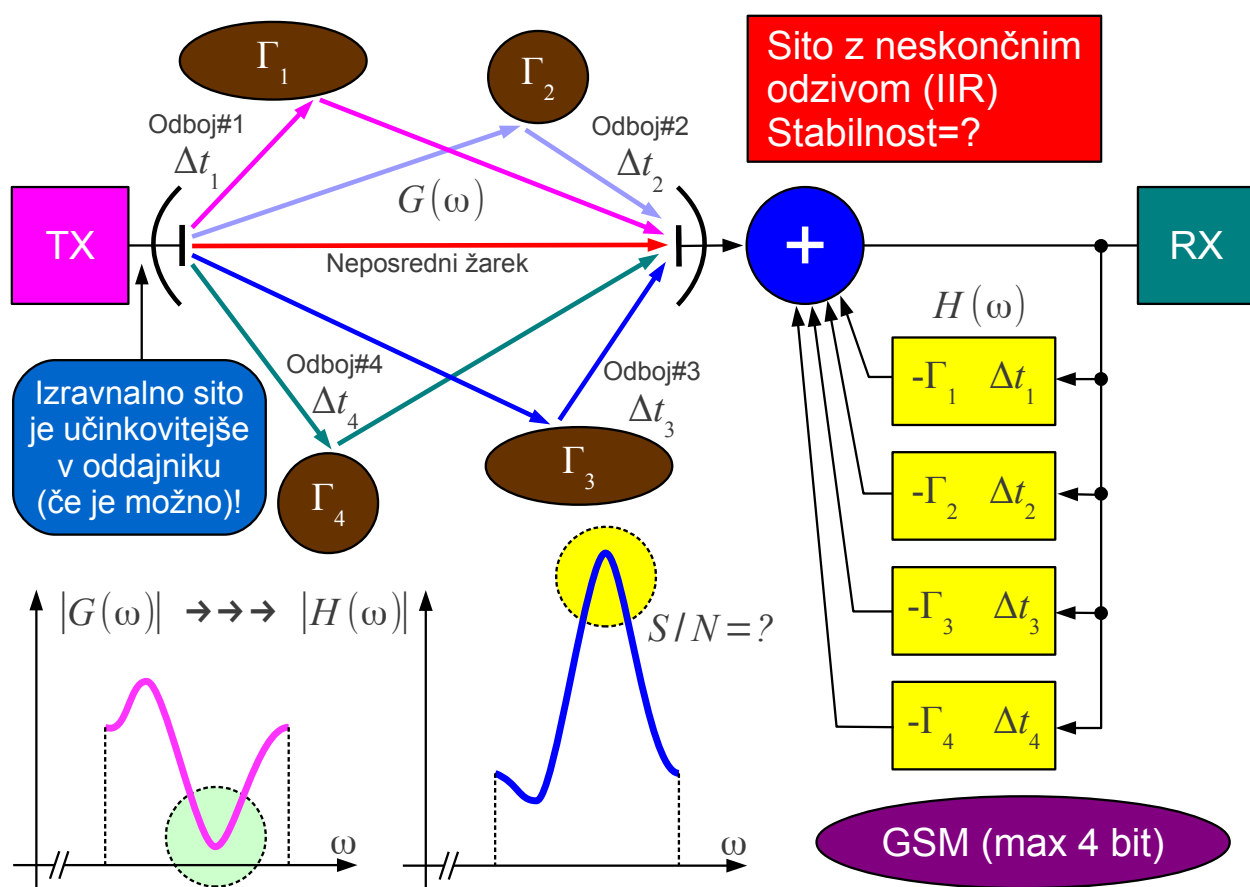
Obratno širokopasovni uporabnik $B_{široki} \gg \Delta f$ ne občuti presiha jakosti sprejema, pač pa je zanj omejujoče popačenje modulacije. V radijskih zvezah preko ionosfere z razliko dolžin poti v velikostnem razredu

$\Delta l \approx 100\text{km} \dots 1000\text{km}$ popačenje modulacije omejuje hitrost prenosa na komaj $R \approx 1/(3 \Delta t) \approx 1000\text{znakov/s} \dots 100\text{znakov/s}$. Slednje pomeni omejitev zmogljivosti preproste dvo-nivojske modulacije na enem nosilcu na komaj $C \approx 1\text{kbit/s} \dots 100\text{bit/s}$.

Analogni mobilni telefoni in še posebno pripadajoče bazne postaje so komplicirane in drage zaradi frekvenčnega sodostopa FDMA (angleško: Frequency-Division Multiple Access). Slednji zahteva številna komplicirana, velika in draga analogna sita. Razvijalci sistema GSM so iskali cenejšo

rešitev v časovnem sodostopu TDMA (angleško: Time-Division Multiple Access). Slednji pomeni dosti večjo pasovno širino radijskih signalov.

Prvotni načrt GSM s kanali širine $B \approx 6\text{MHz}$ za časovni multipleks velikega števila uporabnikov se je izkazal neizvedljiv zaradi popačenja večpotja. Razvijalci GSM so zato omejili časovno multipleksiranje na osem uporabnikov v frekvenčnem kanalu širine $B = 200\text{kHz}$. Ker popačenje večpotja $G(\omega)$ ni zanemarljivo niti v frekvenčnih kanalih $B = 200\text{kHz}$, vsak GSM sprejemnik vsebuje izravnalno sito $H(\omega)$:

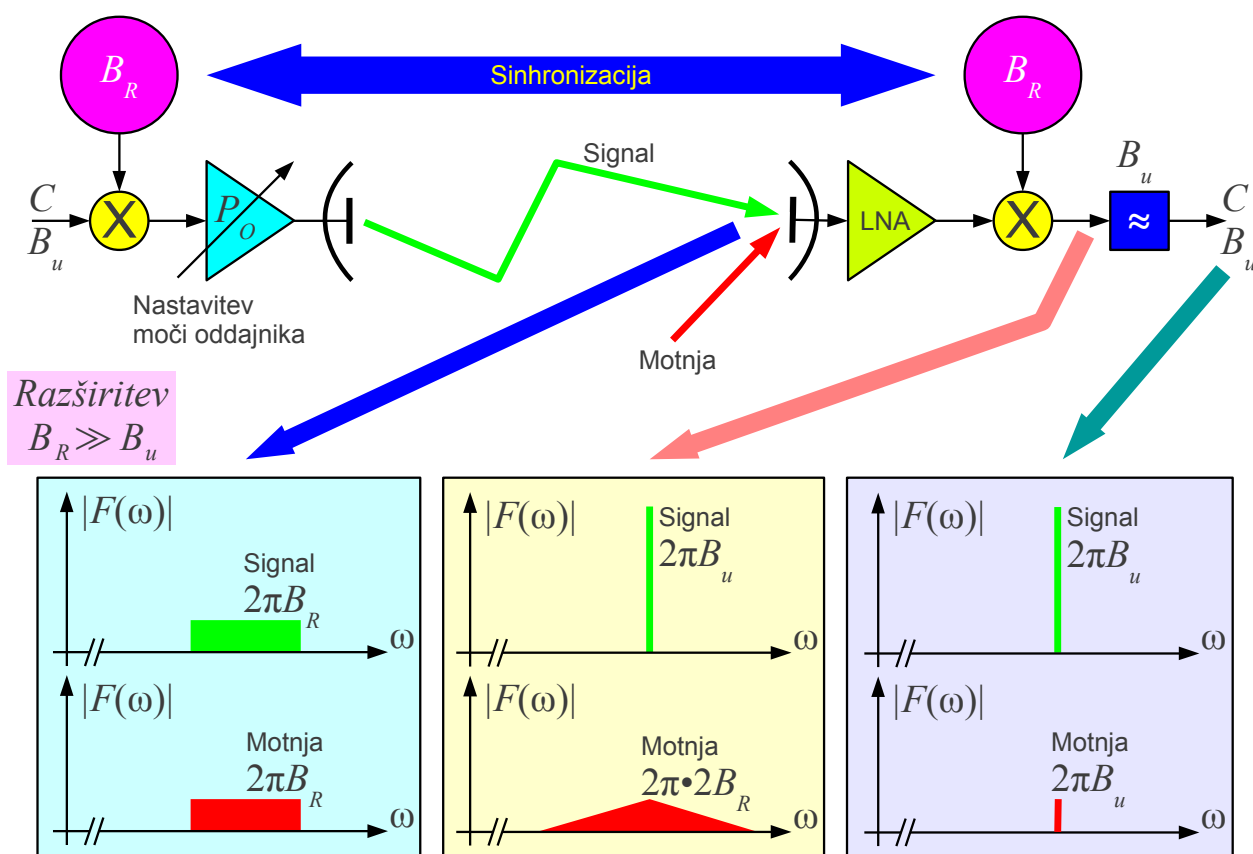


Odpravljanje popačenja večpotja z izravnalnim sitom

Izravnalno sito $H(\omega)$ je sito z neskončnim odzivom, torej lahko postane nestabilno, ko ima $G(\omega)$ v prenosnem pasu ničlo. V minimumu $G(\omega)$ mora biti $H(\omega)$ zelo velik, kar pomeni poslabšanje razmerja signal/šum S/N . Izravnalno sito $H(\omega)$ bi bilo bolj učinkovito, ko bi lahko vsaj del sita vgradili v oddajnik.

Dolžine poti posameznih žarkov v večpotju lahko izmerimo z radijskim signalom dovolj velike pasovne širine $B > \Delta f$ v primerjavi s frekvenčno periodo presiha. V komunikaciji z razširjenim spektrom (angleško: spread spectrum) spekter signala namenoma razširimo z znanim zaporedjem

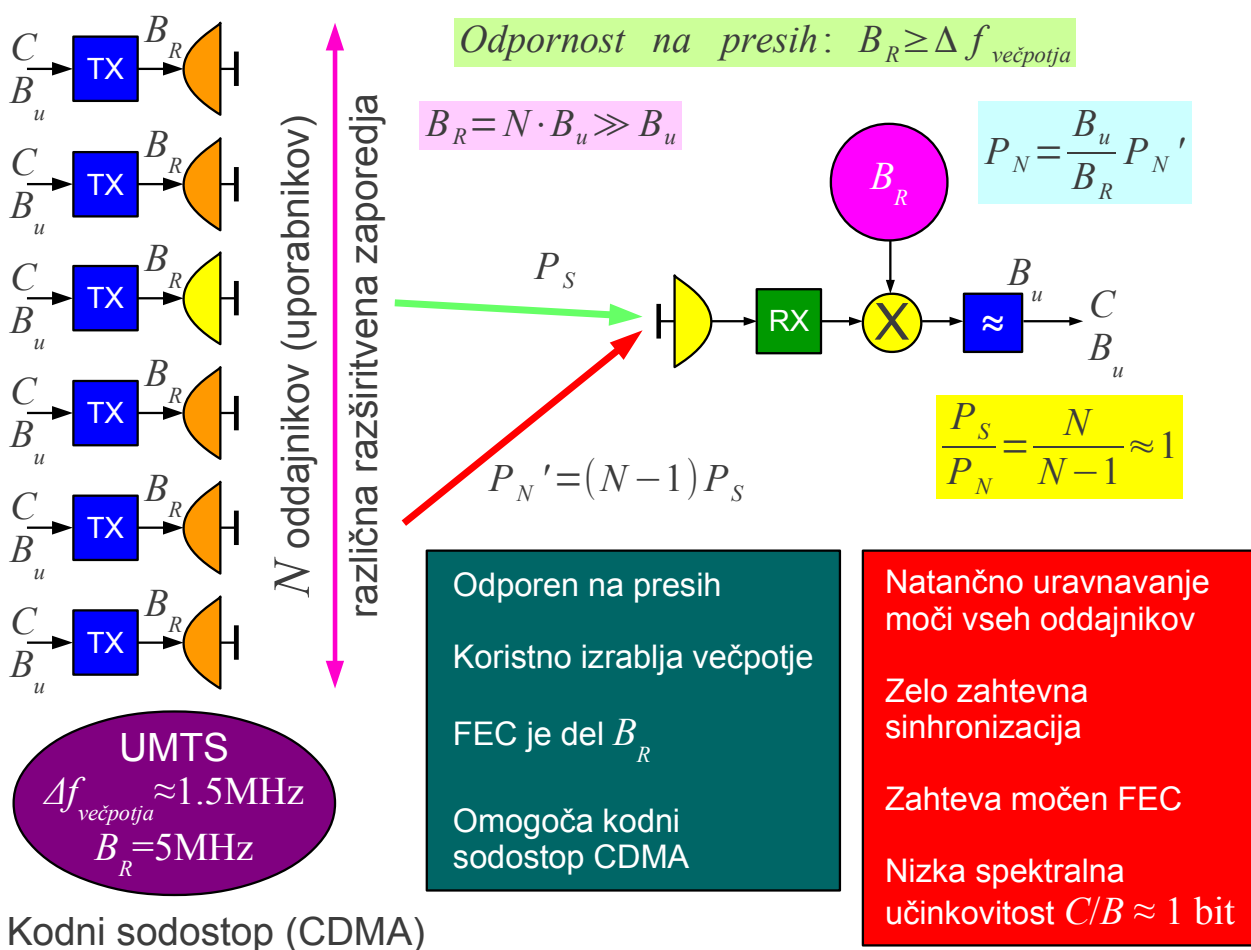
pasovne širine $B_R > \Delta f$. Na sprejemni strani ponovno množimo z istim znanim zaporedjem B_R . Ko sta zaporedji oddajnika in sprejemnika natančno sinhronizirani med sabo, se spekter signala skrči v B_u . Pri tem se motnje in signali, ki niso sinhronizirani (stranske poti večpotja) razširijo v spekter širine $2B_R$. Ozkopasovno sito širine B_u pusti željeni signal neokrnjen in hkrati izloči večino motenj in stranskih poti:



Razširjeni spekter (Spread spectrum)

V komunikaciji z razširjenim spektrom lahko koristno izrabimo večpotje. Sprejemnik vsebuje več vzporednih verig obdelave signala (prstov), od katerih je vsaka sinhronizirana na določen žarek večpotja. Obdelane signale lahko končno optimalno sestavimo. Običajni sprejemniki za razširjeni spekter vsebujejo vzporedno obdelavo štirih do pet prstov (angleško: fingers).

Razširjeni spekter sicer zmore izločiti popačenje večpotja, ima pa na prvi pogled zelo slabo spektralno učinkovitost $C/B_R \ll C/B_u$. Pri komunikaciji z razširjenim spektrom lahko uporabimo kodni sodostop CDMA (angleško: Code-Division Multiple Access). Isto radijsko pot lahko v istem delu spektra uporablja več udeležencev z različnimi razširitvenimi zaporedji iste pasovne širine B_R . Razširitvena zaporedja izbiramo tako, da so medsebojne motnje čim manjše:

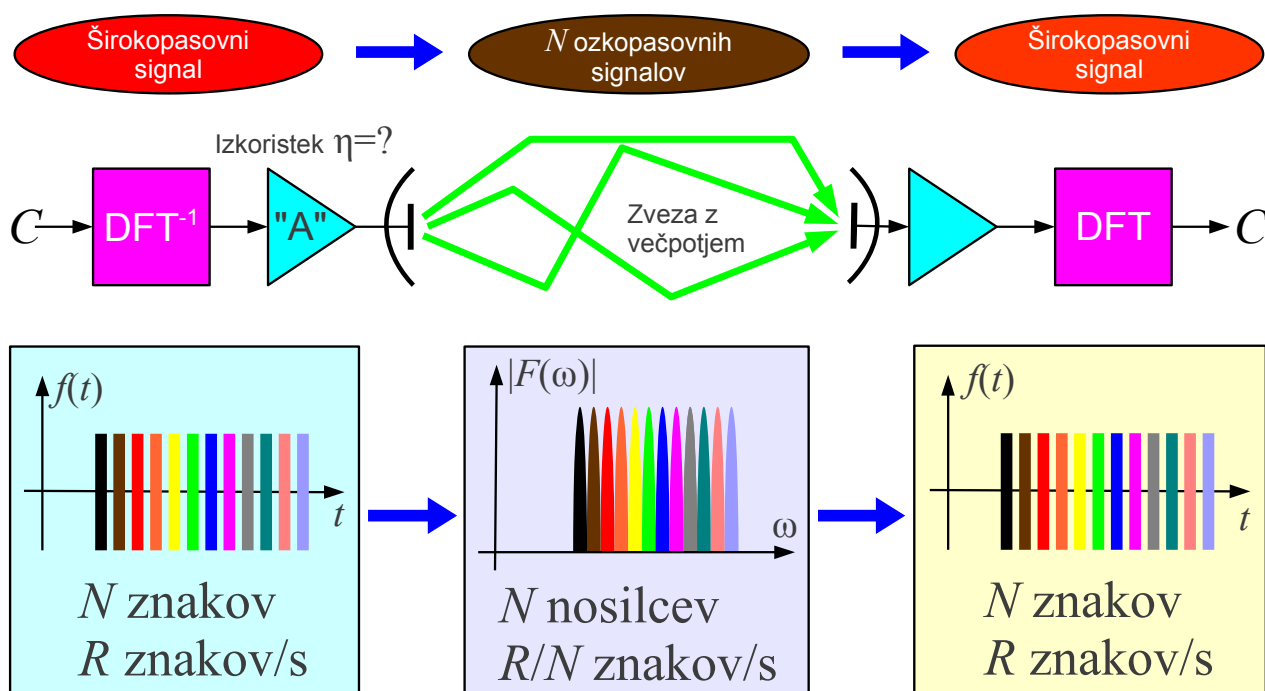


Kodni sodostop CDMA uporabljata sistema mobilnih zvez IS95 z razširitvijo $B_R = 1.5 \text{ MHz}$ v pasu $f_0 \approx 900 \text{ MHz}$ in UMTS z razširitvijo $B_R = 1.5 \text{ MHz}$ v frekvenčnem pasu $f_0 \approx 2 \text{ GHz}$. Pri velikem številu uporabnikov je razmerje signal/šum $S/N \approx 1$ v bližini enote v vseh sistemih CDMA ob skrbnem nadzoru moči oddajnikov vseh udeležencev, sicer pa še manj.

Nizko razmerje signal/šum CDMA zahteva močno kodiranje za vnaprejšnje popravljanje napak FEC (angleško: Forward Error Correction). Na srečo je FEC lahko del razširitvenega zaporedja, torej ne kazi že tako slabe spektralne učinkovitosti $C/B \approx 1 \text{ bit}$ sistema CDMA. Odpravljanje posledic večpotja z razširjenim spektrom vnaša torej hude omejitve v načrtovanje radijske zveze.

Boj proti popačenju večpotja je ubral drugačno pot že dosti prej, preden so razvili prvi uporaben sistem z razširjenim spektrom. Vojaki so sredi 20. stoletja želeli kaj več od elektromehanskega radio-teleprinterja z zmogljivostjo manj kot $C < 100 \text{ bit/s}$ v radijskih zvezah preko ionosfere. Na prvi pogled preprosta rešitev je večtonski modem. En sam širokopasovni signal

$B_{\text{široki}} = N B_{\text{ozki}}$ razdelimo na večje število ozkopasovnih signalov. Slednji ne občutijo popačenja večpotja:



~1950 analogni večtonski modem za ionosferske zveze

~2000 številski DFT → OFDM WLAN (WiFi) 802.11a (FFT)

Večtonski modem kot protiukrep za popačenje večpotja

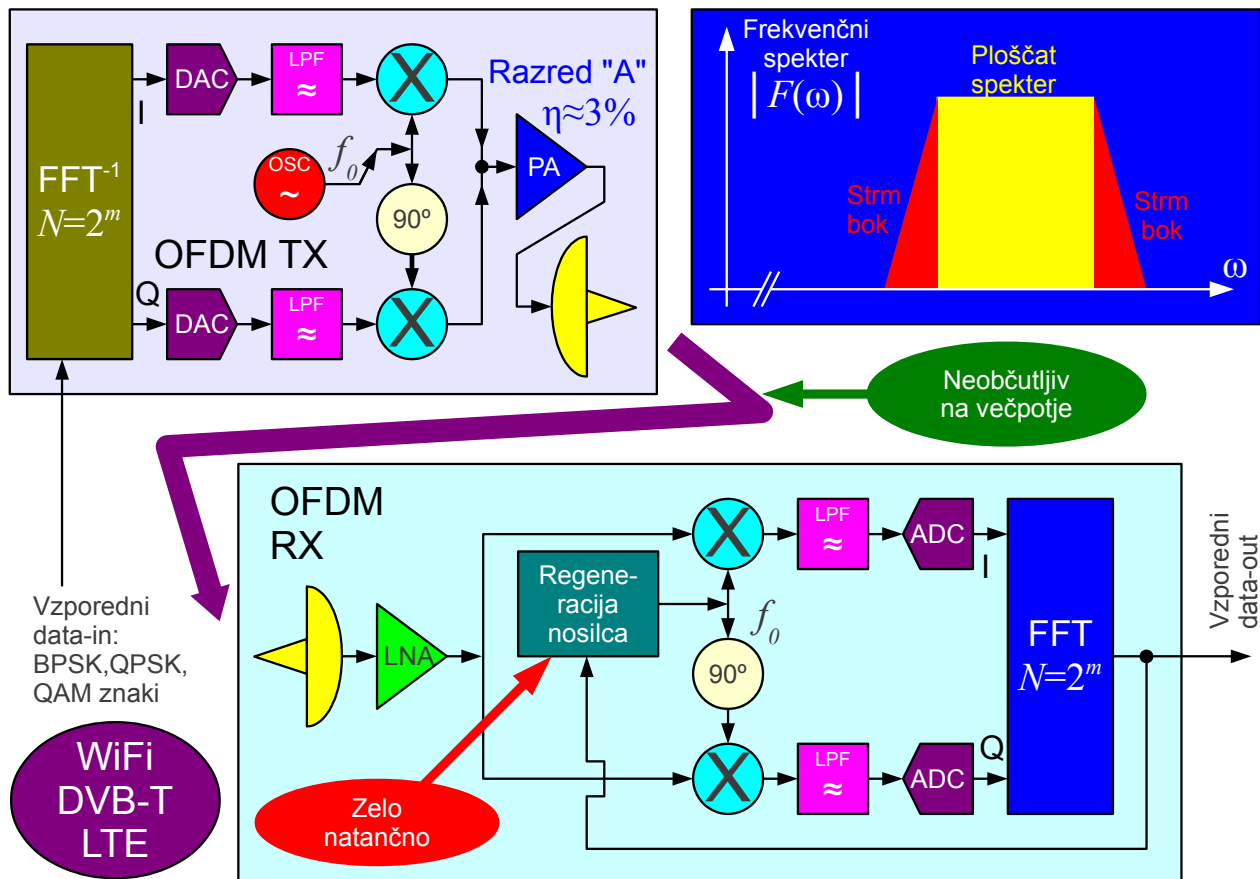
Niti večtonski modem ne more delovati brez vnaprejšnjega popravljanja napak FEC. Presih jakosti sprejema pokvari le manjše število nosilcev, zato je FEC večtonskega modema dosti manj zahteven od potratnega FEC pri CDMA. Večtonski modem sicer ne postavlja omejitev za modulacijo posameznih nosilcev niti za spektralno učinkovitost C/B celotnega sistema. Glavna omejitev kateregakoli večtonskega modema je slab močnostni izkoristek radijskega oddajnika.

Prvi večtonski modemi sredi 20. stoletja so bili ogromne omare s številnimi analognimi siti in pripadajočo analogni obdelavo signalov. Zmožljivost večtonskih modemov je bila v velikostnem razredu $C \approx 2.4 \text{ kbit/s}$ v kratkovalovni radijski zvezi preko ionosfere.

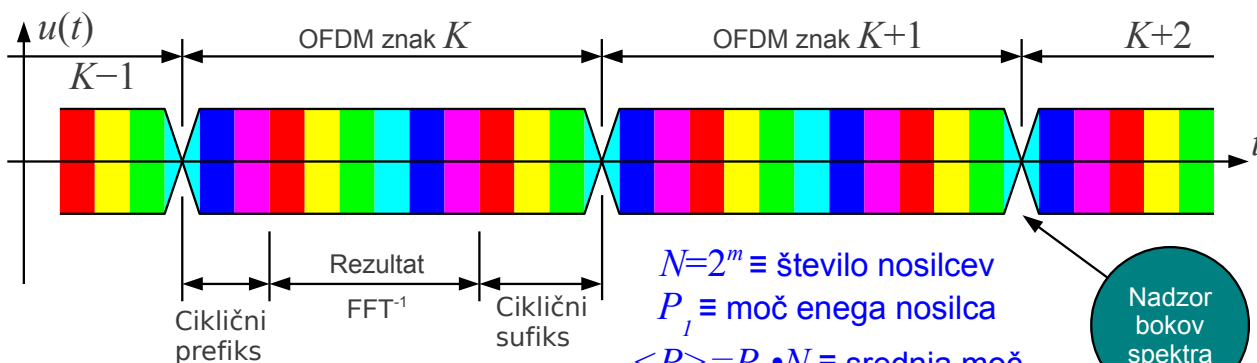
Obdelavo signalov v večtonskem modemu je danes dosti lažje izvesti številsko v obliki diskretne Fourierjeve transformacije (DFT). DFT običajno računamo z učinkovitim algoritmom FFT (angleško: Fast Fourier Transform) v obe smeri, saj je edina razlika med DFT in transformacijo v obratni smeri DFT^{-1} v predznaku faze. FFT je najbolj učinkovit na blokih podatkov, ki so

celoštevilska potenca $N=2^m$.

DFT oziroma FFT najbolj smotrno uporabimo tako, da tvorimo med sabo pravokotne valovne oblike. Presluh med ozkopasovnimi nosilci tedaj natančno izgine. Tak sodostop imenujemo ODFM (angleško: Orthogonal Frequency-Division Multiplex):



Orthogonal Frequency-Division Multiplex (OFDM)



$$t_{\text{prefiks}} + t_{\text{sufiks}} \geq \Delta t_{\text{večpotja}}$$

Nastavljiva odpornost na $\Delta t_{\text{večpotja}}$

Skoraj pravokoten frekvenčni spekter

Zadošča šibek FEC

Spektralni izkoristek C/B dosega teoretske vrednosti BPSK, QPSK, QAM

Omogoča enofrekvenčna omrežja SFN (Single-Frequency Network)

Lastnosti OFDM

$$N = 2^m \equiv \text{število nosilcev}$$

$$P_I \equiv \text{moč enega nosilca}$$

$$\langle P \rangle = P_I \cdot N \equiv \text{srednja moč}$$

$$P_{MAX} = P_I \cdot N^2 \equiv \text{vršna moč}$$

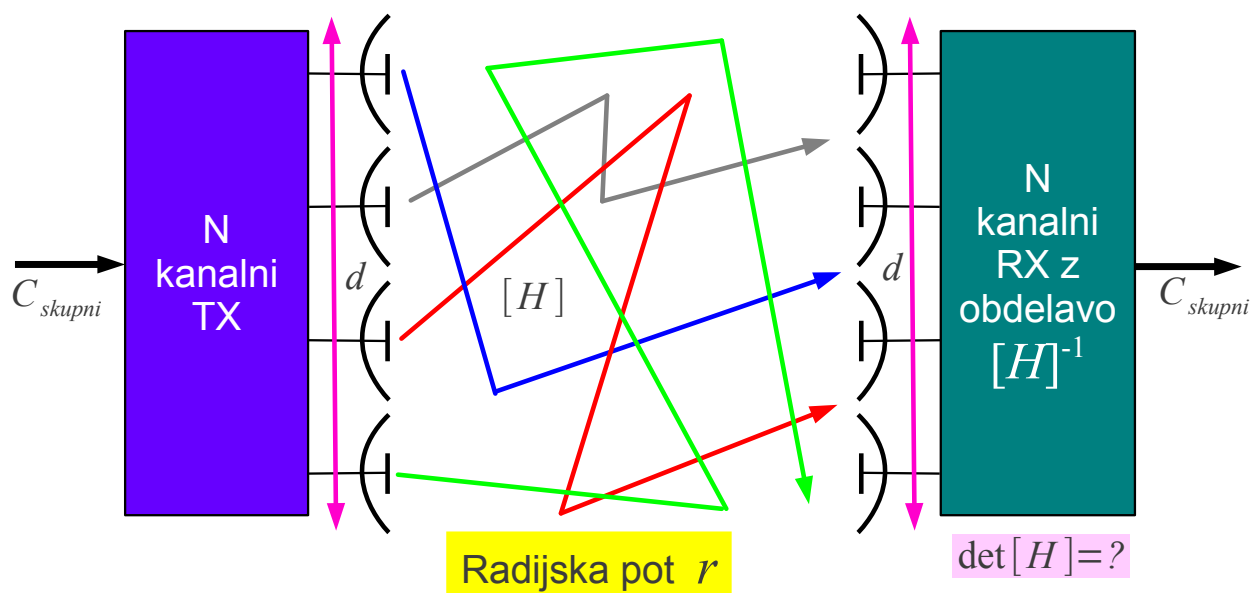
Visoko razmerje $P_{MAX}/\langle P \rangle = N$ pogojuje slab izkoristek oddajnika $\eta \approx 3\%$

FFT zahteva $N \cdot \log_2 N$ računskih operacij

Ozkopasovni nosilci zahtevajo visoko frekvenčno stabilnost $\Delta f \leq 10\% R/N$

Preveliki znaki ~ 12000 bit ($N \approx 2000$, $C/B \approx 6$ bit) za nekatere protokole

Ozkopasovne motnje rušijo sinhronizacijo



Koristna uporaba večpotja!

$$C_{skupni} = N \cdot C_{kanala} = N \cdot B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right)$$

(+) visoka spektralna učinkovitost: $C/B \approx 10$ bit

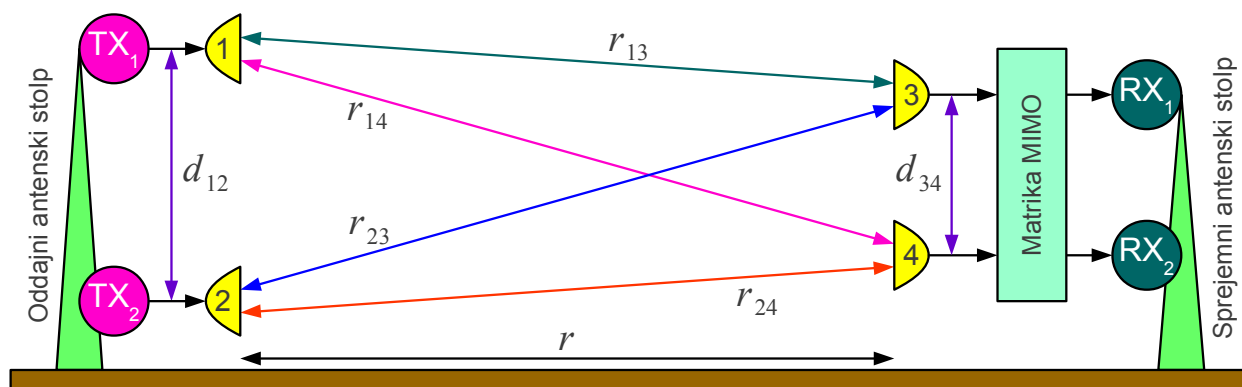
(-) zahteva N oddajnih anten in N sprejemnih anten

(+) preprosta rešitev MIMO 2x2: uporaba obeh polarizacij

(-) več kot dve polarizaciji $\det[H] \neq 0$ le na kratkih poteh $r \approx 2d^2/\lambda$

MIMO (Multiple-In Multiple-Out)

Podvojevanje C/B mikrovalovne zveze \equiv Line-Of-Sight MIMO



Pogoj za $\max \det[MIMO]$: $r_{14} - r_{13} - r_{24} + r_{23} = \lambda/2$

$C/B > 40\text{bit}$

$$r_{13} = r_{24} = \sqrt{r^2 + ((d_{12} - d_{34})/2)^2} \approx r + \frac{d_{12}^2 - 2d_{12}d_{34} + d_{34}^2}{8r}$$

$$r_{14} = r_{23} = \sqrt{r^2 + ((d_{12} + d_{34})/2)^2} \approx r + \frac{d_{12}^2 + 2d_{12}d_{34} + d_{34}^2}{8r}$$

$$r_{14} - r_{13} - r_{24} + r_{23} \approx \frac{d_{12}d_{34}}{r} \rightarrow d_{12}d_{34} = r \cdot \lambda/2$$

MIMO brez večpotja

Zgled:

$$r = 10\text{km} \quad f = 15\text{GHz}$$

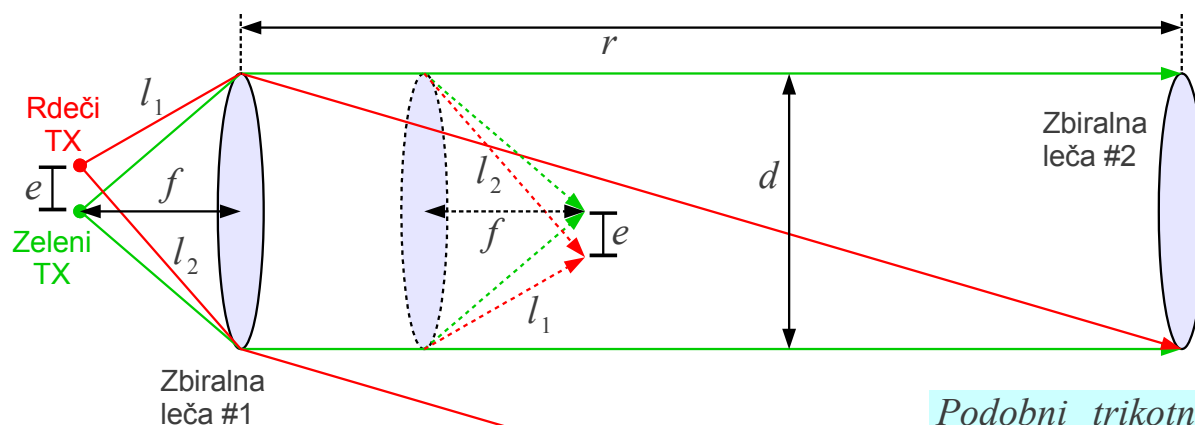
$$\lambda = c_0/f = 2\text{cm}$$

$$\langle d \rangle = \sqrt{d_{12}d_{34}}$$

$$\langle d \rangle = \sqrt{r \cdot \lambda/2} = 10\text{m}$$

Preizkus:

$$r = \frac{2\langle d \rangle^2}{\lambda} = 10\text{km}$$



Točki razločimo, ko je razlika poti večja od $\lambda/2$:

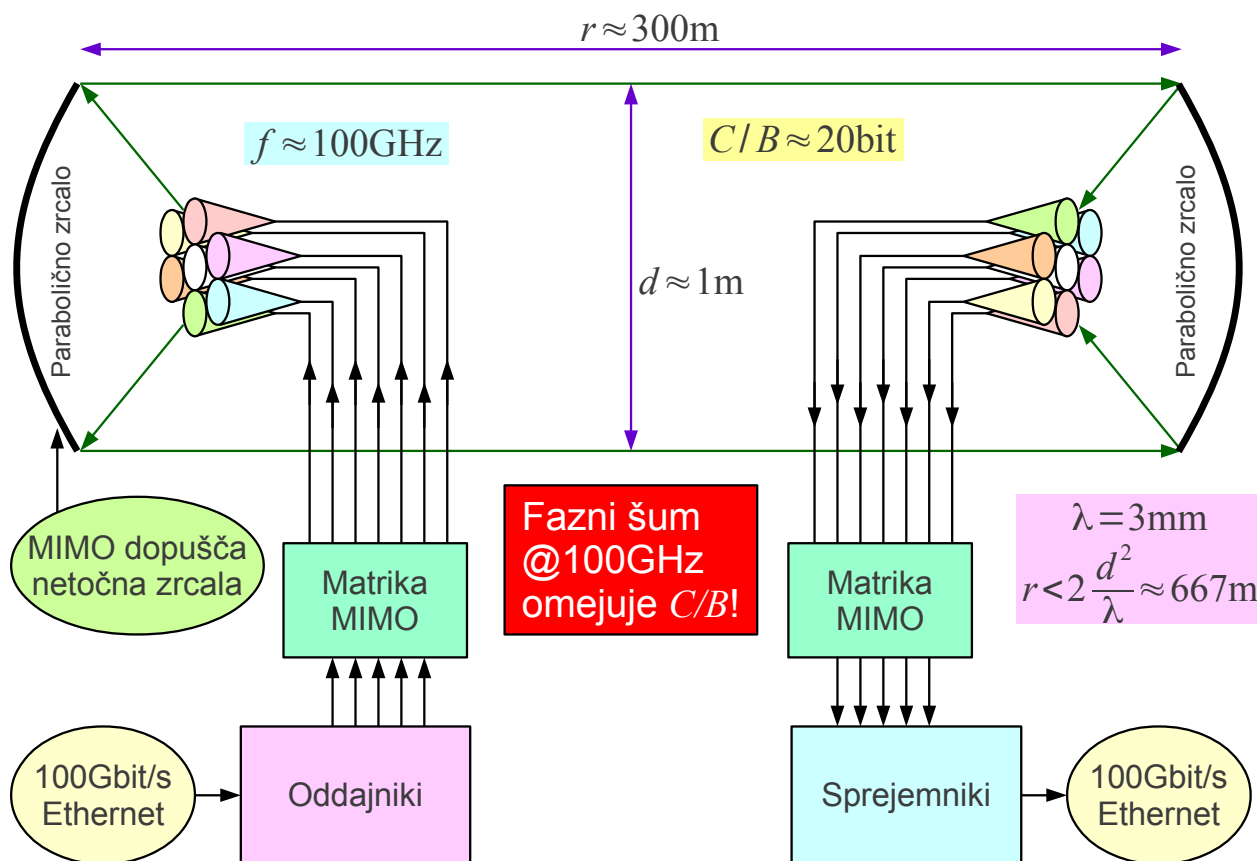
$$l_2 - l_1 = \sqrt{f^2 + (d/2 + e)^2} - \sqrt{f^2 + (d/2 - e)^2} \approx \frac{de}{f} > \frac{\lambda}{2}$$

Podobni trikotniki

$$\frac{e}{f} = \frac{d}{r}$$

Geometrijska optika

$$\text{Pogoj } r < \frac{2d^2}{\lambda}$$



Visokozmogljiva zveza na kratko razdaljo

* * * * *